# Lista de Exercícios 4

Fundamentos de Astronomia - AGA0215

Data de entrega: 04/06/2019

## Espectro e estrutura estelar

1)Temos que quatro H se combinam para gerar um hélio. Além disso, 1 u $= 931,4940954\ MeV/c^2$. Logo

$$\Delta m = 3753,0883253\ MeV/c^2 - 3728,40129747\ MeV/c^2 \approxeq 24,7\ MeV/c^2$$

Como $E = \Delta mc^2$

$$E = 24\ MeV$$

2) Na SP vale

$$\frac{L}{L_\odot} = (\frac{M}{M_\odot})^4$$

e

$$\frac{t}{t_\odot} = (\frac{M_\odot}{M})^3$$

então

$$\frac{M}{M_\odot} = (\frac{L}{L_\odot})^{1/4}$$

Daí

$$\frac{t_{SP}}{t_\odot} = (\frac{L}{L_\odot})^{-3/4}$$

3) Do item anterior,

$$t = (\frac{L}{L_\odot})^{-3/4}\, t_\odot = (10^4)^{-3/4} \times\ 10^{10} yr$$

Logo a idade é de 10 milhões de anos.

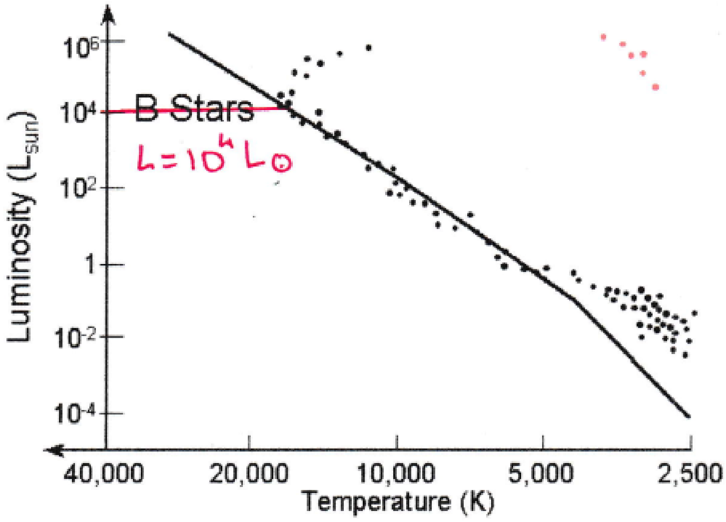



Figura 1: Aglomerado de Estrelas na Sequência Principal.

4) Estrela: índice 1; Planeta: índice 2

$$a = a_1 + a_2$$

$$\rightarrow a_1 = 0,026" \times 1,83pc = 0,04758\text{UA}$$

Temos que, no CM,

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \tag{1}$$

a 3a lei de Kepler reduzida é

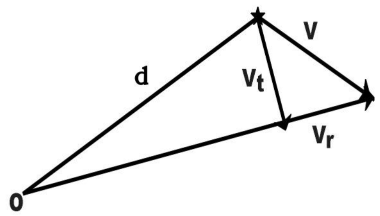
$$m_1 + m_2 = \frac{(a_1 + a_2)^3}{P^2} \tag{2}$$

Usando (1) em (2) para eliminar $m_2$,

$$P^2 m_1 (1 + \frac{a_1}{a_2}) = (a_1 + a_2)^3$$

Substituindo os valores e resolvendo numericamente obtemos que a única solução fisicamente correta é $a_2 = 4,35$UA. Então $m_2 = 1,5 \cdot 10^{-3} M_\odot$

5)




(a) Do efeito Doppler

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \rightarrow v_r = \frac{656,034nm - 656,28nm}{656,28nm} 3 \cdot 10^8 ms^{-1}$$

$$v_r = -1,12 \cdot 10^5 ms^{-1} \approx -112 \ km/s$$

(b) Temos que

$$v_t = d\mu = \frac{\mu['' /ano]}{p['']} pc/ano$$

Relembrando alguns resultados importantes,

$$\begin{cases} \mu[rad/ano] = \frac{\mu['' /ano]}{206265['' /ano]} \\ 1pc = 206265\text{UA} \\ 1\frac{UA}{ano} = 4,74km/s \end{cases}$$

Logo

$$v_t = 4,74 \frac{\mu['' /ano]}{p['']} km/s = 89,4km/s$$

(c)

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_t^2} = 143,3km/s$$

6) Como $g = \frac{GM_\odot}{R_\odot^2}$, então

$$\frac{g}{g_0} = \frac{274ms^{-1}}{9,81ms^{-1}} \approxeq 28$$

7) Note que, do ex. (1), a eficiência dessa reação é de aprox. 0,007 (razão entre a massa do hélio e a massa de quatro prótons; essa diferença de massa é que deve ser liberada na forma de energia.) Como apenas 10% da estrela tem condições favoráveis, a energia que poderia ser liberada é

$$E = 0,10 \times 0,007 \times M_\odot \times c^2 = 1,26 \cdot 10^{44} J$$

Assumindo que a luminosidade do Sol é constante

$$t = \frac{E}{L_\odot} \approxeq 3,2 \cdot 10^{17}\ s \approx 10^{10}\ anos$$

8) Equação do equilíbrio hidrostático:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{\rho(r)GM(r)}{r^2}$$

da equação da continuidade de massa

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi\rho r^2 \to M(r) = \int_0^r 4\pi\rho s^2 ds$$

$$M(r) = \int_0^r 4\pi\rho_c(1 - \frac{s}{R})s^2 ds = 4\pi\rho_c(\frac{r^3}{3} - \frac{r^4}{4R})$$

Substituindo na equação do equilíbrio hidrostático:

$$\frac{dP}{dr} = -4\pi G\rho_c^2(1 - \frac{r}{R})(\frac{r}{3} - \frac{r^2}{4R})$$

Integrando, obtemos

$$P(r) = P_c - 4\pi G\rho_c^2(\frac{r^2}{6} - \frac{7r^3}{36R} + \frac{r^4}{16R^2})$$

9) Do módulo de distância

$$r = 10^{\frac{m-M}{5}+1} = 10^{\frac{\mu}{5}+1}$$

Logo, a incerteza associada deve ser (propagação de incertezas)

$$\sigma_r = \frac{dr}{d\mu}\ \sigma_\mu$$

$$\sigma_r = \frac{1}{5}\ \ln(10)\ 10^{\frac{\mu}{5}+1}\ \sigma_\mu = \frac{1}{5}\ \ln(10)\ r\ \sigma_\mu$$

Então

$$\frac{\sigma_r}{r} = 0,46\ \sigma_\mu = 0,14$$

10) a)

$$\Delta m = -2,5\log(\frac{L_{min}}{L_{max}}) = -2,5\log(\frac{4\pi R_{min}^2 \sigma T_{min}^4}{4\pi R_{max}^2 \sigma T_{max}^4})$$

Como o raio não varia,

$$\frac{T_{min}^4}{T_{max}^4} = 10^{-0,4} \rightarrow T_{min} = 10^{-0,4/4} T_{max} = 3574K$$

b) Se a temperatura se mantém constante,

$$\frac{R_{min}^2}{R_{max}^2} = 10^{-0,4} \rightarrow \frac{R_{min}}{R_{max}} = 0,63$$