

7ª Lista de Exercícios Para entregar.

12/06

D S T Q Q S S

1/1

1) Qual o resto de $2x^5 - 3x^3 + 2x + 1$ por $x - 2$ em $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}[x]$

Qual o representante da classe do Resto no conjunto $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$?

2) Para que $n = k$, $x - 1$ é um fator de $x^3 + 2x^2 + x + k$ em $\mathbb{Q}[x]$.

3) Encontre todos os primos ímpares para os quais $x - 2$ é um fator de $x^4 + x^3 + x^2 + x$ em $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}[x]$.

4) Construa um exemplo para mostrar que o algoritmo da divisão não é verdadeiro em $\mathbb{Z}[x]$.

5) Dê um exemplo de um polinômio $f(x) \in \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}[x]$ não nulo, tal que todo elemento de $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}[x]$ é raiz.

6) A soma que a_0, a_1, \dots, a_m são elementos distintos num corpo F e que $b_0, b_1, \dots, b_m \in F$. Seja

$$f(x) = \sum_{k=0}^m \frac{b_k (x-a_0) \cdots (x-a_m)}{(a_k - a_0) \cdots (a_k - a_m)}$$

Calcule $f(a_j)$.

7) Escreva um polinômio $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ tal que $f(1)=2$, $f(2)=3$, $f(3)=-1$.

8) Expresse o mdc dos seguintes polinômios sobre \mathbb{Q} como expressão linear dos mesmos.

a) $x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ e $x^2 - 5x + 6$

b) $x^4 + 3x^2 + 2$ e $x^5 - x$

9) Verifique que $x^3 - 3$ é irredutível em $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}[x]$ e em $\mathbb{Q}[x]$.

10) Quantos polinômios mônicos irredutíveis de grau 2 sobre $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ existem?

11) Prove que $\mathbb{Z}[\sqrt{-3}] = \{a + b\sqrt{-3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$

é um subanel de \mathbb{C} .

Mostre que $4 = 2 \cdot 2 = (1 - \sqrt{-3})(1 + \sqrt{-3})$

Mostre que os únicos divisores

de 2 ou de $1 - \sqrt{-3}$ ou $1 + \sqrt{-3}$

são 1 e -1 . Diga qual o

comportamento diferente dos inteiros você observa em $\mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$?