Eletromagnetismo I

Prof. Raul Abramo - 2° Semestre 2015

Preparo: Gilson Ronchi

Aula 22

Magnetismo na matéria: Paramagnetismo, diamagnetismo e ferromagnetismo

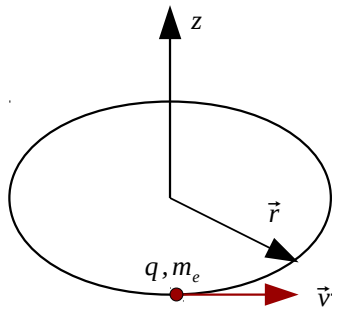
Alguns materiais são atraídos para a região em que o módulo do campo magnético é maior, enquanto outros materiais são "repelidos" para a região em que o módulo do campo magnético é maior.

- Materiais atraídos: paramagnéticos
- Materiais repelidos diamagnéticos

Todas as formas de magnetismos são fenômenos quânticos (teorema de Bohr–van Leeuwen, 1911). E todos os materiais possuem algum grau de diamagnetismo, e alguns outros (nos quais os átomos apresentam algum momento de dipolo magnético) também possuem paramagnetismo – sendo este último geralmente mais intenso e ocultando o efeito diamagnético.

Diamagnetismo é aproximadamente independente da temperatura, enquanto o paramagnetismo depende sensivelmente da temperatura. Esses dois fenômenos tem origem na estrutura eletrônica dos átomos, e na propriedade de spin dos elétrons.

Momento magnético e momento angular



$$
\begin{aligned}
\vec{m} &= \underbrace{\frac{q}{T}}_{I}\underbrace{\left(\pi r^2 \hat{z}\right)}_{\vec{S}} = \frac{q\pi r^2}{\frac{2\pi}{\nu}}\hat{z} \\
&= \frac{q\nu r}{2}\hat{z} \\
\vec{L} &= m r \nu \hat{z}
\end{aligned}
$$

Daí

$$\vec{m} = \frac{q}{2m}\vec{L}$$

Em particular para os elétrons

$$\vec{m}_e = -\frac{|e|}{2m_e}\vec{L}$$

Isso vale para o que chamamos de "momento angular orbital" e é válido inclusive na mecânica quântica. Porém, há um outro tipo de momento angular e momento de dipolo magnético que não possui análogo clássico: é o spin dos elétrons:

$$\left|\vec{L}\right| \to \left|\vec{S}\right| = \frac{1}{2}\hbar$$

$$\vec{m}_S = -\frac{|e|}{m_e}\vec{S}$$

Em geral

$$\vec{m}_S = -g\frac{|e|}{2m_e}\vec{L}$$

e

$$|\vec{m}_S| = \mu_B \equiv \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,27400968(20)\times 10^{-24}\ \mathrm{Am}^2$$

Precessão dos momentos magnéticos

Já vimos que

$$\vec{F}_B = q\vec{v}\times\vec{B} \to \vec{\tau} = \vec{m}\times\vec{B}$$

Mas

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{m}\times\vec{B}$$

Portanto,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = -\frac{g|e|B}{2m_e}\vec{L}\times\hat{B}$$

que dá origem a uma precessão do momento angular (precessão de Larmor). O período de

precessão é

$$\omega_p = \frac{g\,|e|\,B}{2m_e}$$

Mas podemos escrever $\left|\vec{L}\right| = m_e\,|\vec{r}\times\vec{v}| = m_e\omega r^2$, e, portanto

$$\begin{aligned}\vec{m}_p &= -\frac{g\,|e|\,B}{2m_e}m_e\left(\frac{g\,|e|\,B}{2m_e}\right)\left\langle r^2\right\rangle\hat{B}\\ &= -\frac{g^2e^2}{4m_e}\left\langle r^2\right\rangle\vec{B}\end{aligned}$$

onde $\left\langle r^2\right\rangle$ é o "raio médio" do elétron.

Portanto, o campo magnético acaba por gerar um momento de dipolo na mesma direção, mas com sentido oposto!

$$\vec{M} = \frac{d\,\langle\vec{m}\rangle}{dV} = \frac{d\vec{m}}{dV} \propto -\vec{B}$$

Diamagnetismo

$$\begin{aligned}U_B &= -\vec{m}\cdot\vec{B}\\ \vec{F} &= -\nabla U\\ &= \nabla\left(\vec{m}\cdot\vec{B}\right)\end{aligned}$$

Para um corpo diamagnético macroscópico, $\vec{m} \propto -\mathscr{C}\vec{B}$

$$\boxed{\vec{F}_D = -\mathscr{C}\nabla\left(B^2\right)}$$

Paramagnetismo

Vamos agora considerar um momento de dipolo "pontual" e não algo como um elétron circulando entorno de um núcleo atômico. Temos então que

$$U_B = -\vec{m}\cdot\vec{B}$$

e o momento magnético é paralelo e na mesma direção do campo magnético, configuração de mínima energia.

De ocorre ainda que elétrons possuem um momento magnético intrínseco, chamado spin

$$\vec{m}_S = -\frac{|e|}{m}\vec{S}$$

e, portanto, quando sujeito a um campo magnético externo, esse momento tende a se alinhar com $\vec{B}$. Porém, num átomo multieletrônico é comum mais de um elétrons estarem ocupando a mesma

camada eletrônica, e nesse caso, o princípio da exclusão de Paulo dita que os spins desses elétrons devem ser opostos, o que cancela o momento magnético de spin total do par.

Somente quando temos um elétron único na camada, o momento magnético de spin do elétron vai tender a se alinhar com $\vec{B}$, dando origem ao paramagnetismo. Isso também explicar o porque do paramagnetismo ser sensível à temperatura: o alinhamento dos elétrons é afetado por choques na rede cristalina, o que tende a diminuir o alinhamento quanto a temperatura cresce.

Teoria de Lagevin do Ferromagnetismo

Por fim, devemos mencionar que o ferromagnetismo também é um efeito causado pelo alinhamento desses mesmos momentos de dipolos, contudo, tal fenômeno é caracterizado por possuir intensidade dipolar muito maior. Em linhas gerais, o alinhamento dos dipolos magnéticos é tão forte que o momento de dipolo resultante é mantido, mesmo após o desligamento da perturbação que os originou ser desligada. Os exemplos mais comuns talvez sejam o de perdas por histerese em transformadores e a magnetização espontânea. Esta última pode ser apresentada da seguinte forma:

A energia de um único dipolo magnéticona presença de um campo $\vec{B}$ externo é:

$$U(\theta) = -\vec{m}\cdot\vec{B} = -m(\theta)P(\theta)\cos\theta,$$

e a probabilidade de medirmos um dipolo magnético em um determinado ângulo θ em um material com N dipolos é

$$P(\theta) = \frac{2\pi}{N}\operatorname{sen}\theta e^{U(\theta)/k_B T}$$

onde k_B a constante de Boltzmann e T a temperatura. Observe ainda que esta probabilidade está devidamente normalizada.

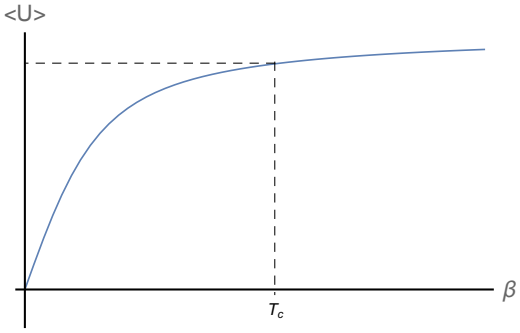
Desta forma, o valor esperado da magnetização é:

$$\langle\vec{m}\cdot\vec{B}\rangle = \int d\theta\, m(\theta)P(\theta)\cos\theta = \frac{2\pi m}{N}\int_{-1}^{1} dx x e^{-\beta}$$

onde $x = \pm\cos\theta$.

$$\langle\vec{m}\cdot\vec{B}\rangle = m\left(\coth\beta - \frac{1}{\beta}\right) = \mathscr{L}(\beta)$$

onde $\beta = mB/(k_B T)$ e $\mathscr{L}(\beta)$ é chamada de função de Langevin.



A figura ao lado esboça o comportamento da função de Langevin, onde T_C é chamada temperatura de Curie, um limear de temperatura além do qual o resfriamento do material resulta apresenta magnetização espontânea.