

3ª Lista de Exercícios — Eletromagnetismo II — 2019

**5.1** Considere o padrão de difração causado por uma abertura quadrada de lados  $2a$  e  $2b$ . Suponha que a luz é projetada numa tela a uma distância  $L$  do anteparo. Use a aproximação de Fraunhofer para calcular a intensidade da luz projetada na tela.

**5.2** Agora considere o padrão de difração causado por uma onda plana que incide numa fenda vertical de abertura  $2a$ . Calcule a intensidade da luz projetada na tela.

**5.3** Considere o padrão de difração causado por uma onda plana que incide num orifício circular de raio  $a$ . Suponha que a luz é projetada numa tela a uma distância  $L$  do anteparo. Usando a aproximação de Fraunhofer, calcule a intensidade da luz projetada na tela.

Dica: Utilize as identidades

$$\int_0^{2\pi} d\theta e^{in\theta} e^{iu \cos \theta} = 2\pi i^n J_n(u) \quad , \quad \int_0^w du u J_0(u) = w J_1(w) \quad ,$$

Pode ser útil saber que o limite  $u \rightarrow 0$  da função de Bessel é  $J_n(u) \approx (2^{-n}/n!)u^n + \dots$ .

**5.4** – Num problema de difração sempre podemos substituir uma abertura por um espelho com o mesmo formato: a luz refletida pelo espelho corresponde à luz que passa pela abertura. Isso permite que tratemos o problema de difração num telescópio como um problema de difração por uma abertura circular.

Considere um telescópio cujo espelho tenha um raio  $a$  (vamos assumi-lo plano). Duas estrelas são refletidas pelo espelho, de forma que elas aparecem separadas por um ângulo muito pequeno. A luz incidente no telescópio é, portanto, dada aproximadamente por ondas planas que se propagam em direções ligeiramente diferentes, vistas da Terra. Como visto no exercício anterior, o padrão de interferência de uma fonte de ondas que se propaga por uma janela circular é dado por:

$$I \sim \left[ \frac{J_1(ka\theta)}{ka\theta} \right]^2 \quad ,$$

onde  $\theta \simeq \sin \theta = \rho/X \ll 1$  é o ângulo desde o centro do anteparo (esse ponto seria a imagem do centro do espelho/abertura). Como temos duas estrelas, teremos dois padrões de interferência sobrepostos.

- De acordo com o “critério de Rayleigh”, os padrões se tornam indistinguíveis se o máximo de um dos padrões recai sobre o primeiro mínimo do outro padrão. Mostre que isso requer uma separação angular das fontes de aproximadamente  $1.22 \lambda/a$ .
- Compute essa separação para o Telescópio espacial Hubble, que possui  $a = 1.2$  m, assumindo a luz com  $\lambda = 550$  nm.
- Compute essa separação para o Telescópio GMT, que possui  $a = 27$  m, assumindo a luz com  $\lambda = 550$  nm.
- Compute essa separação para o *Event Horizon Telescope* (EHT), que fez aquela famosa imagem do buraco negro. Nesse caso foram combinados diversos radiotelescópios em todos os continentes, afastados por milhares de quilômetros, então você pode considerar o raio do “telescópio” como sendo 5.000 km. Considere uma onda de rádio mais ou menos típica,  $\lambda \sim 10$  cm. Qual a resolução do EHT?