

Nome:

Número USP:

1. A função quadrática $f(x, y) = x^2 + 4xy + 2y^2$ tem um ponto de sela na origem. Escreva a função na forma $f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ e encontre uma mudança de variáveis u, v tal que $f = \alpha^2 u^2 - \beta^2 v^2$.

2. Para quais valores de a e b as matrizes A e B são definidas positivas:

$$A = \begin{pmatrix} a & 2 & 2 \\ 2 & a & 2 \\ 2 & 2 & a \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & b & 8 \\ 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Se $A = Q\Lambda Q^T$ é definida positiva, então $R = Q\sqrt{\Lambda}Q^T$ é a raiz quadrada de A . Em cada um dos casos abaixo calcule R e verifique que $R^2 = A$

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 6 \\ 6 & 10 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$$

4. Se A é definida positiva e C é invertível, mostre que $C^T A C$ também é definida positiva.