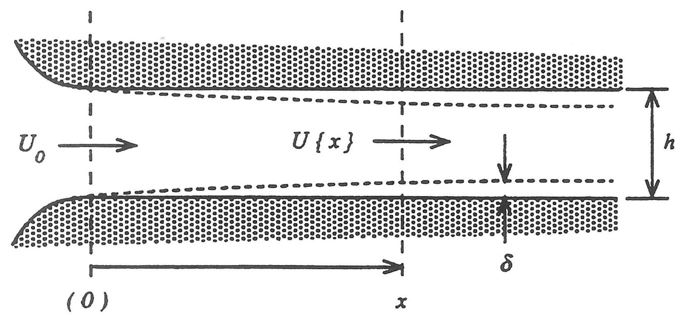
2^a PROVA DE PME2330 – T02 - Mecânica - 17/5/2016

1^a Questão(5,0 pontos): Um túnel de vento tem altura h e largura (na direção ortogonal ao plano da figura) b, com $b >> h$, de forma que o escoamento pode ser considerado bidimensional, acontecendo no plano figura. Na entrada do túnel a velocidade e a pressão são U_o e p_o. O escoamento pode ser considerado incompressível. Ocorre o desenvolvimento da camada limite ao longo das paredes superior e inferior. O desenvolvimento dessa camada limite causa uma variação na velocidade $U(x)$ ao longo do centro do túnel. A camada limite é laminar, e pode ser aproximada pelo perfil:

$$\frac{u}{U} = sen\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)$$

Desprezando a princípio a variação de pressão ao longo do túnel, obtenha uma expressão para a espessura da camada limite ao longo da parede do túnel $\delta(x)$ (2,0 pontos) e obtenha expressões para a velocidade $U(x)$ (2,0 pontos) e a pressão $p(x)$ (1,0 ponto) ao longo do centro do túnel como função de U_o, h, x e das propriedades do fluido ρ e ν.

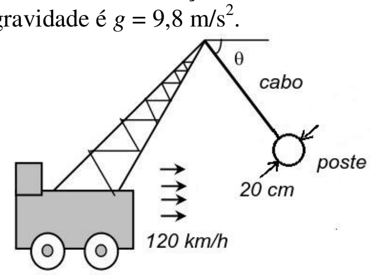


Dados:

Espessura de Deslocamento $\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$ Espessura de Quantidade de Movimento $\theta = \int_0^\delta \left[\frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right)\right] dy$

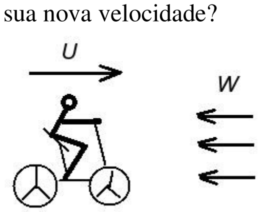
Equação integral de Von Kármán: $\frac{\tau_o}{\rho U^2} = \frac{c_f}{2} = \frac{d\theta}{dx} + \left(2 + \frac{\delta^*}{\theta}\right)\frac{\theta}{U}\frac{dU}{dx}$ Equação de Bernoulli: $\rho\frac{U^2}{2} + p = const$

2^a Questão (3,0 pontos): Um caminhão transporta a U = 120 km/h um poste cilíndrico suspenso por um cabo. O poste tem diâmetro D = 20 cm, comprimento L = 2 m, massa m = 15 kg e seu coeficiente de arrasto é C_A=1,2. Considere que o poste permanece perfeitamente horizontal e disposto transversalmente em relação à direção de deslocamento. Observando a figura, calcule a tensão no cabo e sua inclinação θ com a horizontal. Considere que a massa específica do ar é ρ = 1,1kg/m^3 e que a aceleração da gravidade é g = 9,8 m/s^2.



Dados: $F_A = \frac{1}{2}\rho U^2 A_{\text{frontal}} C_A$

3^a Questão (2,0 pontos): Um ciclista pedala por uma estrada sem vento com uma velocidade U = 12 m/s. O produto de seu coeficiente de arrasto por sua área frontal é $C_A A$ = 0,6 m^2. Em um dado momento, o vento (ρ = 1,2kg/m^3) começa a soprar na direção contrária de seu deslocamento com velocidade W = 7 m /s. Se o ciclista mantiver o mesmo gasto de potência de quando não havia vento, qual será sua nova velocidade?



GABARITO

1ª Questão(5,0 pontos):

A velocidade ao longo do centro do túnel é dada por:

$$U_o\,h = U\,(h - 2\delta) + 2\int_0^{\delta} u\,dy$$

Isso resulta:

$$U_o\,h = U\,h - 2\left(U\int_0^{\delta} dy - \int_0^{\delta} u\,dy\right)$$

Que também pode ser escrito:

$$U_o\,h = U\,h - 2U\int_0^{\delta}\left(1 - \frac{u}{U}\right)dy$$

Isso resulta:

$$U_o\,h = U\,(h - 2\delta^*)$$

Ou seja:

$$\boxed{U = \frac{U_o}{1 - 2\delta^*/h}} \quad \text{(I)}$$

Assim, o problema passa a ser determinar o desenvolvimento da camada limite e da espessura de deslocamento. Se, inicialmente, posso considerar que a variação de pressão ao longo do túnel é irrelevante, temos que:

$$\boxed{\frac{\tau_o}{\rho U^2} = \frac{d\theta}{dx}} \quad \text{(II)}$$

Do perfil de velocidades, podemos calcular a espessura de quantidade de movimento. Temos que:

$$\theta = \int_0^{\delta}\left[\frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right)\right]dy = \int_0^{\delta}\left[sen\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right) - sen^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)\right]dy$$

Podemos fazer:

$$\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta} = \eta \;;\; dy = \frac{2\delta}{\pi}d\eta$$

Com esse resultado, temos:

$$\theta = \frac{2\delta}{\pi}\int_0^{\pi/2}\left[sen\,\eta - sen^2\eta\right]\,d\eta$$

Lembrando agora que $sen^2\eta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\eta$:

$$\theta = \frac{2\delta}{\pi}\int_0^{\pi/2}\left[sen\,\eta - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\eta\right]\,d\eta$$

Integrando:

$$\theta = \frac{2\delta}{\pi}\left[-\cos\eta - \frac{1}{2}\eta + \frac{1}{4}sen2\eta\right]_0^{\pi/2}$$

Isso resulta:

$$\theta = \frac{2\delta}{\pi}\left\{\left[-\cos\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\frac{\pi}{2} + \frac{1}{4}sen\pi\right] - \left[-\cos 0 - \frac{1}{2}0 + \frac{1}{4}sen0\right]\right\} = \frac{2\delta}{\pi}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) = 0{,}1366\,\delta$$

Logo:

$$\boxed{\theta = 0{,}1366\,\delta} \quad \text{(III)}$$

A tensão de cisalhamento é dada por:

$$\tau_o = \mu \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0} = \mu\, U \frac{\pi}{2\delta}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)\right]_{y=0}$$

Logo:

$$\boxed{\tau_o = \mu \frac{\pi}{2}\frac{U}{\delta}} \quad \text{(IV)}$$

Substituindo (III) e (IV) em (II):

$$\nu \frac{\pi}{2}\frac{1}{U\delta} = 0{,}1366\frac{d\delta}{dx}$$

Isso resulta:

$$\delta\, d\delta = 11{,}5\frac{\nu}{U}dx$$

Que resulta:

$$\frac{\delta^2}{2} = 11{,}5\frac{\nu\, x}{U} + C$$

Como $\delta = 0$ para $x = 0$, temos que $C = 0$. Dividindo os dois lados da equação por x^2:

$$\frac{\delta^2}{x^2} = \frac{23}{\frac{Ux}{\nu}}$$

Tirando a raiz:

$$\boxed{\frac{\delta}{x} = \frac{4{,}8}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}}$$

A espessura de deslocamento é dada por:

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy = \int_0^\delta \left[1 - sen\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)\right] dy = \frac{2\delta}{\pi}\int_0^{\pi/2} (1 - sen\eta)\, d\eta = \frac{2\delta}{\pi}\left[\eta + \cos\eta\right]_0^{\pi/2}$$

Isso resulta:

$$\boxed{\delta^* = 0{,}3634\delta}$$

Ou seja,

$$\boxed{\frac{\delta^*}{x} = \frac{1{,}744}{\sqrt{\mathrm{Re}_x}}} \quad \text{(V)}$$

Substituindo (V) em (I):

$$\boxed{U = \frac{U_o}{1 - 3{,}488\dfrac{x}{h\sqrt{\mathrm{Re}_x}}}}$$

Para determinar a pressão devemos usar a equação de Bernoulli:

$$\rho\frac{U^2}{2} + p = \rho\frac{U_o^2}{2} + p_o$$

Que resulta:

$$p = p_o + \frac{\rho}{2}\left(U_o^2 - U^2\right) = p_o + \frac{\rho U_o^2}{2}\left[1 - \left(\frac{U}{U_o}\right)^2\right]$$

Substituindo a solução da velocidade:

$$\boxed{p = p_o + \frac{\rho U_o^2}{2}\left[1 - \left(\frac{1}{1 - 3{,}488\dfrac{x}{h\sqrt{\mathrm{Re}_x}}}\right)^2\right]}$$

2ª Questão (3,0 pontos):

A velocidade e a área frontal são dadas por:

$$U = \frac{120000}{3600} = 33{,}33 m/s$$

$$A_{\text{frontal}} = 0{,}2 \times 2 = 0{,}4 m^2$$

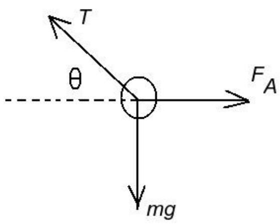
A força de arrasto é dada por:

$$F_A = \frac{1}{2} \times 1{,}1 \times 33{,}33^2 \times 0{,}4 \times 1{,}2 = 293{,}3 N$$

O peso é dado por:

$$m\,g = 15 \times 9{,}8 = 147\, N$$

A tensão no cabo é dada por:



$$T = \sqrt{F_A^2 + (mg)^2} = \sqrt{293{,}3^2 + 147^2} = 328N$$

O ângulo θ é dado por:

$$\cos\theta = \frac{F_A}{T} = \frac{293{,}3}{328} = 0{,}894 \Rightarrow \theta = 26{,}6^\circ$$

3ª Questão (2,0 pontos):

Na condição sem vento, a força de arrasto é dada por:

$$F_A = \frac{1}{2}\rho U^2 C_A A$$

A potência é dada por:

$$\dot{W} = F_A \times U = \frac{1}{2}\rho U^3 C_A A$$

Para os dados do Problema, temos:

$$\dot{W} = \frac{1}{2} \times 1{,}2 \times 12^3 \times 0{,}6 = 622W$$

Na condição com vento contrário, a força de arrasto é dada por:

$$F_A = \frac{1}{2}\rho (U + W)^2 C_A A$$

A potência é dada por:

$$\dot{W} = F_A \times U = \frac{1}{2}\rho (U + W)^2 U C_A A$$

Se a potência permanece a mesma, substituindo os dados do problema:

$$U^3 + 14U^2 + 49U - 1728 = 0$$

A única solução real é:

$$U = 7{,}84 m/s$$