Cálculo IV, **Prova de Recuperação**, Prof. Juan López Linares, 07/12/2017

Para ser entregue no dia *20/12/2017* (quarta-feira) às *20h* na sala cinza.

1) Resolva detalhadamente a equação diferencial usando uma série de potências centrada em x=0:
$$y''(x) - x\,y'(x) - y(x) = 0$$

2) Resolva detalhadamente o problema de valor inicial
$2x^2y''(x) + xy'(x) - 3y(x) = 0, y(1) = 1, y'(1) = 4.$

3) Resolva a equação diferencial $x\,y''(x) + 2\,x\,y'(x) + 6e^x\,y(x) = 0$ usando uma série de potências centrada em x=0.

4) Use a transformada de Laplace para resolver detalhadamente o problema de valor inicial
$$y''(t) - y'(t) - 6y(t) = 0, y(0) = 1, y'(0) = -1.$$

5) Encontre a transformada de Laplace INVERSA da função
$$F(s) = \frac{(s-2)e^{-s}}{s^2 - 4s + 3}.$$

6) Resolva detalhadamente o problema de valores de contorno:
$y'' + 4y = \cos(x)$, $y'(0)=0, y'(\pi)=0$.

7) Encontre os autovalores reais e autofunções do problema de valores de contorno: $y''+ \lambda\, y=0, y'(0)=0, y'(\pi)=0$. Note que as duas restrições são na derivada.

8) Encontre a série de Fourier da função:
$$f(x) = \begin{cases} 1, & se -L \le x < 0 \\ 0, & se\ 0 \le x < L \end{cases} \text{ e } f(x+2L) = f(x)$$
Faça os gráficos de $f(x)$ e das três primeiras aproximações para $f(x)$ seguindo a série de Fourier encontrada anteriormente no intervalo $-L \le x \le L$.

9) Considere a condução do calor em uma barra com *40 cm* de comprimento cujas extremidades são mantidas à temperatura de *0°C* para todo $t > 0$. A superfície lateral da barra está completamente isolada termicamente. Encontre uma expressão para a temperatura $u(x,t)$ quando a distribuição inicial de temperaturas for:

$$u(x,0) = 50, \qquad 0 < x < 40$$

Considere $\alpha = 1$ e faça os gráficos "*u* vs. *t*" e "*u* vs. *x*" usando o primeiro somando da solução para diferentes valores de *x* e *t*, respectivamente.

10) Considere uma corda elástica com de comprimento *L* (*L>2*) cujas extremidades são mantidas fixas. A corda é colocada em movimento a partir da sua posição de equilíbrio, com velocidade inicial:

$$u_t(x,0) = \begin{cases} 1, & se\ \ \frac{L}{2} - 1 < x < \frac{L}{2} + 1 \\ 0, & outros\ intervalos \end{cases}$$

Encontre uma expressão para o deslocamento vertical de cada ponto da corda: $u(x,t)$. Considere a velocidade de propagação horizontal da onda *v=1 m/s* e faça os gráficos "*u* vs. *t*" e "*u* vs. *x*" usando os primeiros somandos da solução para diferentes valores de *x* e *t*, respectivamente.