

Lista de exercícios - Geofísica Matemática

Equações Diferenciais Parciais

Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Universidade de São Paulo
Departamento de Geofísica

1. Sabendo-se que a solução geral da EDP $u_{xx} + 2u_{xt} + u_{tt} = 0$ é

$$u(x, t) = x \cdot \varphi(x - t) + t \cdot \psi(x - t)$$

onde φ e ψ são funções arbitrárias, determine a solução particular sujeita a condição inicial $u(x, 0) = e^{-x}$ e a condição de contorno $u(0, t) = \cos \omega t$.

2. $u(x, t)$ é solução da equação de onda $u_{tt} = a^2 u_{xx}$ e representa a oscilação de uma corda de comprimento L fixa em ambas as extremidades. Sabendo-se que inicialmente $u(x, 0) = A \sin(\pi x/L)$ e encontra-se em repouso (ou seja, $u_t(x, 0) = 0$), determine a expressão para $u(x, t)$.
3. A partir da fórmula de D'Alembert, represente graficamente a evolução da propagação de uma onda $u(x, t)$ nos instantes $t = 0, 4, 8$ s sabendo-se que

$$u(x, 0) = \begin{cases} 1 & \text{se } -1 \text{ m} < x < 1 \text{ m} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e que a velocidade de propagação da onda é $a = 1$ m/s.

4. Uma barra de metal de comprimento L possui temperatura inicial $u(x, 0) = f(x)$ dado por

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } 0 < x < L/2 \\ L - x & \text{se } L/2 < x < L \end{cases}$$

Sendo que a temperatura nas extremidades da barra é mantida em zero e considerando que a temperatura varia no tempo seguindo a equação de difusão $u_t = cu_{xx}$, determine $u(x, t)$.