

Cálculo de condutos



PMC 3222

Prof. Marcos Tadeu Pereira

2019

(Diversas figuras retiradas da internet sem identificação de origem)

Bibliografia adicional

Mémènto des Pertes de Charge (Handbook of Pressure Loss)
– I.E. Idelchick

Applied Fluid Dynamics Handbook – Robert Blevins

Atlas de Mecânica dos Fluidos – Rui C.C. Vieira

Fundamentals of Hydro and Aeromechanics – Prandtl/Tietjens

Applied Hydro and Aeromechanics – Prandtl/Tietjens

Cálculo de condutos - **Objetivos**

- Determinação de vazão, perda de carga, pressão e potência requerida para escoamento em dutos e suas singularidades (cotovelos, curvas, válvulas, “T”s, etc.);
- Projeto de instalações hidráulicas (água, ar, óleo, esgoto e efluentes, sucos, derivados de petróleo, gás natural, gases industriais);
- Projeto de instalações (salas limpas, sistemas de despoeiramento, chaminés, circuitos de fluidos);
- Seleção de máquinas de fluidos (bombas, turbinas, ventiladores, compressores, etc.).

A questão da eficiência energética

Sistema Cantareira

SISTEMA EQUIVALENTE

Volume útil máximo: **973,9 bilhões de litros** (973,9 hm³)

REPRESA
JAGUARI
Federal

REPRESA
JACAREÍ
Estadual

REPRESA
CACHOEIRA
Federal

REPRESA
ATIBAINHA
Estadual

REPRESA
PAIVA CASTRO
Estadual

REPRESA
ÁGUAS CLARAS
Estadual

ESTAÇÃO DE
TRATAMENTO
DE ÁGUA (ETA)
GUARAÚ
Sabesp

SÃO PAULO

Canal de ligação
que conecta as
duas represas

TÚNEL 7

TÚNEL 6

TÚNEL 5

TÚNEL 3

TÚNEIS
1 e 4

TÚNEL 2

RIO JACAREÍ

RIO CACHOEIRA

RIO ATIBAINHA

RIO ATIBAIA

RIO PIRACICABA

RIO JUQUERI

Bacias dos rios Piracicaba,
Capivari e Jundiá (PCJ)

Na Elevatória
Santa Inês, a água
é bombeada para
superar a Serra
da Cantareira

Transferência das
águas das bacias PCJ
para a do Alto Tietê

LEGENDA

RIOS DA **UNIÃO**
RIOS DE **SÃO PAULO**

Bacia do Alto Tietê

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (ANA)

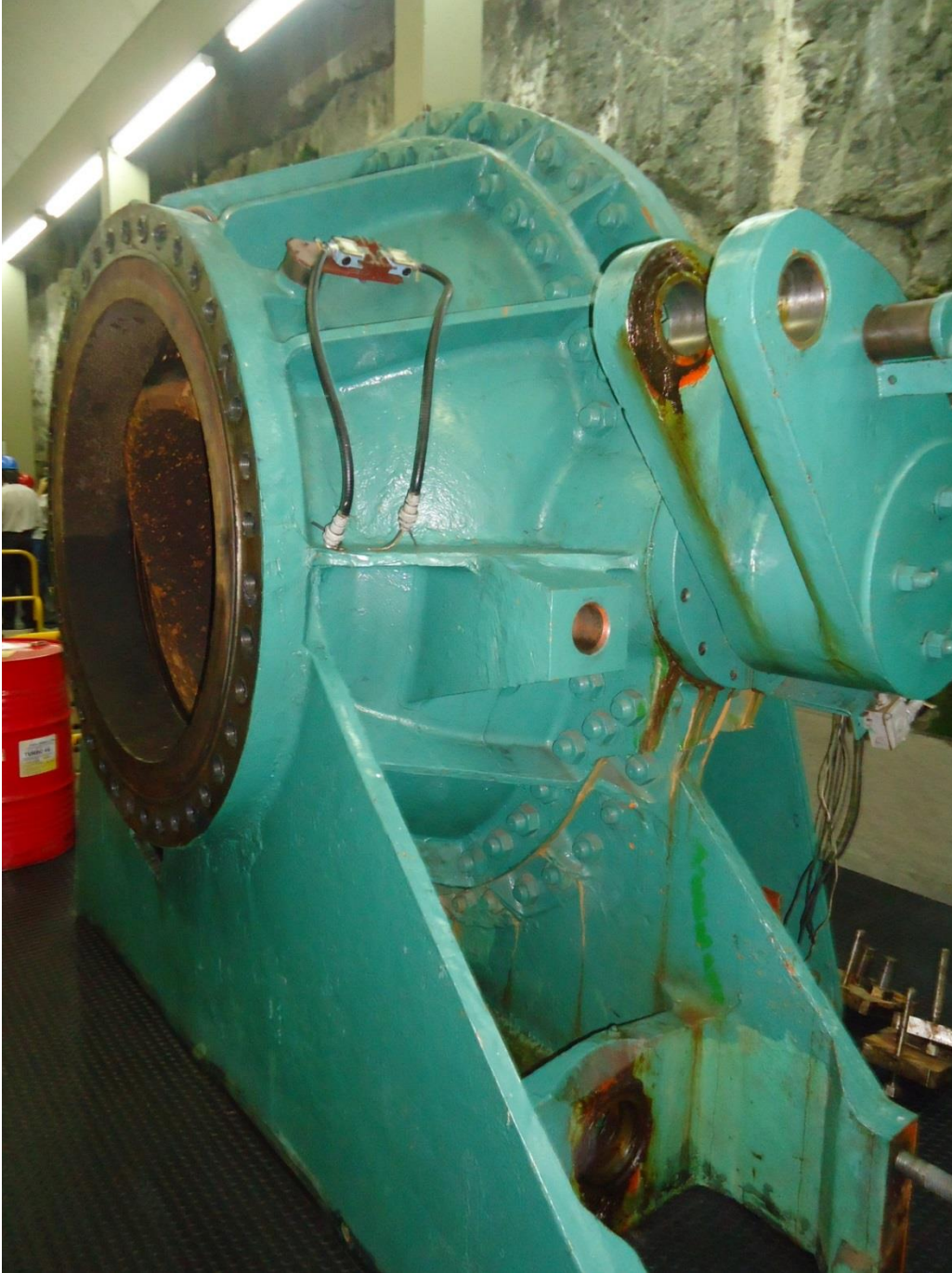
Sistema Cantareira e o volume morto sendo bombeado

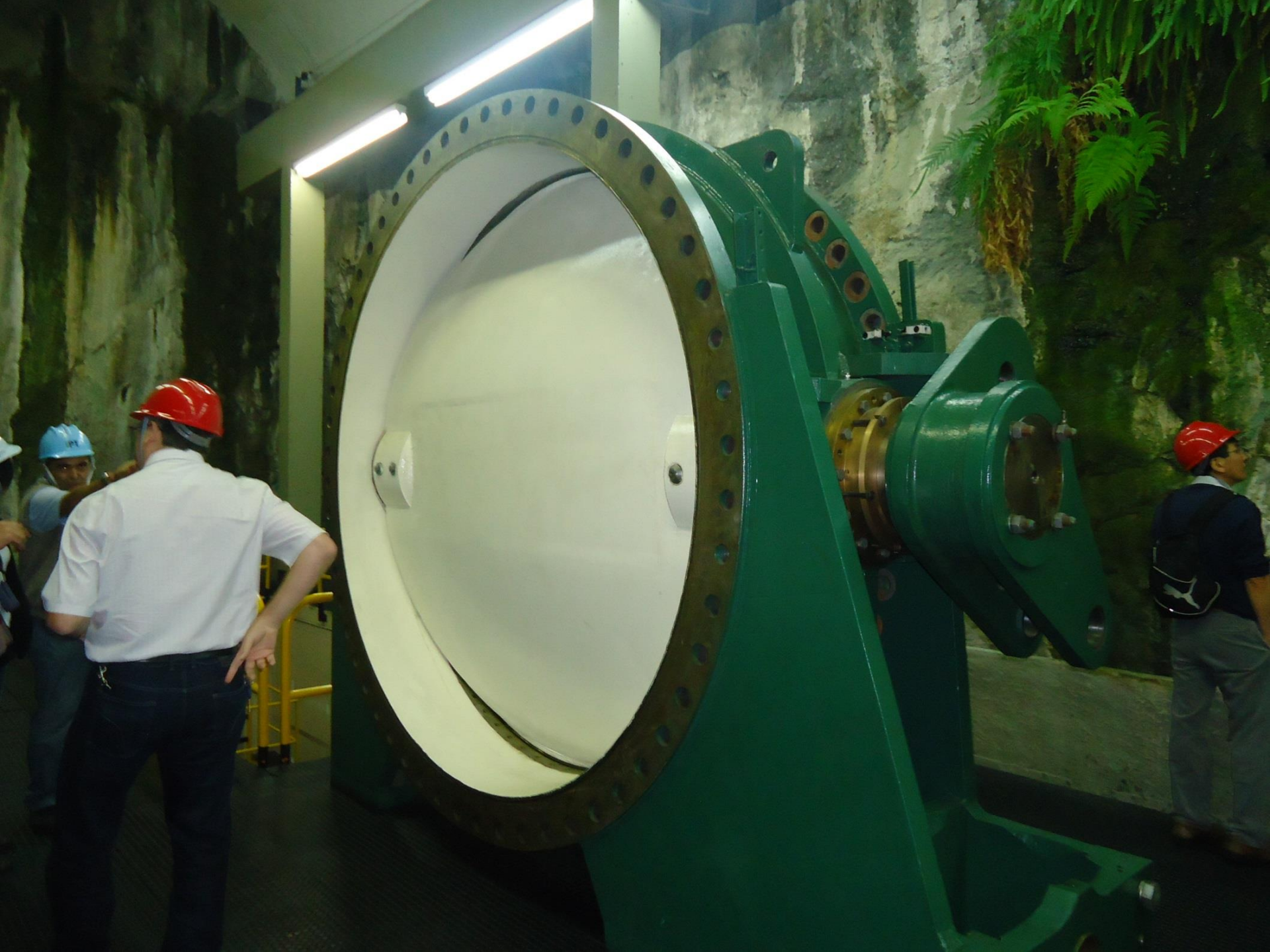


Sistema Cantareira e o volume morto sendo bombeado













PNEf : setor de saneamento brasileiro pode economizar **45%**, ($\sim 1,2\%$ do consumo total de energia elétrica).

90% disso é consumido por sistemas de bombeamento de água, esgoto e ar.



**Medidor tipo tubo Dall,
diâmetro 3.7 metros, vazão
33 m³/s. Trechos retos
menores que 10 D a
montante e 5D a jusante**





Medição com Pitot, vazão de $10 \text{ m}^3/\text{s}$

























Cálculo de condutos - **Método**

- **Análise dimensional;**
- **Equação da Continuidade** (Conservação da Massa na forma integral (volume de controle));
- **Equação da Energia Cinética** (na forma integral (volume de controle));
- **Equação da Quantidade de Movimento** (conservação de QDM na forma integral (volume de controle)).

Definições

Conduto, duto, tubulação, ~~cano~~

Conduto forçado: fluido inteiramente em contato com superfície interna do duto;

Conduto livre: líquido se acha parcial (em canais e dutos semi preenchidos) ou totalmente (jato livre) em contato com gás;

Raio Hidráulico $R_H = \frac{S}{\sigma} = \frac{\text{área da seção transversal}}{\text{perímetro molhado}}$

Diâmetro Hidráulico $D_H = 4 \frac{S}{\sigma} = 4R_H$

Alguns raios e diâmetros hidráulicos

Círculo (duto) com diâmetro geométrico D :

$$R_H = \frac{S}{\sigma} = \frac{\pi D^2 / 4}{\pi D} = \frac{D}{4} \rightarrow D_h = D$$

Duto com seção transversal retangular ($a \times b$):

$$R_H = \frac{ab}{2(a + b)} \rightarrow D_H = \frac{2ab}{a + b}$$

Se for quadrado, $D_H = a$

Observações:

Canais abertos: não conte a superfície livre, ***pois ela não contribui para atrito com as paredes.***

Se for canal retangular com largura “a” e nível do líquido “b”:

$$D_H = 4 \frac{ab}{a + 2b}$$

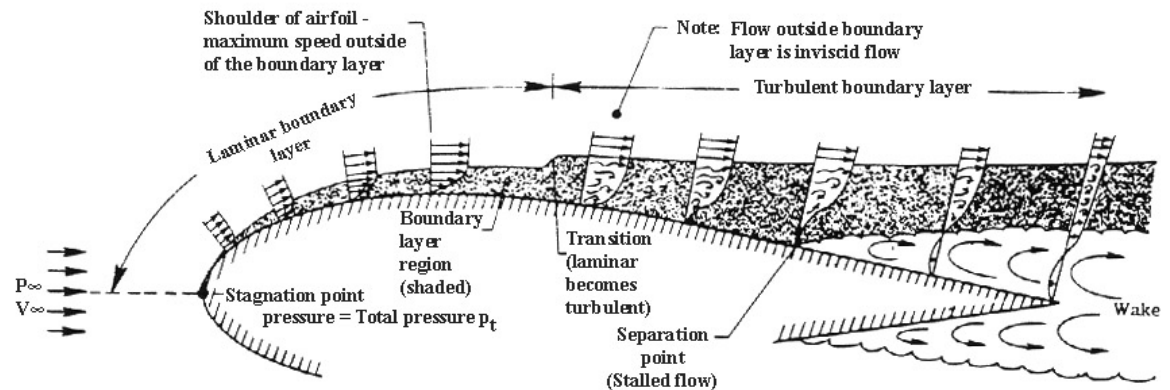
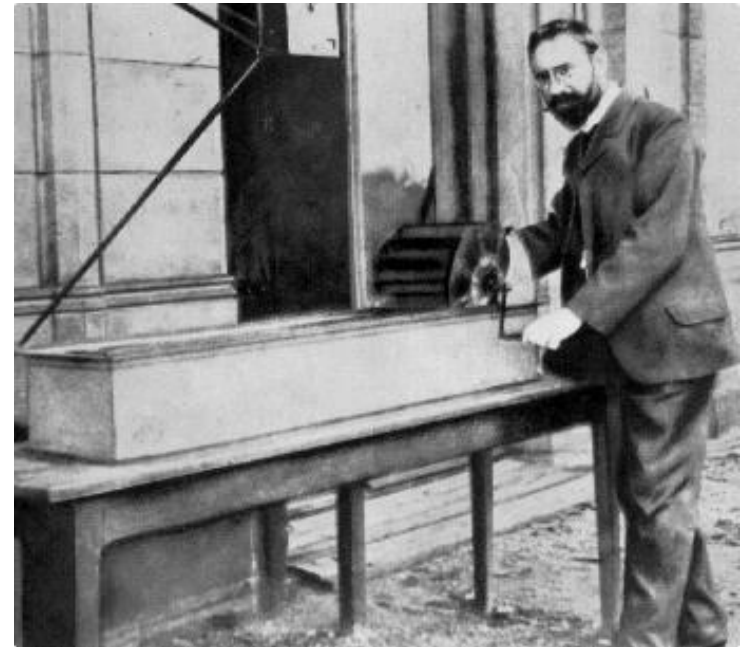
Se a=0, 15m e b=0,5m, então:

$$D_H = 4 * \frac{0,15 * 0,5}{0,5 + 2 * 0,15} = 0,375m \longleftrightarrow \text{duto circular } d = 0,375$$

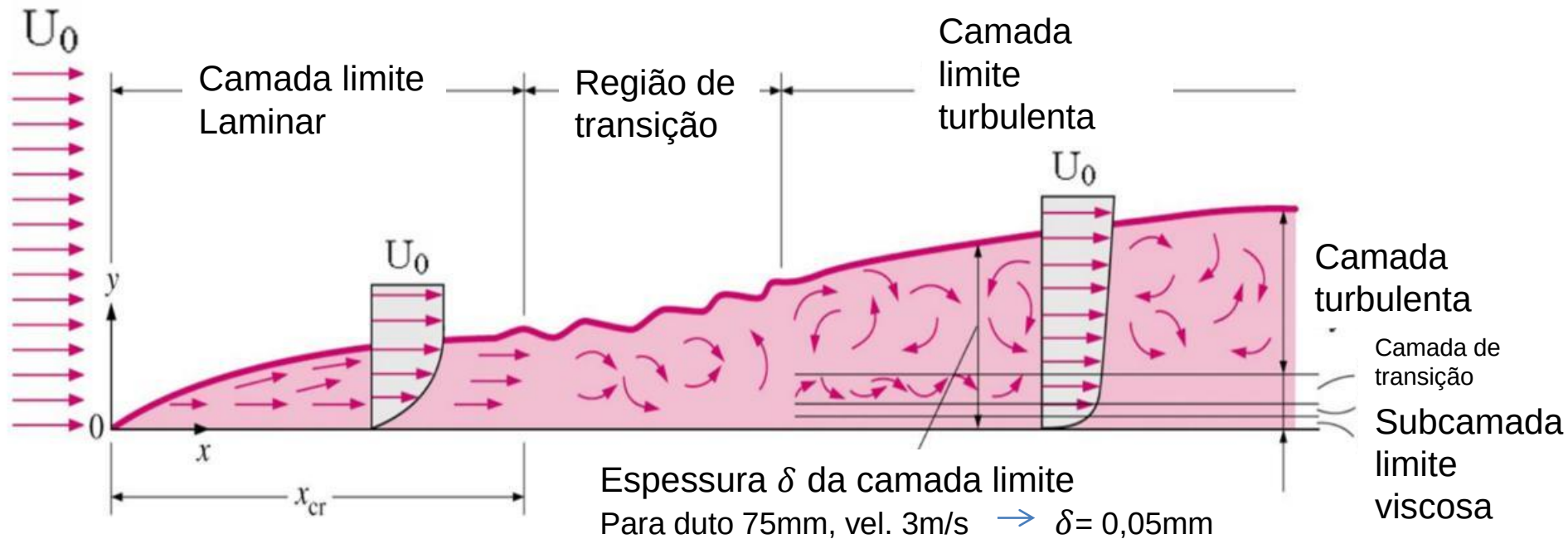
Ex: Prova  e túnel eletropaulo.

Ludwig Prandtl

Idealizador da “Teoria da Camada Limite” e mentor de von Kármán, Blasius, Nikuradse, Schlichting, von Braun e outros



Formação da Camada Limite

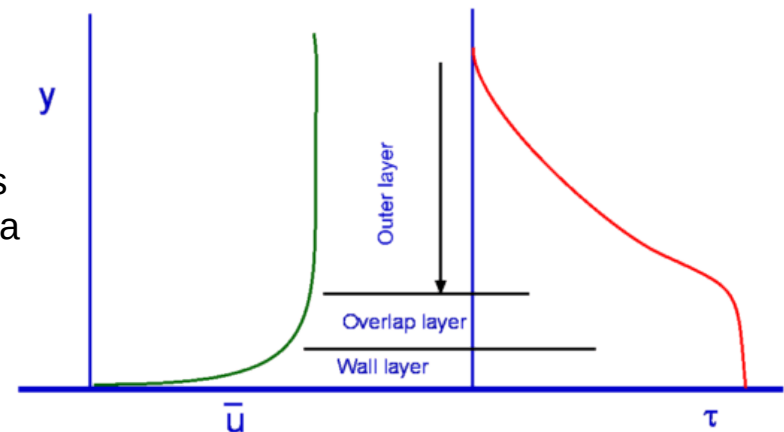


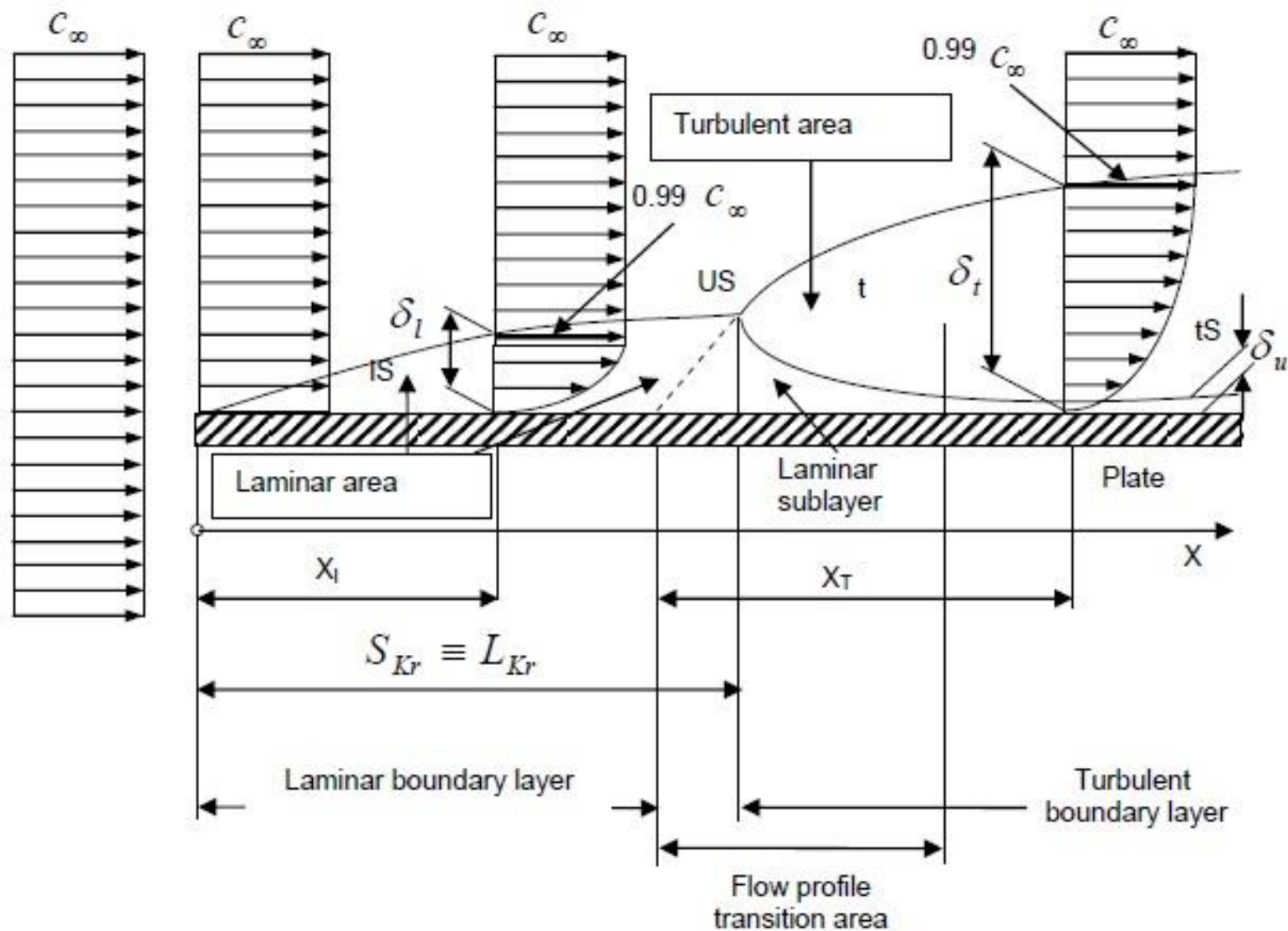
δ é definida onde $U = 0,99U_0$

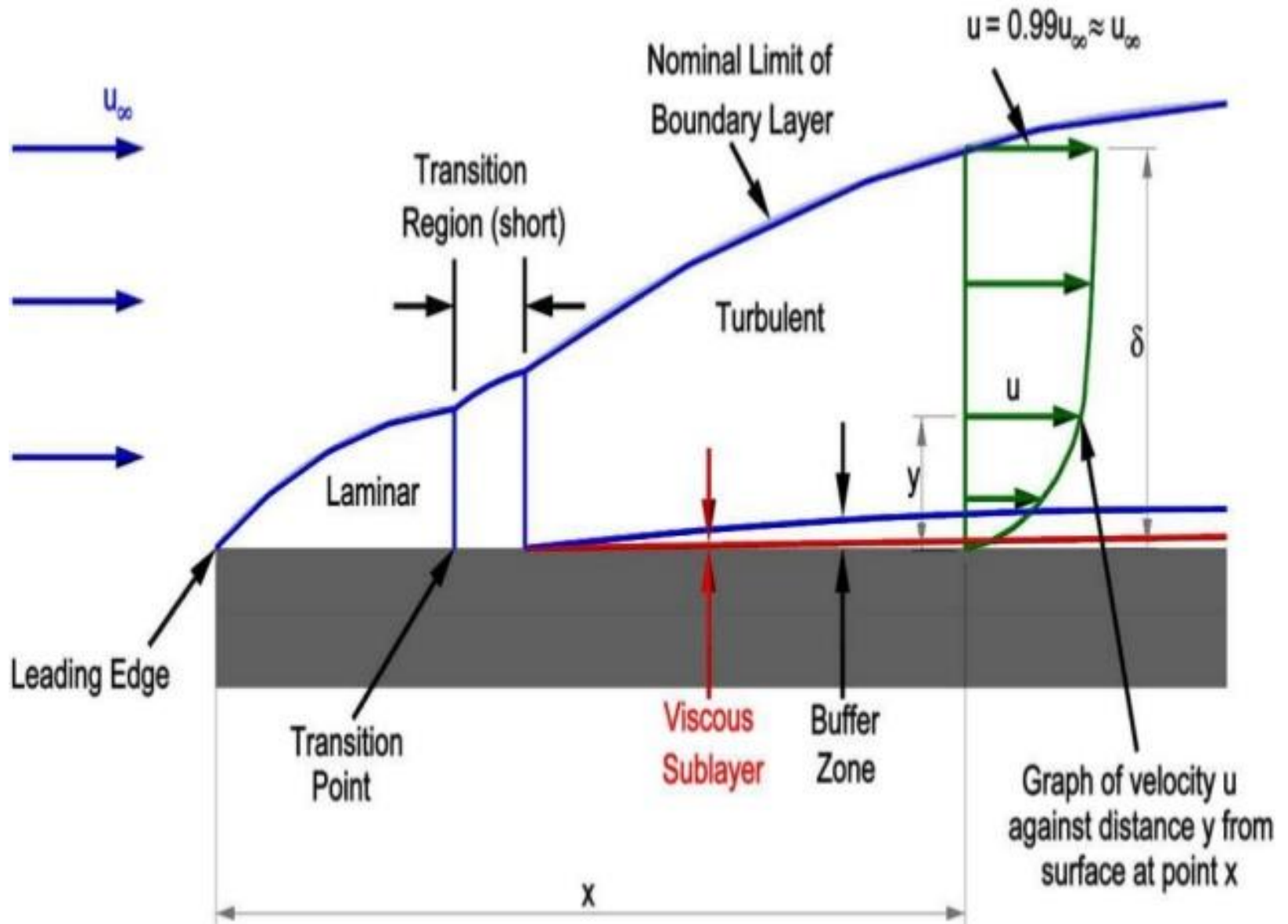
Subcamada limite viscosa- escoamento dominado por força de atrito viscosa.

Camada de transição(overlapping) – tensões viscosas laminares e turbulentas. O perfil de velocidades é dado pela lei logarítmica

Camada turbulenta: nesta camada u é independente da viscosidade.

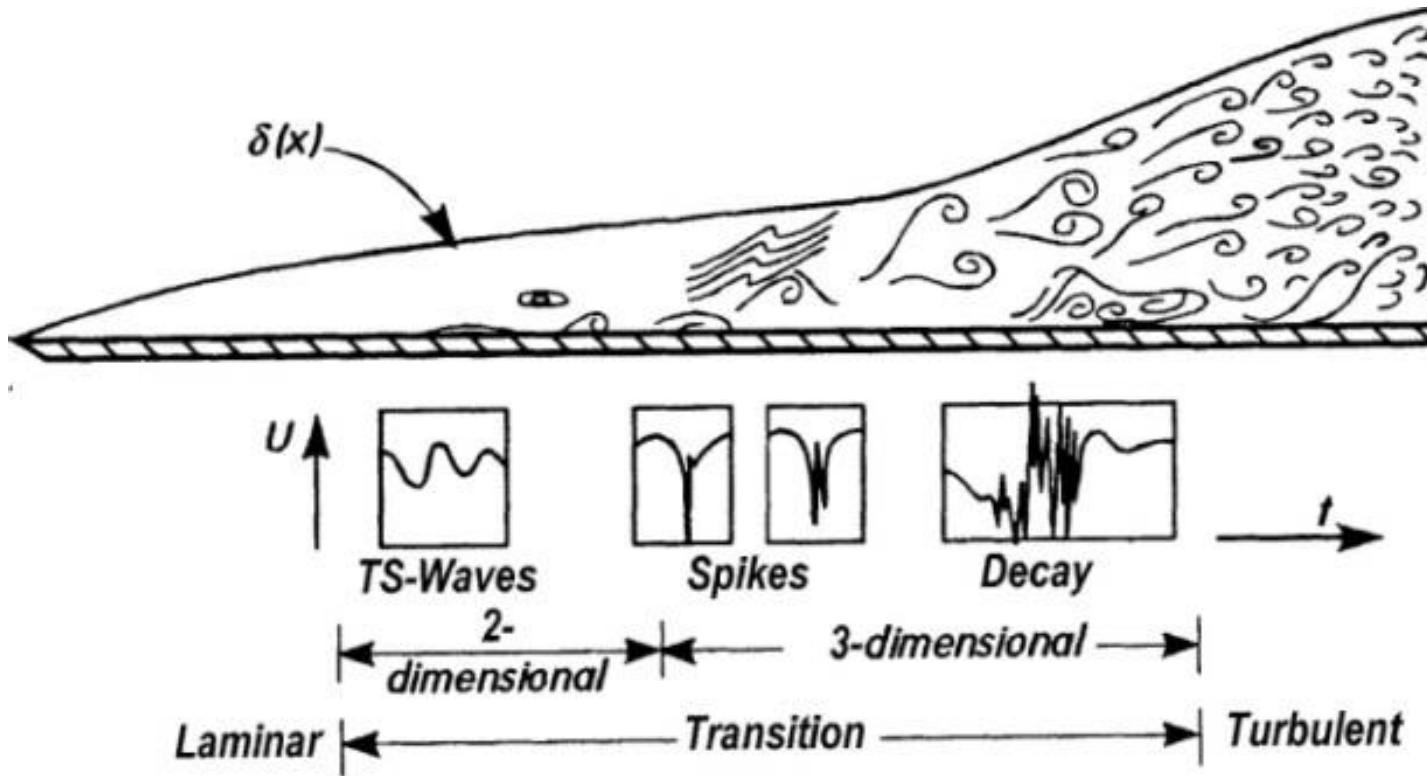






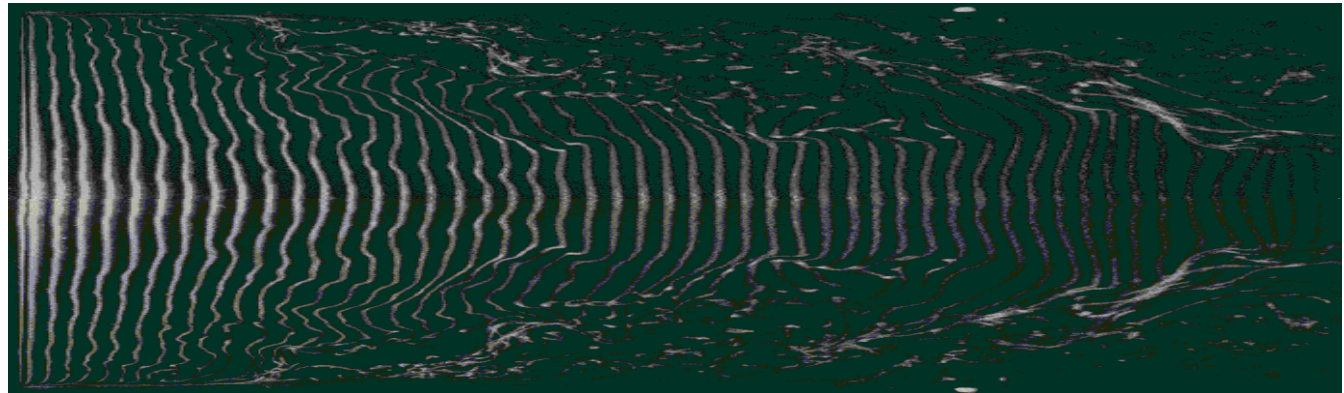
Escoamento laminar, regime estacionário,
incompressível, propr. constantes, dissipação
viscosa desprezível

$$\delta = 5 \sqrt{\frac{\mu l}{\rho U}} \text{ (Blasius)}$$



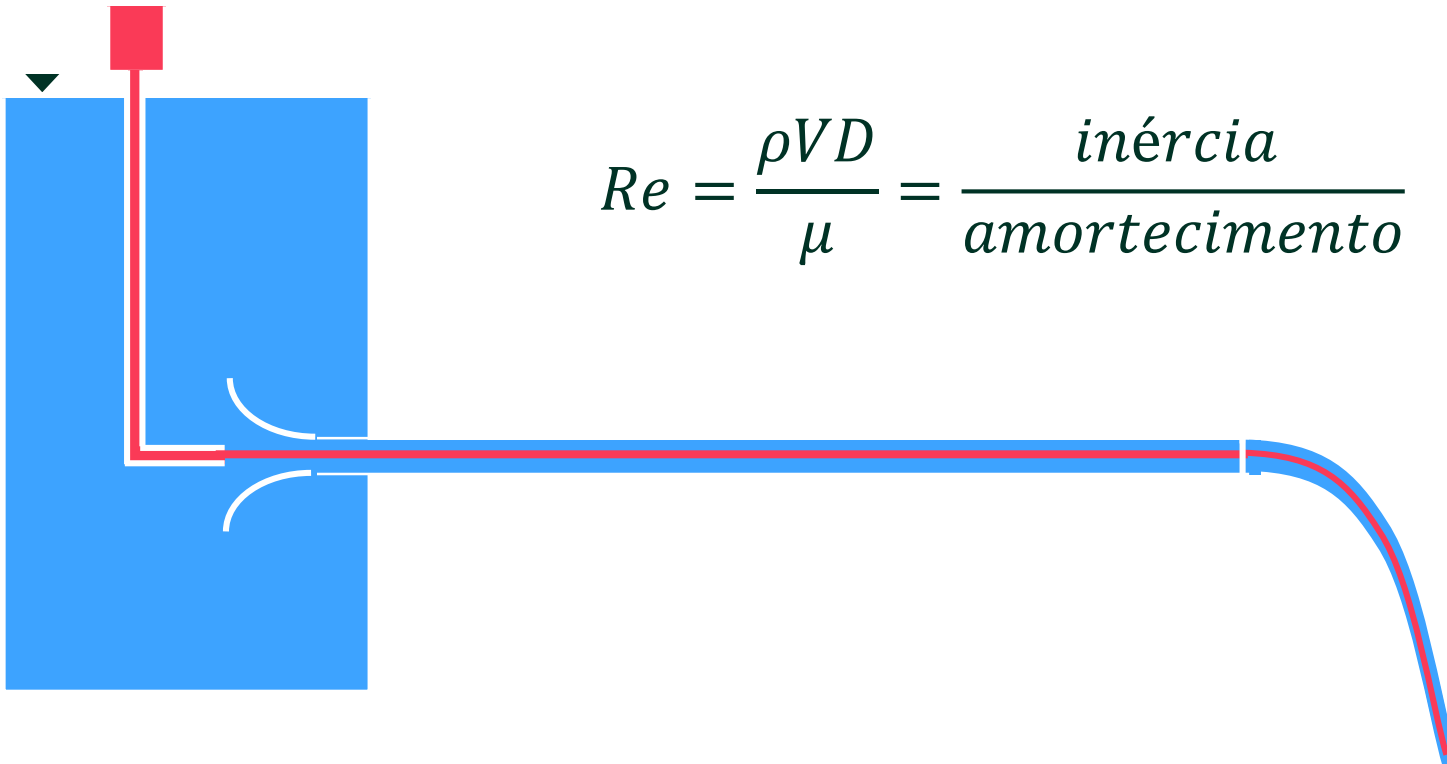
Crescimento da Camada limite: comprimento de transição

Entrada
do duto

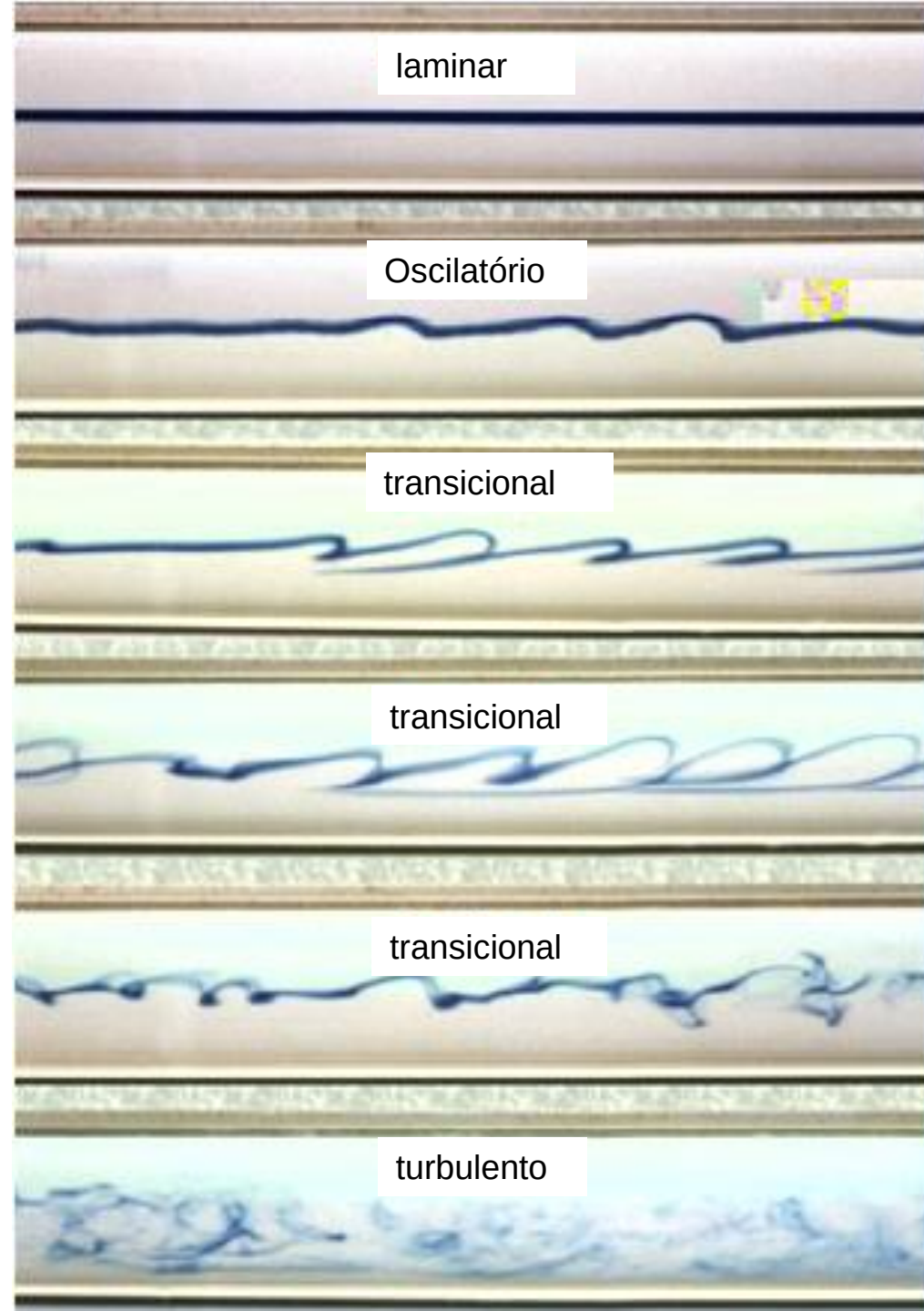


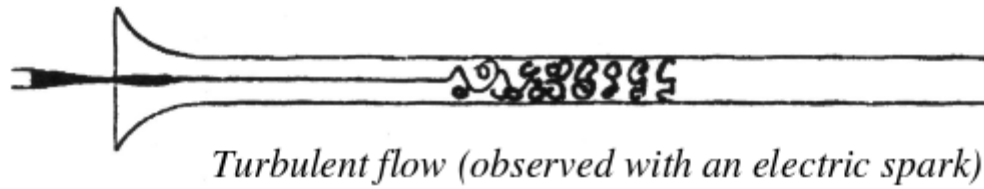
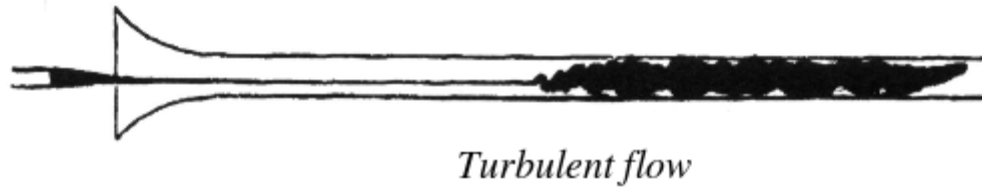
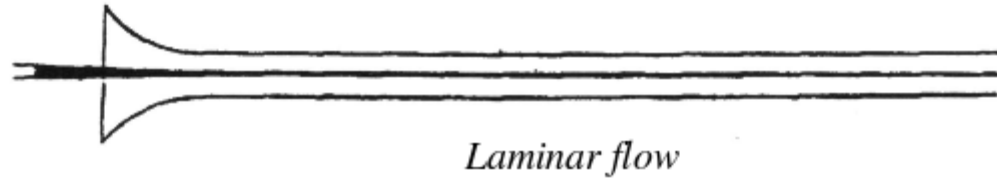
Experiência de Reynolds

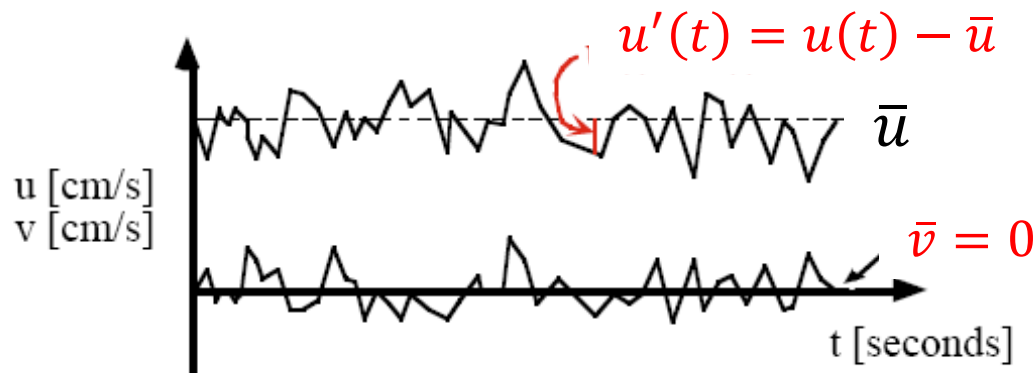
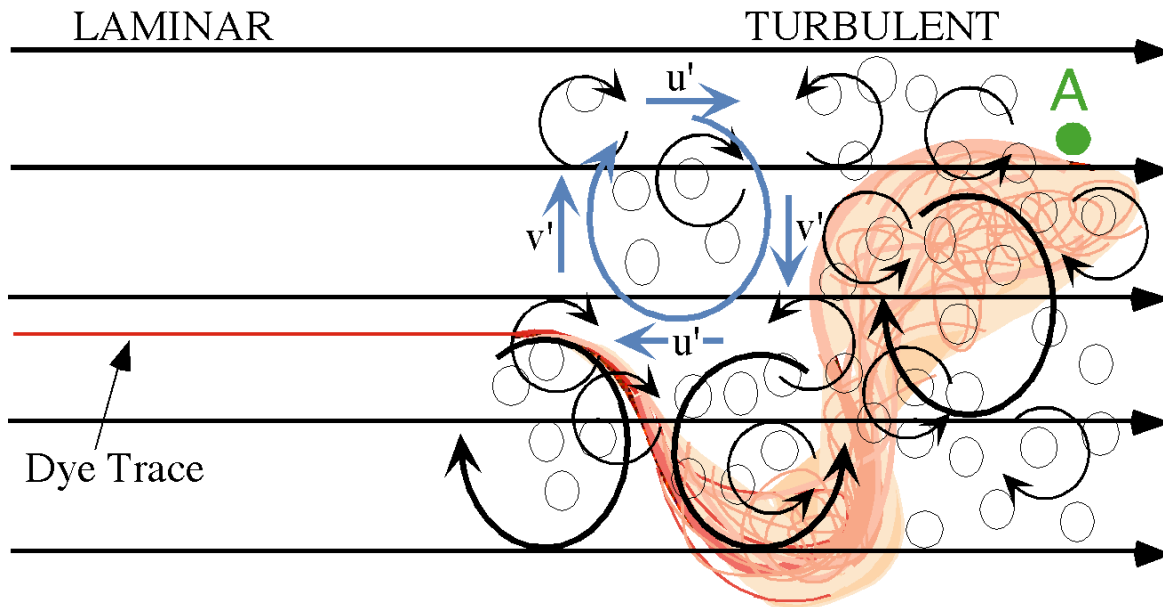
Forma do filete de tinta



Experimento de Reynolds – escoamentos laminar, na transição e turbulento







No ponto A:

$$u(t) = \bar{u} + u'(t)$$

$$v(t) = \bar{v} + v'(t)$$

= média + flutuação turbulenta

Osborne Reynolds, 1883

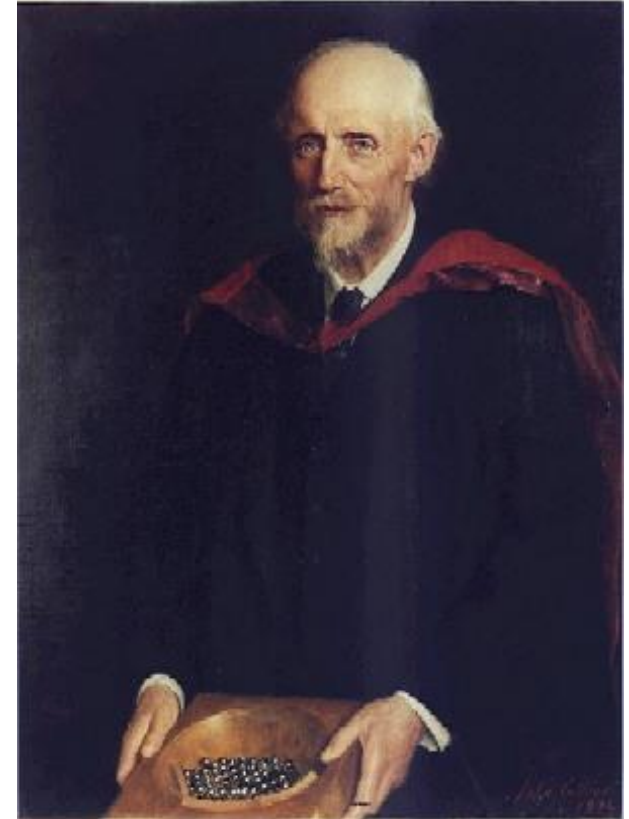
$$\mathbf{Re} = \frac{VD}{\nu}$$

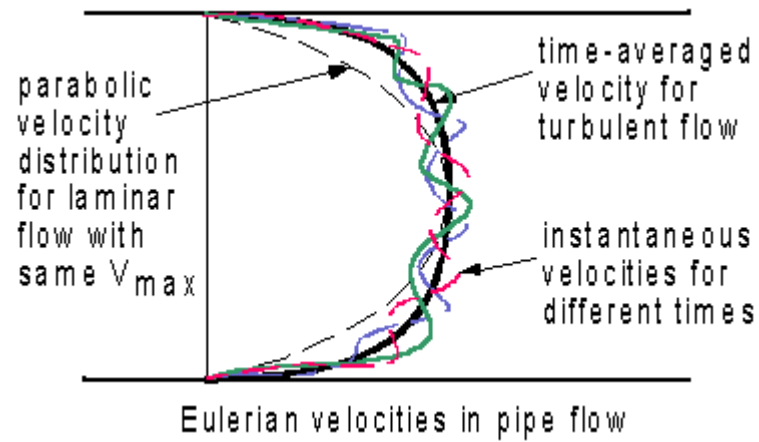
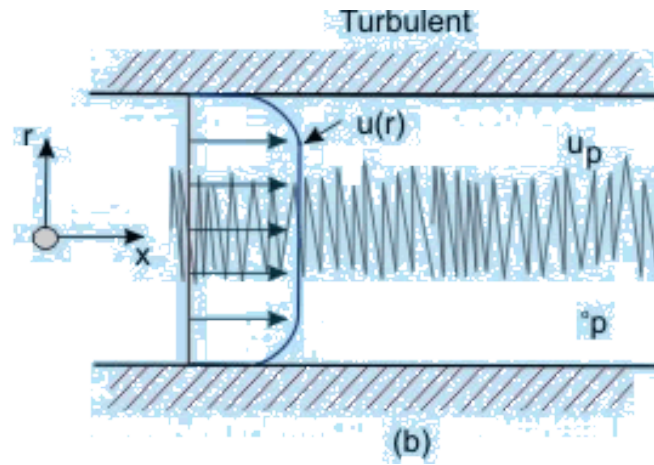
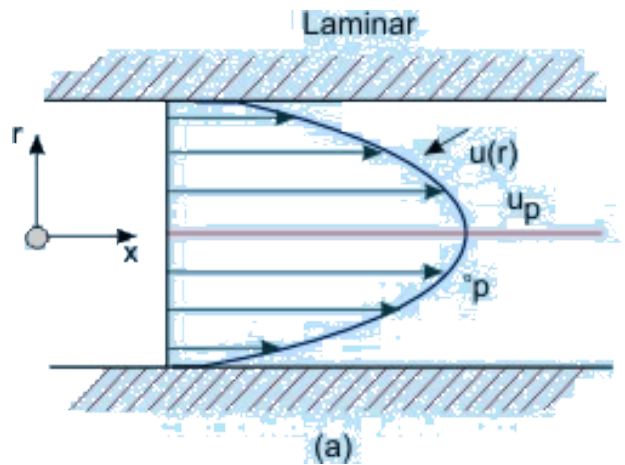
Laminar < 2,000

2,000 > Transição > 4,000

Turbulento > 4,000

$$f = \frac{64}{\mathbf{Re}} \quad \textit{Escoamento laminar}$$





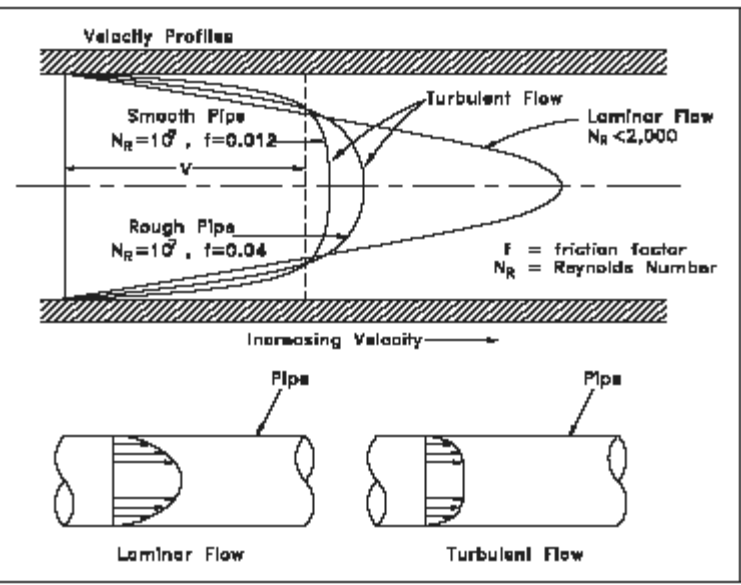
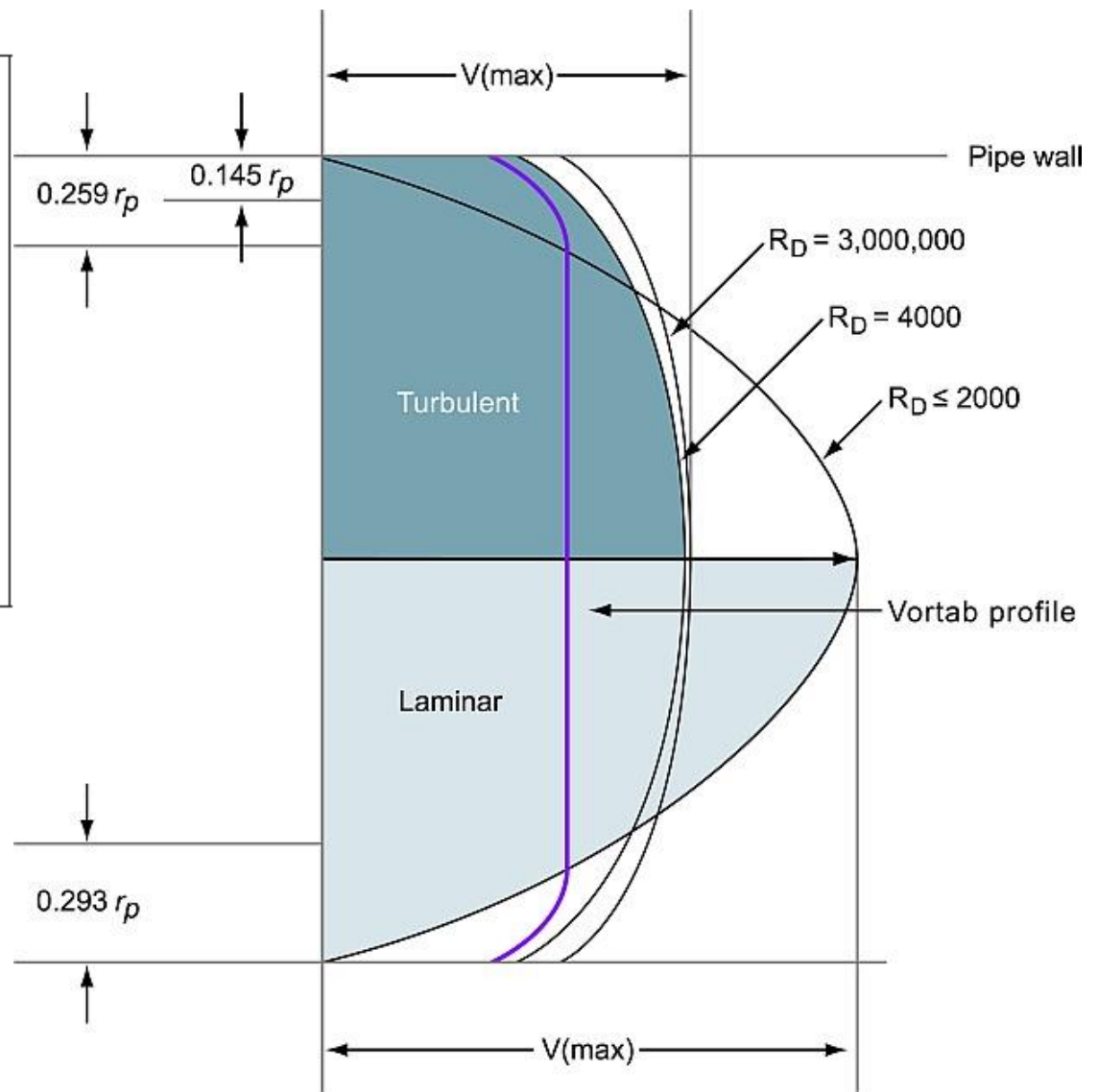
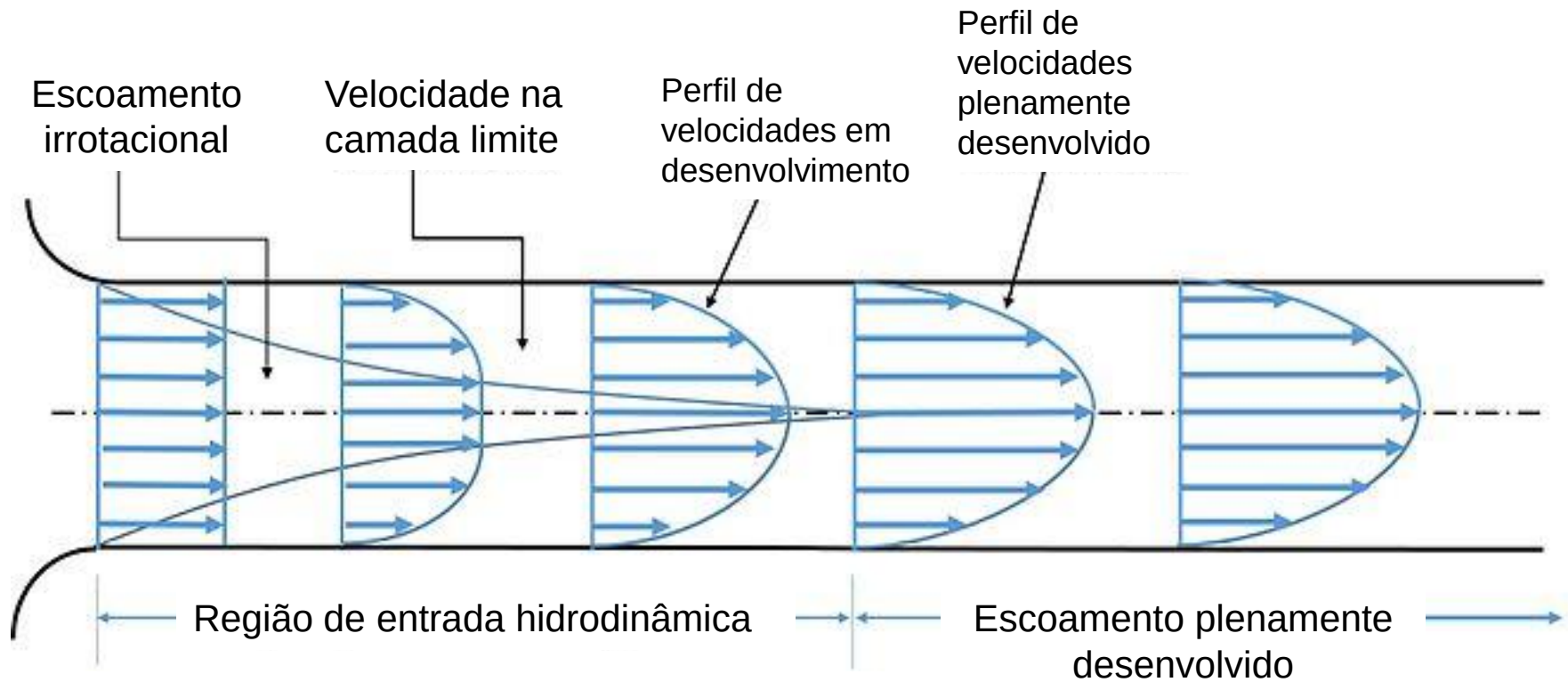


Figure 5 Laminar and Turbulent Flow Velocity Profiles



Escoamento Laminar, $Re < 2300$



O perfil forma uma parábola $V = V_{max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$

$$V_{max} = 2V_{\infty} \quad \alpha = 2 \quad \beta = 4/3$$

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta P}{128 \mu L} \quad \text{Equação de Poiseuille, escoamento laminar}$$

Classificação dos regimes de escoamento em função do número de Reynolds:

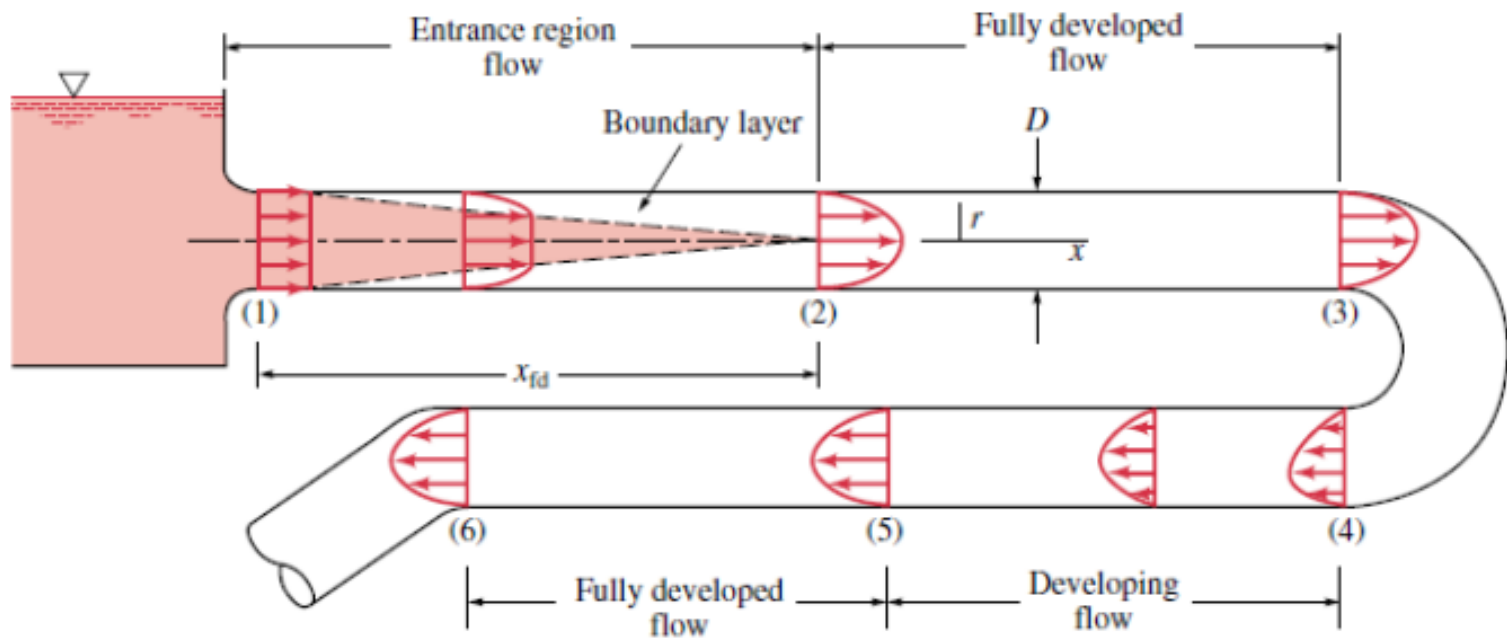
Escoamento **laminar**: $Re < 2100$;

Escoamento de **transição**: $2100 < Re < 4000$;

Escoamento **turbulento**: $Re > 4000$;

Na prática adota-se escoamento turbulento para $Re > 2100$.

Comprimento de entrada é a distância necessária para que $V(x; r)$ deixe de ser função de x e passe a ser apenas função de r , como $V(r)$.



$$x_{fd} = 0,06 \cdot D \cdot Re \text{ (escoamento laminar)}$$

$$x_{fd} = 4,4 \cdot D \cdot Re^{1/6} \text{ (escoamento turbulento)}$$

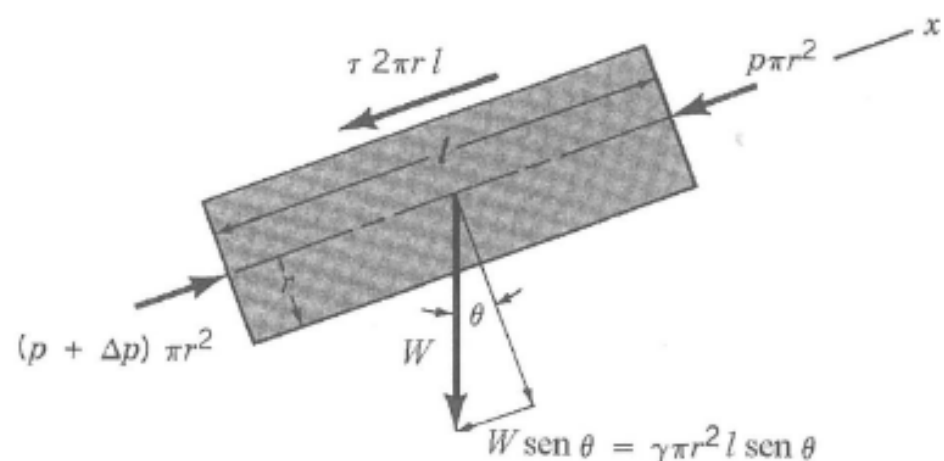
Escoamento Laminar, $Re < 2300$

Para duto horizontal:

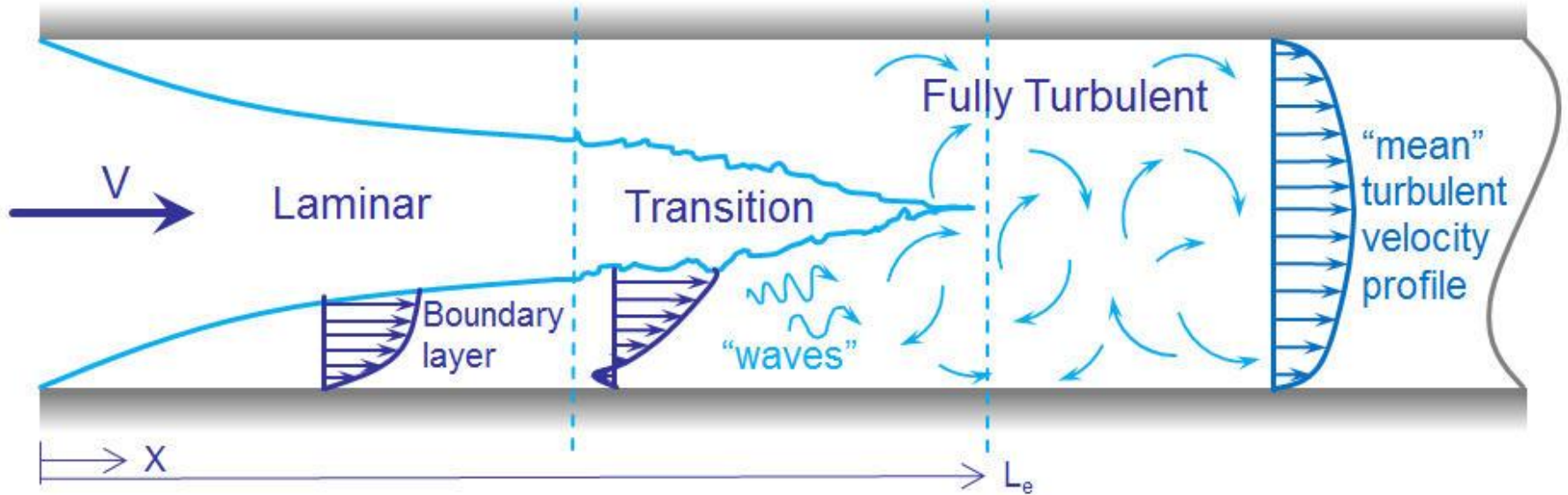
$$\Delta P = \frac{8\mu LV}{R^2} = \frac{32\mu LV}{D^2}$$

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta P}{128\mu L} \quad \text{Equação de Poiseuille}$$

Caso o tubo seja inclinado (ver figura) o ajuste a ser feito é bastante simples: onde há Δp_L , substitui-se por $\Delta p_L - \gamma.L.\text{sen}\theta$, sendo $\theta > 0$ para escoamento ascendente ou $\theta < 0$ para escoamento descendente. Outro modo é usar o termo $\Delta p_L - \gamma.L.\text{sen}\theta$ mas usar o ângulo θ medido a partir da direção Ox positiva no sentido anti-horário. Neste segundo caso não há necessidade de se preocupar com o sinal de θ .



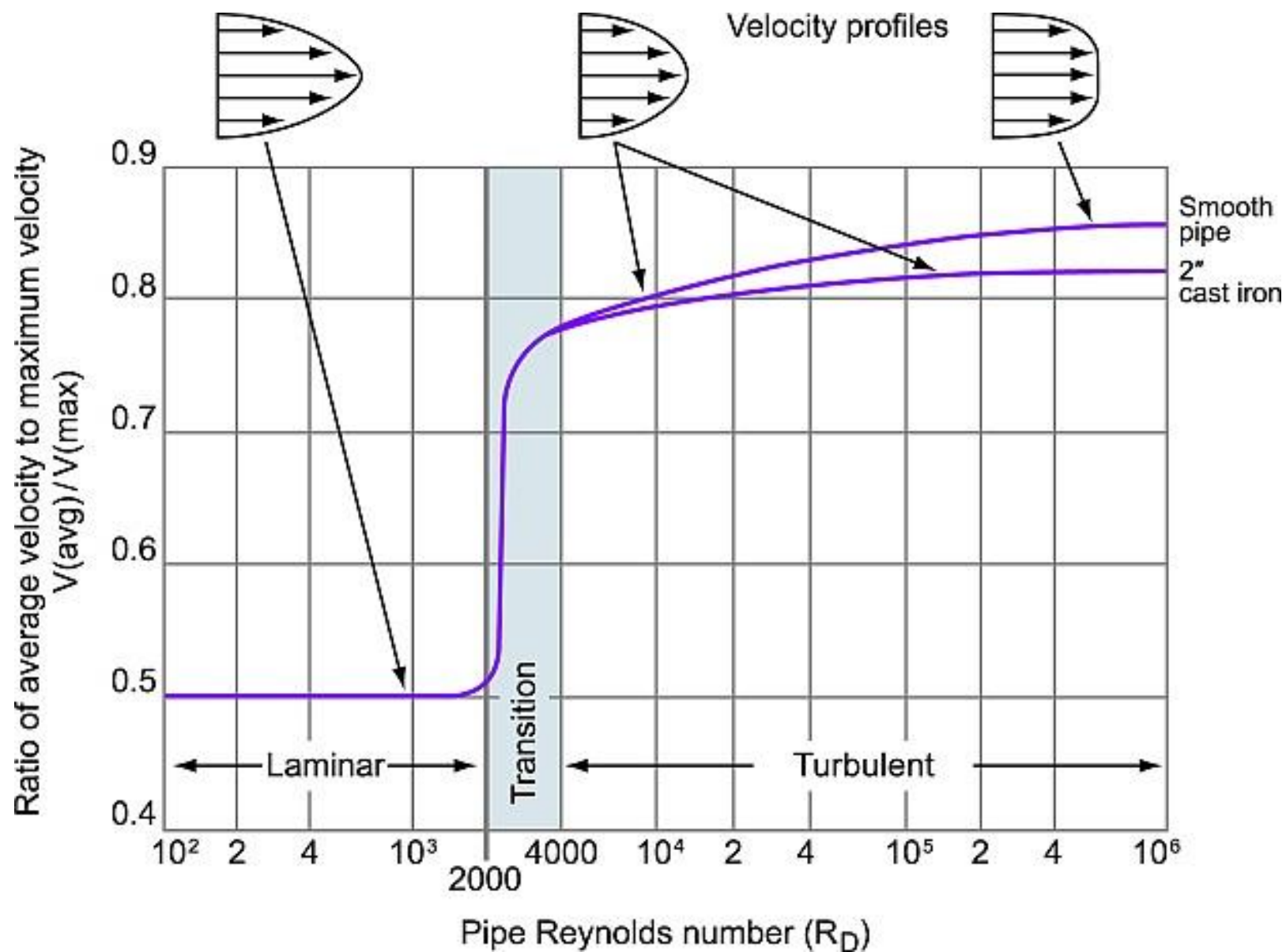
Escoamento turbulento em dutos



Observar o comprimento de entrada L_e e o fluxo reverso na parede

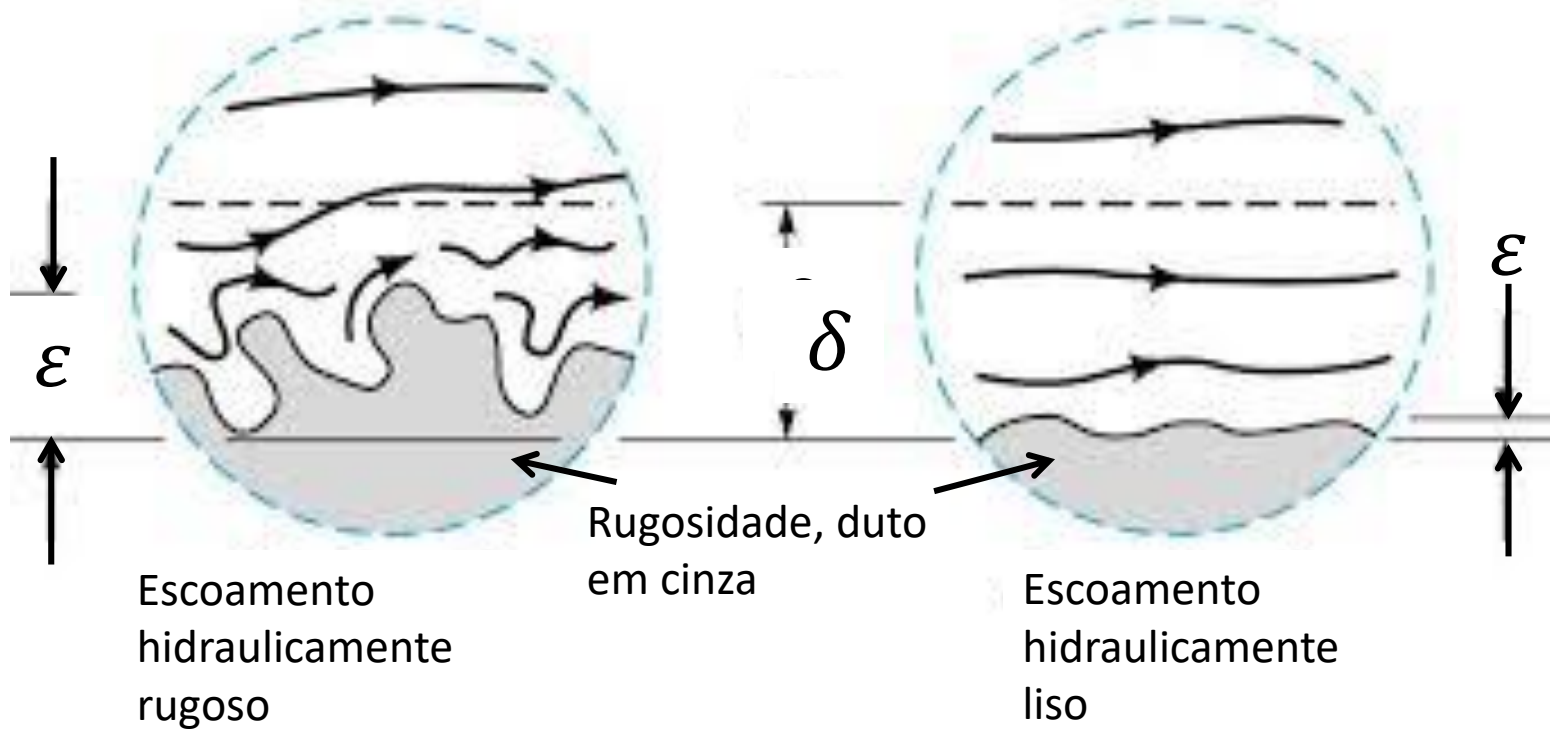
$$V = V_{max} \left(\frac{R - r}{R} \right)^{\frac{1}{n}} \quad n \text{ aumenta com } Re \text{ e para } Re < 10^5, n = 7$$

$$\alpha = 1 \quad \beta = 1$$



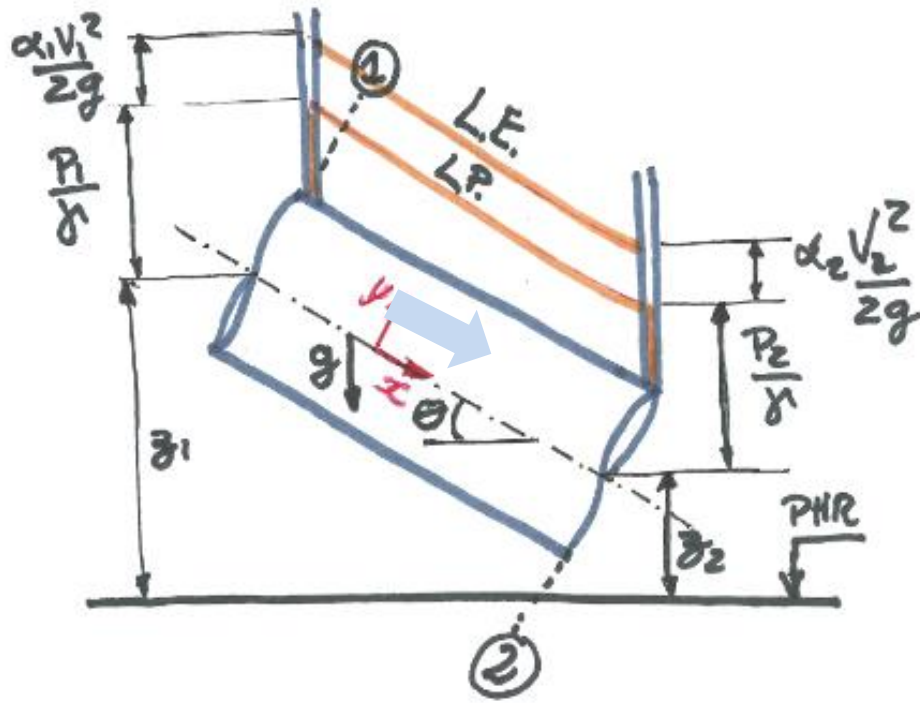
ε rugosidade equivalente

δ espessura da camada limite



Significado físico da viscosidade

- Viscosidade é uma manifestação macroscópica de interações intermoleculares e sempre leva à dissipação viscosa.
- Todos os fenômenos envolvendo viscosidade são irreversíveis.



Escoamento de 1 para 2

Escoamento em conduto circular

- Regime permanente
- Fluido incompressível
- Escoamento isotérmico
- Escoamento dinamicamente estabelecido
- Propriedades uniformes em 1 e 2
- $w_m = 0$
- $w_{cisalhamento} = 0$, pois embora τ_p exista, a velocidade é nula na parede

1) Equação da Continuidade

A vazão mássica é dada por $\dot{m} = \rho_1 V_1 s_1 = \rho_2 V_2 s_2$

E, como o duto tem seção transversal constante e o fluido é incompressível em regime permanente:

$$V_1 = V_2$$

2) Equação da Energia Cinética para regime permanente

Define-se carga em uma seção i como $H_i = \left(\frac{\alpha_i V_i^2}{2g} + \frac{P_i}{\gamma} + z_i \right)$

$$H_1 - H_2 = \left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{\dot{w}_a}{\gamma Q} - \frac{\dot{w}_m}{\gamma Q}$$

E, como $w_m = 0$, $\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$, e chamando $\frac{w_a}{\gamma Q} = h_f$ de perda de carga distribuída no trecho de tubo, teremos:

$$h_f = \left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right)$$

h_f = perda de carga entre seções 1 e 2 do trecho considerado.

3) Equação da Quantidade de Movimento (regime permanente)

$$\sum F_{ext} = \frac{\partial}{\partial t} \int \rho V dv + \sum \dot{m}_e V_e - \sum \dot{m}_s V_s$$

Do diagrama de corpo livre das forças externas no trecho:

$$(P_1 - P_2)\pi R^2 + \rho g \sin \theta \cdot \pi R^2 (x_2 - x_1) - \tau_{par} \cdot 2\pi R (x_2 - x_1) \\ = \dot{m}(V_1 - V_2) = 0$$

Com $(z_1 - z_2) = (x_2 - x_1) \sin \theta$ e $\div$ tudo por $\gamma \pi R^2$ resulta:

$$\frac{(P_1 - P_2)}{\gamma} + (z_1 - z_2) = \frac{\tau_{par} \cdot \Delta x}{\gamma R}$$

$$h_f = \left(\frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{\tau_{par} \cdot \Delta x}{\gamma R}$$

Por outro lado, sabe-se que $\tau_{par} = f(\rho, V, \mu, d, \varepsilon)$

e, com a A.D.: $\frac{\tau_{par}}{\rho V^2} = f = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{d}\right)$

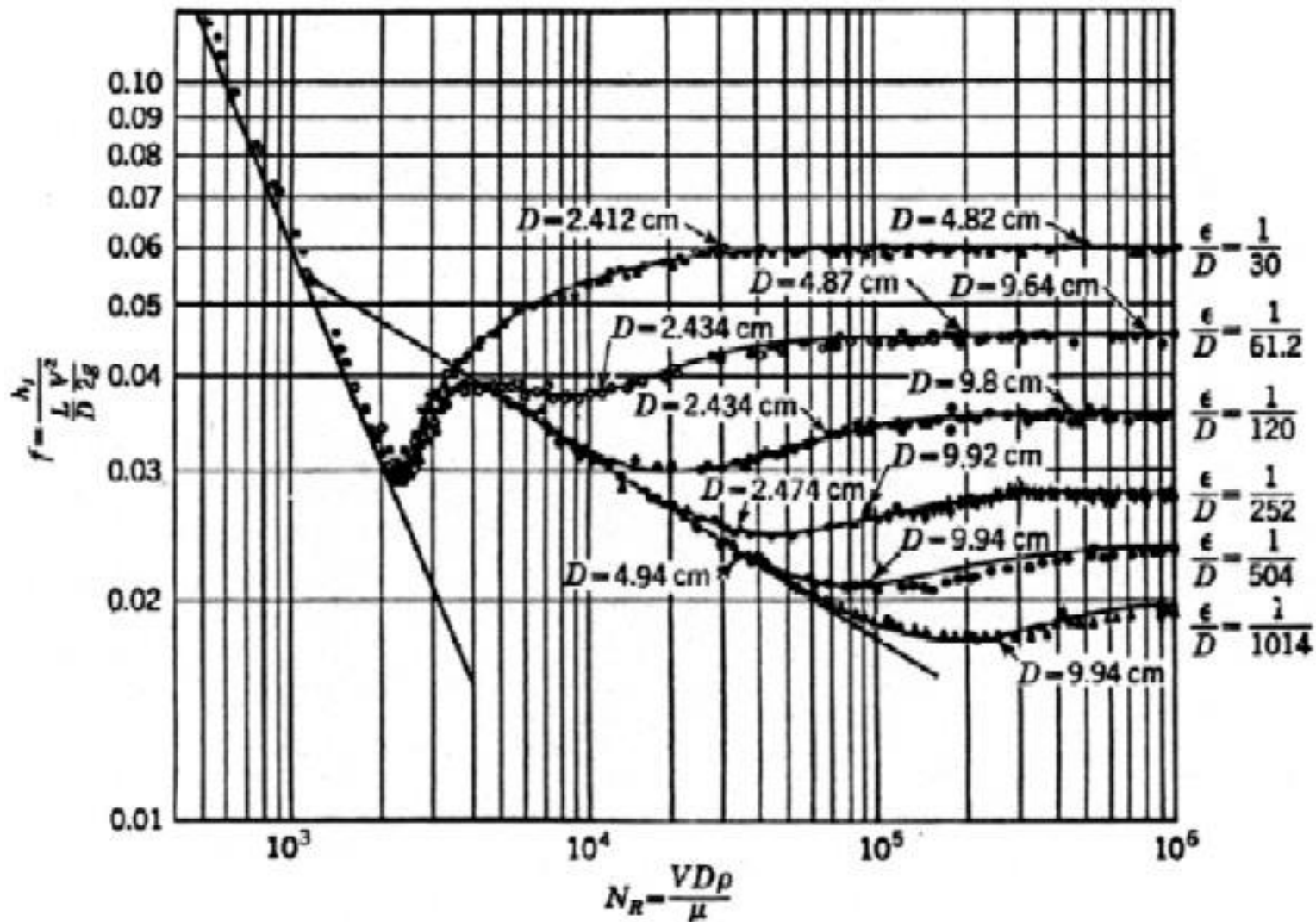
Onde f é o fator de atrito ou coeficiente de perda de carga distribuída. Combinando as duas equações anteriores, resulta a equação de Darcy-Weisbach (1857±):

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g}$$

O problema é a determinação do valor de f .

Johann Nikuradse, 1933

Rugosidade artificial com areia colada aos dutos



Material do Duto	Rugosidade Absoluta mm
Aço carbono sem revestimento e limpo	0,03 a 0,05
PVC	0,01 a 0,05
Alumínio	0,04 a 0,06
Aço Galvanizado, com costura longitudinal e espaçamento de juntas de 1,2 m	0,05 a 0,10
Aço Galvanizado, construído por rolamento, com costura em espiral e juntas a 3m	0,06 a 0,12
Aço Galvanizado, com costura em espiral, com 1, 2 ou 3 nervuras, e juntas a 3,6 m	0,09 a 0,12
Aço Galvanizado, com costura longitudinal, e juntas a 760mm	0,15
Duto rígido de fibra de vidro	0,9
Duto revestido internamente com fibra de vidro	1,5
Duto metálico flexível totalmente estendido	1,2 a 2,1
Duto flexível de tecido e fios, totalmente estendido	1,0 a 4,6
Concreto	1,3 a 3,0

Material	Rugosidade equivalente (mm)
Aço, revestimento asfalto quente	0,3 a 0,9
Aço, revestimento esmalte centrifugado	0,01 a 0,06
Aço enferrujado ligeiramente	0,15 a 0,3
Aço enferrujado	0,4 a 0,6
Aço muito enferrujado	0,9 a 2,4
Ferro galvanizado novo, com costura	0,15 a 0,2
Ferro galvanizado novo, sem costura	0,06 a 0,15
Ferro fundido revest. asfalto	0,12 a 0,20
Ferro fundido com crostas	1,5 a 3,0
PVC e Cobre	0,015
Cimento-amianto, novo	0,05 a 0,10

C. F. Colebrook, 1939

Colebrook e White publicaram diversos artigos sobre atrito em dutos. O último continha, para tubos comerciais, na zona de transição:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{\mathbf{Re} \sqrt{f}} \right)$$

A black and white portrait of a young man with dark, slicked-back hair, wearing a suit and tie. He is looking slightly to the right of the camera.

The chart is a nomogram for determining the friction coefficient f for fluid flow in pipes. It features several logarithmic scales and curves.

Top Scales: Scales for $Re \cdot f$ (left, 2 to 10⁵) and Re (right, 2 to 10⁶).

Left Y-axis: Scale for f (left, 2 to 11) and f/Re (right, 0.008 to 0.25).

Right Y-axis: Scale for f (right, 0.008 to 0.25).

Curves:

- Laminar:** A curve labeled $f/Re = 16/Re$ for $Re < 2300$.
- Rugosa:** A series of curves for different relative roughness values D/k (40, 100, 200, 400, 1000, 2000, 4000, 10000, 20000, 40000, 100000, 200000).
- Lisa:** A curve labeled $f/Re = 0.079 Re^{-0.25}$ for smooth pipes.

Table of Material Roughness Values (k):

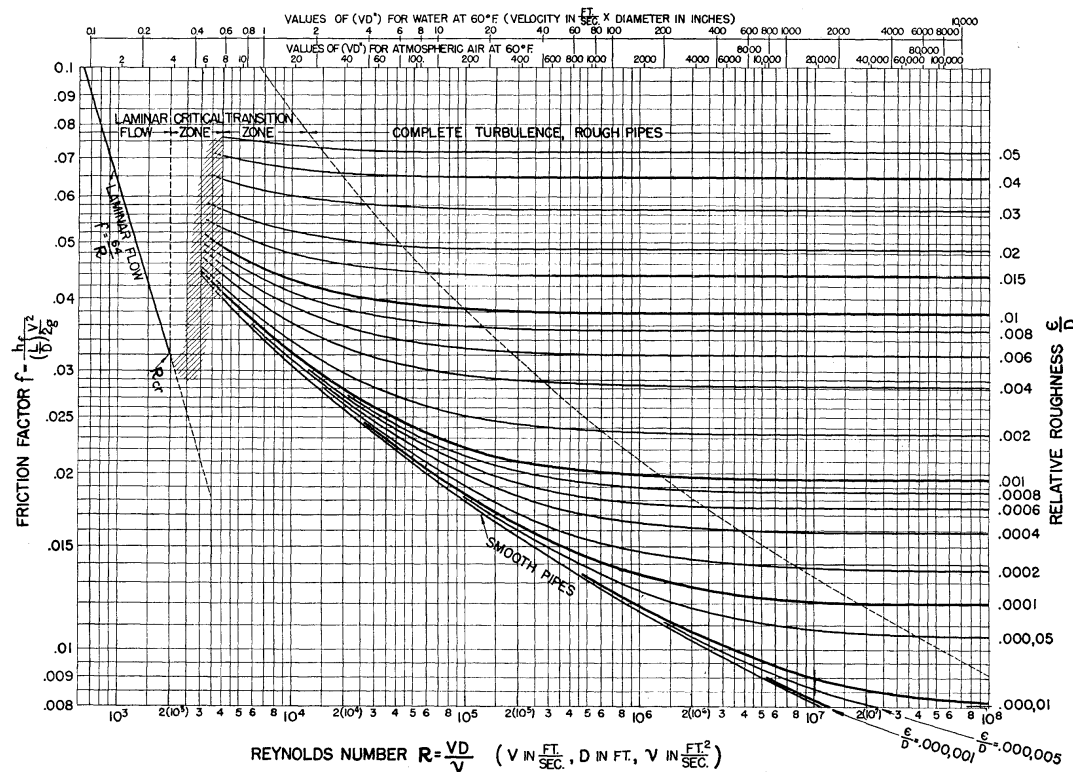
MATERIAL DO CONTÓRNO (novo)	k (em m)
Vidro, Latão estirado, cobre, chumbo, ferro, aço	0,000046
Ferro galvanizado, revestido de asfalto	0,000122
Ferro galvanizado	0,000152
Ferro fundido	0,000259
Condutos de madeira	$1,83 \times 10^{-4}$ a $0,91 \times 10^{-3}$
Concreto	$0,3 \times 10^{-3}$ a $0,3 \times 10^{-2}$
Aço rebocado	$0,91 \times 10^{-3}$ a $0,91 \times 10^{-2}$

$$R\sqrt{f} = \frac{D^{3/2}}{v} \sqrt{\frac{2gh_f}{L}}$$

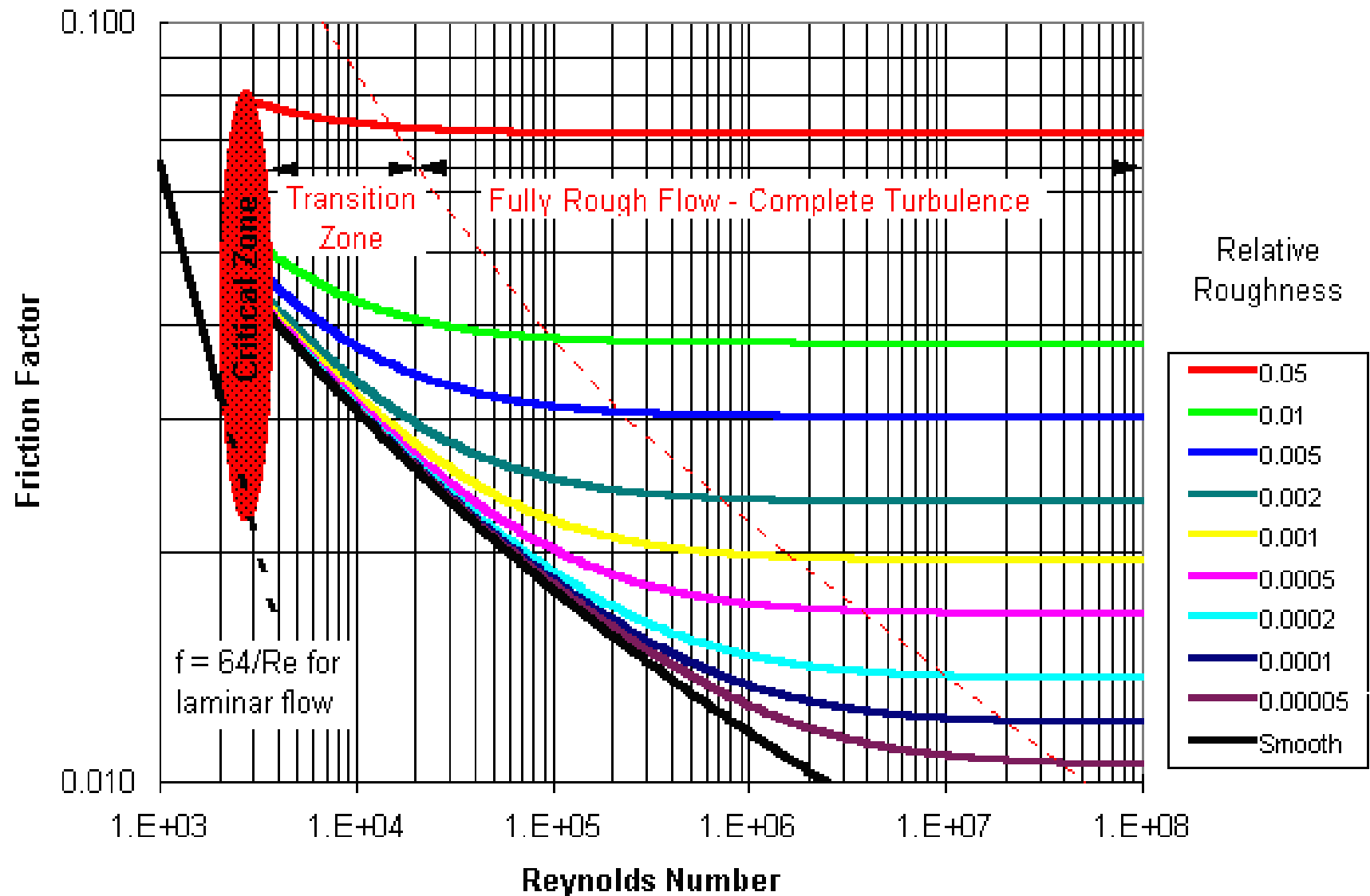
Lewis Moody, 1944

“forma conveniente”

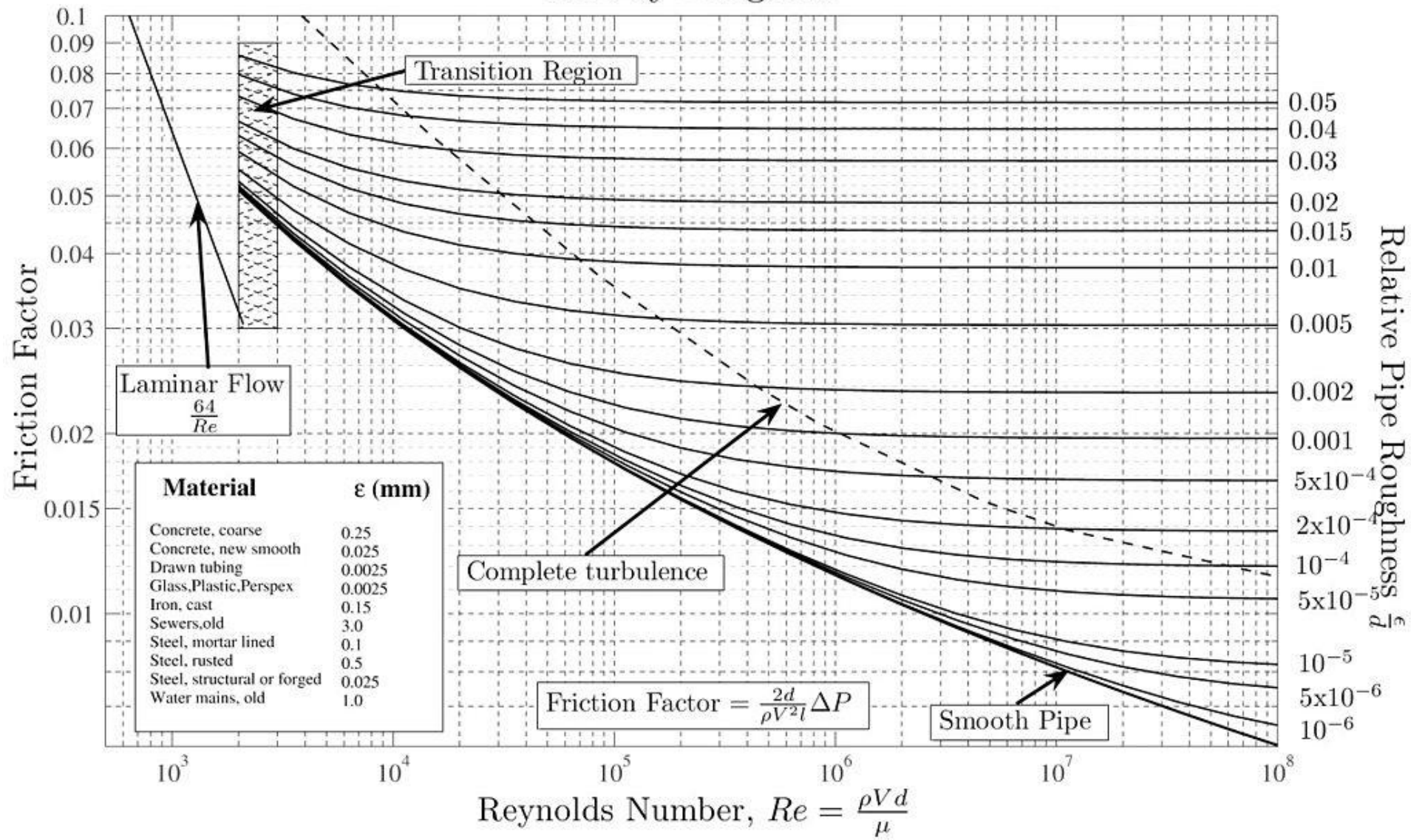
oportunistista



Moody Diagram (Plot of Colebrook's Correlation)



Moody Diagram



Resumo

- 1) Equação da Continuidade fluido incompressível, regime permanente, em um duto:

A vazão mássica é dada por $\dot{m} = \rho_1 V_1 s_1 = \rho_2 V_2 s_2$

- 2) Equação da Energia Cinética, mesmas condições:

$$H_1 - H_2 = \left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + z_2 \right) = \frac{w_a}{\gamma Q} - \frac{w_m}{\gamma Q}$$

- 3) Equação da Quantidade de Movimento mesmas condições:

$$\sum F_{ext} = \sum \dot{m}_e V_e - \sum \dot{m}_s V_s$$

Resumo cont.

4) Equação de Darcy-Weisbach

$$h_f = f \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g}$$

5) Equação de Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left(\frac{\varepsilon}{D} + \frac{9.35}{\mathbf{Re} \sqrt{f}} \right)$$

6) Diagramas de Moody e de Rouse