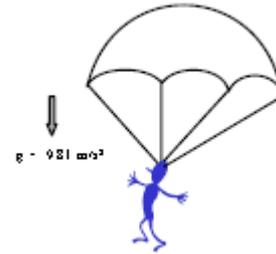


UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
SEM0232 – Modelos Dinâmicos – Lista de Exercícios – Sistemas de 1ª e 2ª Ordem

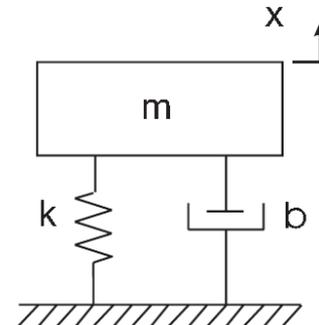
1-) Uma aeronave militar de treinamento sofre uma pane em vôo e o piloto é obrigado a ejetar. O piloto possui uma massa de 90 kg e após a ejeção alcança uma velocidade de regime permanente de 30 m/s com apenas um dos paraquedas aberto. Assuma que (i) a força de arrasto no piloto é pequena comparada à mesma força atuando no paraquedas e (ii) a força de arrasto devido ao ar pode ser modelada através de um amortecedor viscoso linear, ou seja, diretamente proporcional à velocidade.



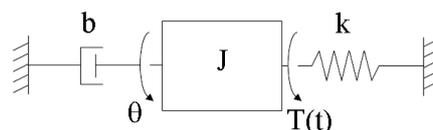
- Determine a constante de amortecimento do modelo.
- Por acidente, o segundo paraquedas se abre após o piloto ter alcançado a condição de regime permanente. Se o segundo paraquedas abre em $t = 0$ determine a equação diferencial para a velocidade do piloto.
- Resolva esta equação diferencial, determine os parâmetros do modelo e determine a velocidade terminal do piloto.
- Esboce a velocidade do piloto em função do tempo.
- Obtenha a equação diferencial que descreve a força que atua no piloto e esboce seu gráfico em função do tempo.
- Qual seria a distância viajada pelo piloto no intervalo de tempo decorrido entre duas constantes de tempo consecutivas ?

2-) A suspensão de um automóvel pode ser modelada através de um sistema massa-mola-amortecedor conforme mostra a figura. Assuma $m = 500$ kg, $k = 4 \times 10^3$ N/m e $b = 2 \times 10^3$ Ns/m.

- Determine a equação característica do sistema. Determine a resposta transiente do sistema à condições iniciais dadas por $x_0 = 0$ m e $v_0 = 1$ m/s bem como $x_0 = 1$ m e $v_0 = 0$ m/s.
- Obtenha o fator de amortecimento, a frequência natural não amortecida, a frequência natural amortecida, o fator de atenuação σ e a constante de tempo do envelope exponencial τ . Classifique o sistema quanto ao amortecimento.
- Discuta o que ocorre com o sistema se a constante de amortecimento b variar.
- Se você estiver projetando o sistema de suspensão de um veículo discuta o comportamento dinâmico da suspensão quanto ao amortecimento para um carro esporte, um carro de luxo e uma pick-up.



3-) O modelo abaixo é usado para representar o comportamento dinâmico de uma porta de saloon como nos filmes do velho oeste americano.



O sistema gira em torno de um eixo central com deslocamento angular θ , momento de inércia J , rigidez k e amortecimento viscoso b . Quando alguém empurra a porta, um torque equivalente T é aplicado.

- Determine a equação diferencial do modelo
- Determine: fator de amortecimento, frequência natural não amortecida e amortecida.

- c) Esboce a resposta do sistema a uma entrada torque degrau do tipo $T(t) = T_0 u_s(t)$, sendo $u_s(t)$ a função degrau unitário. Assuma $\theta_0 = 0$ e $\omega_0 = 0$. Use $\omega_n = 1$ rad/s.
- d) Defina o máximo valor do deslocamento angular $\theta(t)$. Defina o tempo de subida. Compare a resposta do sistema à entrada dada com a resposta livre do sistema.

4-) Considere um sistema dinâmico descrito por:

$$\tau \dot{y} + y = u(t)$$

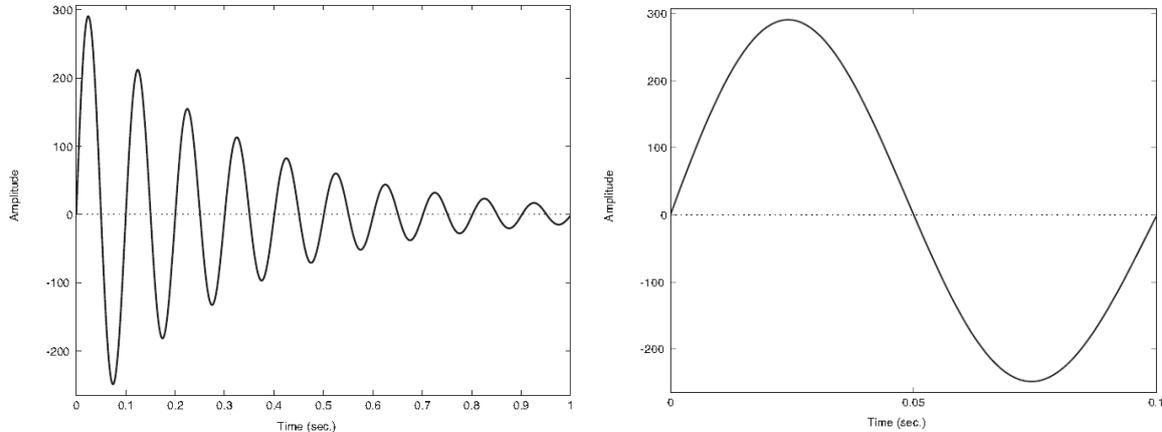
Onde $u(t)$ é uma entrada degrau unitário sendo nulas todas as condições iniciais. Obtenha expressões para um tempo de subida t_r de 10-90 % e para o tempo de acomodação t_s sabendo que t_s deve estar numa faixa de erro $\pm \Delta$ do valor final unitário. Quantas constantes de tempo são necessárias para que o tempo de acomodação esteja numa faixa de erro $\Delta = 10^{-6}$?

5-) Um determinado sistema dinâmico possui a seguinte equação diferencial

$$\dot{y} + 5y = 10u(t)$$

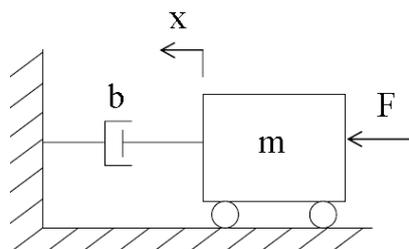
- a) Qual é o valor da constante de tempo para este sistema ?
- b) Se $u = 10$, determine o valor da resposta de regime permanente para $y(t)$. Agora assuma que $u = 0$, e o sistema iniciou em uma determinada posição inicial y_0 , a qual você não conhece. Mas você sabe que 0,5 s mais tarde o sistema estava na posição $h(0,5) = 2$. Qual seria a condição inicial $y(0)$ que resultaria neste resultado ?
- c) Esboce o gráfico da resposta do sistema relativa ao item (b).
- d) Em que instante a resposta alcança 2 % do valor inicial ?
- e) Em que instante a resposta do sistema alcança o valor de 0,02 ?

5-) As figuras abaixo mostram características da resposta de um sistema de segunda ordem.



- a) Estime a frequência natural e fator de amortecimento do sistema.
- b) Mostre um provável modelo de um sistema que se ajuste a estes dados. Quais são possíveis valores para os parâmetros do sistema ?

6-) Considere o modelo abaixo



Obtenha sua equação diferencial para saída velocidade absoluta da massa m . Esboce a saída na variável tempo para uma entrada degrau unitário de magnitude constante. Determine a velocidade de regime permanente do modelo.

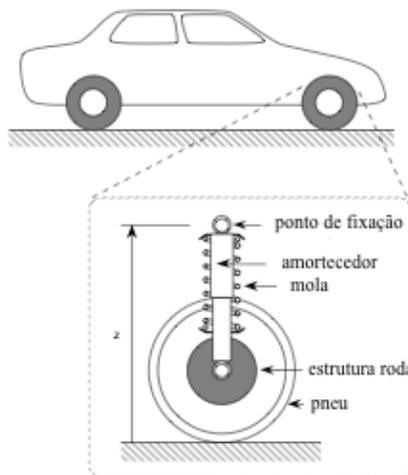
7-) Considere um sistema dinâmico descrito pela seguinte equação diferencial

$$\ddot{y} + 10\dot{y} + 10000y = 0$$

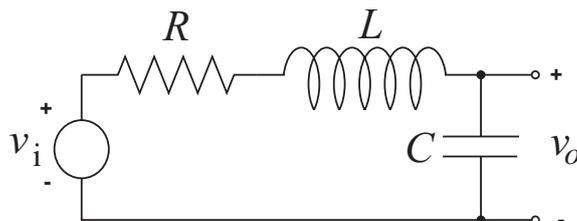
- Quais são os valores da frequência natural ω_n e da razão de amortecimento ζ . Classifique o sistema quanto ao valor de ζ (sub-amortecido, criticamente amortecido ou sobre-amortecido). Justifique sua resposta. Se for o caso, calcule a frequência natural amortecida ω_d do sistema. Determine os polos do sistema e faça um esboço dos mesmos no plano complexo.
- Suponha que $y(0,1) = -3$ e que $\dot{y}(0,1) = 0$. Escreva uma expressão para $y(t)$ válida para todos os instantes.
- Esboce o gráfico de $y(t)$ para um intervalo de tempo $0 \leq t \leq 1$ s. Sugestão: use o MATLAB.
- Projete um sistema mecânico que atenda à equação diferencial acima.

8-) Para o modelo de uma suspensão veicular mostrada abaixo (adote o modelo de segunda ordem):

- Determine a resposta do sistema à uma entrada degrau unitário, considerando nulas todas as condições iniciais. Esboce o gráfico da resposta (sugestão: use o MATLAB). Adote os seguintes parâmetros para o modelo: $m = 500$ kg; $k = 5 \times 10^4$ N/m; $b = 2 \times 10^3$ Ns/m.
- Determine os parâmetros ω_n , ζ , ω_d para o modelo.



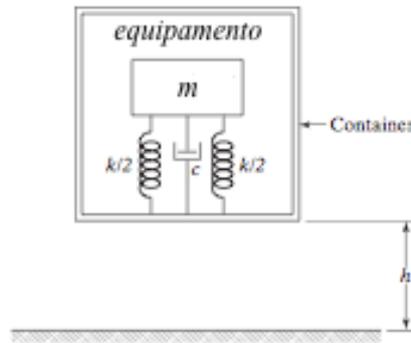
9-) Considere o circuito elétrico mostrado abaixo (denominado circuito RLC)



- Escreva a F.T. $V_o(s)/V_i(s)$ para o circuito.

- b) Dado $C = 1 \times 10^{-6}$ F, determine os valores de R e L tais que $\zeta = 0.707$ e $\omega_n = 5$ KHz.
- c) Usando os mesmos valores de L e C do item anterior determine a posição dos polos e zeros do sistema para $R = 1000 \Omega$.
- d) Esboce a resposta do sistema à uma entrada degrau unitário.
- e) Esboce os gráficos da resposta em frequência (amplitude e ângulo de fase) para o sistema.
- f) Considere agora $L = 0$. Como são alterados os polos do sistema ?

10-) Um determinado equipamento eletrônico é empacotado em um container usando-se um material flexível de empacotamento. As constantes de rigidez e amortecimento do material de empacotamento são respectivamente k e c. Considere a massa do container desprezível. Se o container é derrubado acidentalmente de uma altura h sobre um chão rígido, determine o movimento resultante do equipamento eletrônico.



11-) Para os modelos abaixo, determine a correspondente equação diferencial para as entradas e saídas mostradas (i-entrada; o-saída), as F.T. de ambos, determine a resposta dos modelos à uma entrada rampa unitária e determine as expressões para a resposta em frequência dos modelos.

