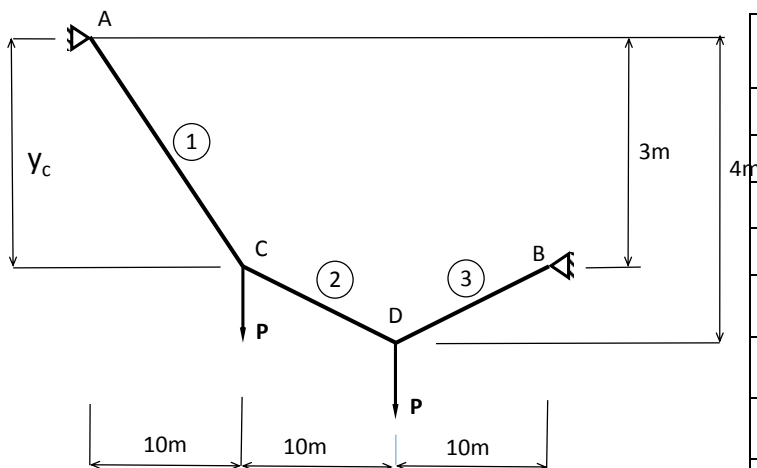


Nome: Gabarito N° USP: _____

1ª Questão (3,0) O cabo esquematizado abaixo está sujeito a cargas verticais $P = (50 + n)$ em kN, sendo n o último algarismo não-nulo de seu número USP. Determine as reações de apoio, a altura y_c e as forças normais nos trechos do cabo. Dimensione o diâmetro da seção transversal do cabo (ϕ), sabendo que a tensão de ruptura do material é $\sigma_r = 800 \text{ MPa}$ e o sistema deve trabalhar com um coeficiente de segurança $s = 2$ em relação às cargas de ruptura. Note que, sendo os apoios desnivelados, o empuxo resultante em um ponto de apoio provoca momentos em relação ao outro ponto de apoio!



Grandeza	Valor	Unidade
H_A	$5P$	kN
V_A	$3P/2$	kN
H_B	$5P$	kN
V_B	$P/2$	kN
N_1	$5.2202P$	kN
N_2	$5.0249P$	kN
N_2	$5.0249P$	kN
y_c	3	m
$\phi = d$	$0,01289\sqrt{P}$ (P em Newtons)	cm

1. Reações de apoio:

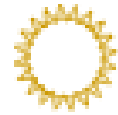
$$\sum_{FX} = -H_A + H_B = 0 \Rightarrow H_A = H_B = H \quad ; \quad \sum_{FY} = V_A + V_B - 2P = 0 \Rightarrow V_A + V_B = 2P$$

$$\sum_{M(A)} = V_B \times 30 + H \times 3 - P \times 10 - P \times 20 = 0 \quad ; \quad \sum_{M(D)}^{direita} = V_B \times 10 - H \times 1 = 0 \Rightarrow H = 10V_B$$

$$\sum_{M(A)} = V_B \times 30 + (10V_B) \times 3 - P \times 10 - P \times 20 = 0 \Rightarrow V_B = \frac{P}{2} \Rightarrow V_A = \frac{3P}{2} \Rightarrow H = 5P$$

2. Ordenada y_c :

$$\sum_{M(C)}^{esquerda} = -V_A \times 10 + H \times y_c = -\frac{3P}{2} \times 10 + 5P \times y_c = 0 \Rightarrow y_c = 3$$



Nome : Gabarito N° USP: _____

3. Esforços nos trechos:

i	Δx	Δy	$\ell_i = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$	$\cos \alpha_i = \frac{\Delta x}{\ell_i}$	$N_i = \frac{H}{\cos \alpha_i} = \frac{5P}{\cos \alpha_i}$
1	10	3	10,440	0,95783	5,2202P
2	10	1	10,050	0,99504	5,0249P
3	10	1	10,050	0,99504	5,0249P

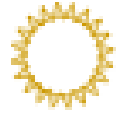
4. Diâmetro do cabo:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} = \frac{N_1}{\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)} \leq \frac{\sigma_r}{s}$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{4sN_1}{\pi\sigma_r}} = \sqrt{\frac{4 \times 2 \times 5.2202 \times P}{\pi \times 800 \times 10^6}} = \sqrt{\frac{4 \times 2 \times 5.2202}{\pi \times 800 \times 10^6}} \sqrt{P} = 1,289 \times 10^{-4} \sqrt{P}$$

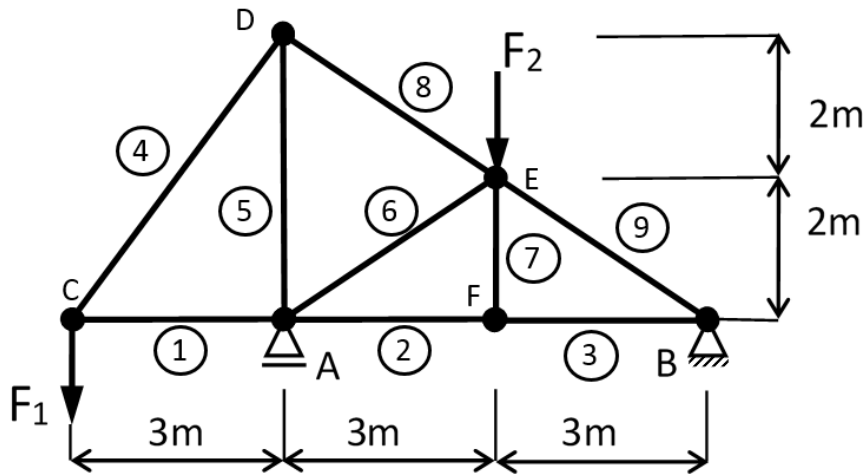
(P em Newtons, d em metros).

n	P (kN)	$H_A=H_B$	V_A	V_B	N_1	$N_2=N_3$	d (m)	d (cm)
1	51	255	76.5	25.5	266.2	256.3	0.02911	2.91
2	52	260	78.0	26.0	271.5	261.3	0.02939	2.94
3	53	265	79.5	26.5	276.7	266.3	0.02968	2.97
4	54	270	81.0	27.0	281.9	271.3	0.02995	3.00
5	55	275	82.5	27.5	287.1	276.4	0.03023	3.02
6	56	280	84.0	28.0	292.3	281.4	0.03050	3.05
7	57	285	85.5	28.5	297.6	286.4	0.03077	3.08
8	58	290	87.0	29.0	302.8	291.4	0.03104	3.10
9	59	295	88.5	29.5	308.0	296.5	0.03131	3.13



Nome : Gabarito N° USP: _____

2ª Questão (3,5): Determine as reações de apoio e as forças normais nas barras da treliça esquematizada na figura abaixo. Considere $F_1 = 50 + 5n$ e $F_2 = 100 - 10n$, em kN, sendo n o último algarismo não-nulo de seu número USP.



Esforço	Valor [kN]
V_A	
H_B	
V_B	
N_1	
N_2	
N_3	
N_4	
N_5	
N_6	
N_7	
N_8	
N_9	

Reações de apoios

$$\sum F_x = 0 \rightarrow H_B = 0$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow F_1 + F_2 - V_A - V_B$$

$$V_A + V_B = F_1 + F_2$$

$$\sum M_B = 0 \rightarrow 3F_2 - 6V_A + 9F_1 = 0$$

$$V_A = \frac{3F_2 + 9F_1}{6}$$

[kN]

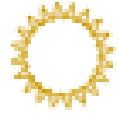
Substituição do V_A , acha-se o V_B

$$V_A + V_B = F_1 + F_2$$

$$\frac{3F_2 + 9F_1}{6} + V_B = F_1 + F_2$$

$$V_B = F_1 + F_2 - \frac{3F_2 + 9F_1}{6}$$

[kN]

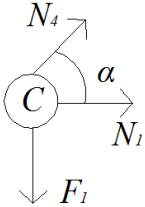


Nome : Gabarito

Nº USP: _____

Forças normais das barras

Nó C



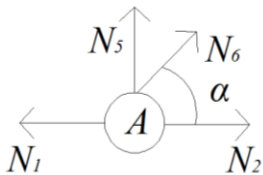
$$\sum F_v = 0 \rightarrow N_4 \operatorname{sen} \alpha - F_1 = 0$$

$$N_4 = \frac{F_1}{\operatorname{sen} \alpha} \rightarrow N_4 = \frac{F_1}{0,8}$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_1 + N_4 \operatorname{cos} \alpha = 0$$

$$N_1 + \frac{F_1}{0,8} \times 0,6 = 0 \rightarrow N_1 = -\frac{F_1}{0,8} \times 0,6$$

Nó A



$$\sum F_v = 0 \rightarrow N_5 + N_6 \operatorname{cos} \beta + V_A = 0$$

$$N_5 = -V_A - N_6 \operatorname{cos} \beta \rightarrow N_5 = -\frac{3F_2 + 9F_1}{6} - N_6 \cdot 0,55$$

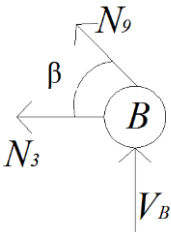
Substituir o N_6 para achar N_5

$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_2 - N_1 - N_6 \operatorname{cos} \beta = 0$$

$$N_6 = \frac{N_2 - (-\frac{F_1}{0,8} \times 0,6)}{0,83}$$

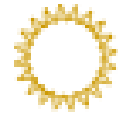
Substituir o N_2 para achar N_6

Nó B



$$\sum F_v = 0 \rightarrow V_B + N_9 \operatorname{sen} \beta = 0$$

$$F_1 + F_2 - \frac{3F_2 + 9F_1}{6} + N_9 \cdot 0,55 = 0$$



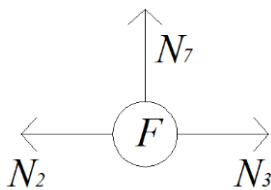
Nome: Gabarito N° USP: _____

$$N_9 = - \frac{F_1 + F_2 - \frac{3F_2 + 9F_1}{6}}{0,55}$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow -N_9 \cos \beta - N_3 = 0$$

$$N_3 = - \left\{ - \frac{F_1 + F_2 - \frac{3F_2 + 9F_1}{6}}{0,55} \times 0,83 \right\}$$

Nó F

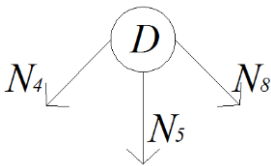


$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_7 = 0$$

$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_2 = N_3 = 0$$

$$N_2 = - \left\{ - \frac{F_1 + F_2 - \frac{3F_2 + 9F_1}{6}}{0,55} \times 0,83 \right\}$$

Nó D



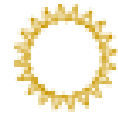
$$\sum F_H = 0 \rightarrow -N_4 \cos \alpha + N_8 \cos \beta = 0$$

$$- \frac{F_1}{0,8} 0,6 + N_8 0,83 = 0$$

$$N_8 = \frac{\frac{F_1}{0,8} 0,6}{0,83}$$

Gabarito

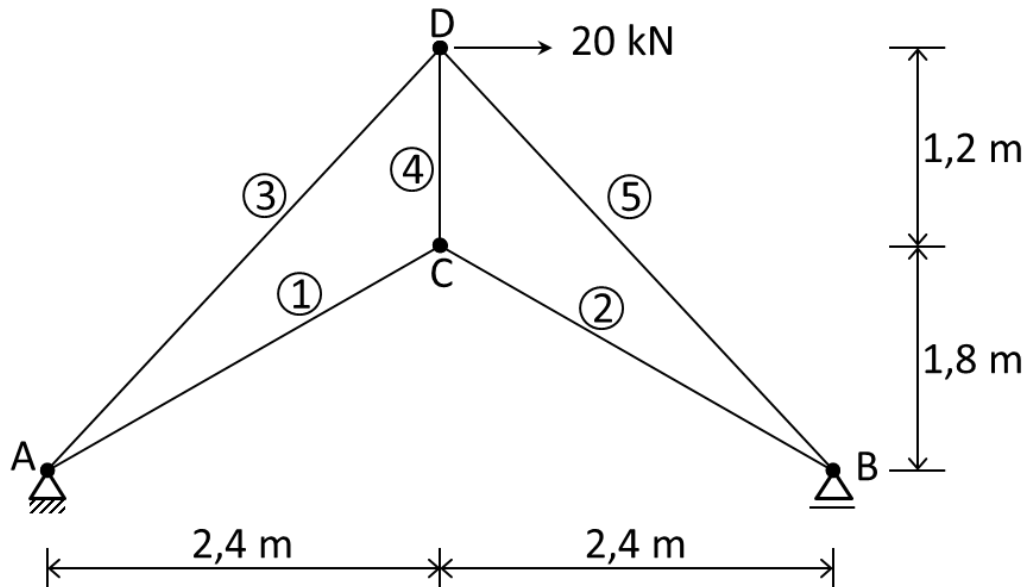
kN	VA	HB	VB	N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8
Final 1	127,50	0	17,50	-41,25	26,25	26,25	68,75	-82,50	-81,12	0	49,58
Final 2	130	0	10	-45	15	15	75	-90	-72,11	0	54,08
Final 3	132,50	0	2,50	-48,75	3,75	3,75	81,25	-97,50	-63,10	0	58,59
Final 4	135	0	-5	-52,50	-7,50	-7,50	87,50	-105	-54,08	0	63,10
Final 5	137,50	0	-12,50	-56,25	-18,75	-18,75	93,75	-112,50	-45,07	0	67,60
Final 6	140	0	-20	-60	-30	-30	100	-120	-36,06	0	72,11
Final 7	142,50	0	-27,50	-63,75	-41,25	-41,25	106,25	-127,50	-27,04	0	76,62
Final 8	145	0	-35	-67,50	-52,70	-52,70	112,50	-135	-18,03	0	81,12
Final 9	147,50	0	-42,50	-71,25	-63,75	-63,75	118,75	-142,50	-9,01	0	85,63



Nome : **Gabarito**

Nº USP: _____

3ª Questão (3,5) A treliça mostrada na figura abaixo está sujeita a uma carga horizontal de 20 kN. Dimensione as barras 3 e 5, ambas com a mesma seção transversal, escolhendo, entre os perfis dados na tabela em anexo, aquele que permita a máxima economia. Adote um coeficiente de segurança $s=1,5$. O material tem tensão de escoamento $\sigma_e = 250MPa$, e módulo de elasticidade $E = 210GPa$.



Provas A e C

N_3 (kN)	-8,0
N_5 (kN)	-40,0
Perfil escolhido	90 x 50 x 4,5 mm

Provas B e D

N_3 (kN)	31,25
N_5 (kN)	31,25
Perfil escolhido	60 x 40 x 4,5 mm

1. Reações de apoio

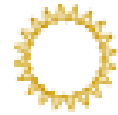
$$\sum F_x = 0 \quad \therefore H_A = 20kN \leftarrow$$

$$\sum F_y = 0 \quad \therefore V_A = V_B$$

$$\sum M_A = 0 \quad \therefore 20 \times 3 - V_B \times 4,8 = 0$$

$$V_B = 12,5kN \uparrow$$

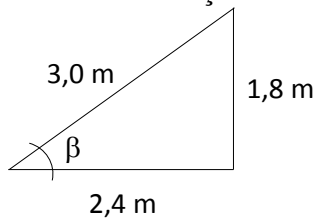
$$V_A = 12,5kN \downarrow$$



Nome : Gabarito

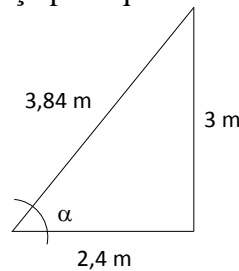
Nº USP: _____

2. Cálculo das forças normais nas barras da treliça por equilíbrio dos nós



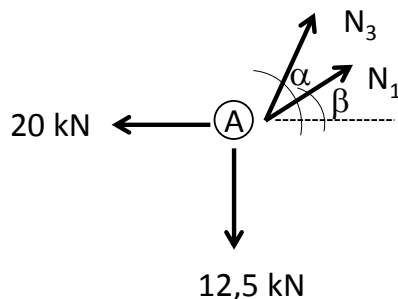
$$\cos \beta = \frac{2,4}{3,0} = 0,8$$

$$\sin \beta = \frac{1,8}{3,0} = 0,6$$



$$\cos \alpha = \frac{2,4}{3,84} = 0,625$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{3,84} = 0,78125$$



$$\sum F_x = 0$$

$$-20 + N_3 \times \cos \alpha + N_1 \times \cos \beta = 0$$

$$N_1 = \frac{20 - N_3 \times 0,625}{0,8} = 25 - 0,78125 N_3$$

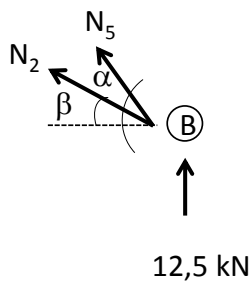
$$\sum F_y = 0$$

$$-12,5 + N_3 \times \sin \alpha + N_1 \times \sin \beta = 0$$

$$-12,5 + N_3 \times 0,78125 + (25 - 0,78125 N_3) \times 0,6 = 0$$

$$N_1 = 31,25 \text{ kN} \quad (\text{Tração})$$

$$N_3 = -8 \text{ kN} \quad (\text{Compressão})$$



$$\sum F_x = 0$$

$$N_5 \times \cos \alpha + N_2 \times \cos \beta = 0$$

$$N_2 = \frac{-N_5 \times 0,625}{0,8} = -0,78125 N_5$$

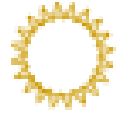
$$\sum F_y = 0$$

$$12,5 + N_5 \times \sin \alpha + N_2 \times \sin \beta = 0$$

$$12,5 + N_5 \times 0,78125 + (-0,78125 N_5) \times 0,6 = 0$$

$$N_1 = 31,25 \text{ kN} \quad (\text{Tração})$$

$$N_3 = -40 \text{ kN} \quad (\text{Compressão})$$



Nome: Gabarito

Nº USP: _____

3. Dimensionamento

Barras 3 e 5

$$N_5 = |N_{\max}| = 40kN \text{ compressão!}$$

Critério 1: Tensão normal máxima

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_e}{s} = \frac{250}{1,5} = 166,67MPa$$

$$\sigma_{\max} \leq \bar{\sigma} \quad \therefore \quad \frac{|N_{\max}|}{A} \leq \bar{\sigma} \quad \therefore \quad A \geq \frac{|N_{\max}|}{\bar{\sigma}}$$

$$A \geq \frac{40 \times 10^3}{166,67 \times 10^6}$$

$$A \geq 2,399 \times 10^{-4} m^2$$

$$A \geq 2,399 cm^2$$

Critério 2: Estabilidade

$$|N_{\max}| \leq \frac{P_{cr}}{s} \quad \therefore \quad |N_{\max}| \leq \frac{1}{s} \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \therefore \quad I \geq \frac{s |N_{\max}| l^2}{\pi^2 E}$$

$$I \geq \frac{1,5 \times 40 \times 10^3 \times (3,84)^2}{\pi^2 \times 210 \times 10^9}$$

$$I \geq 4,26 \times 10^{-7} m^4$$

$$I \geq 42,6 cm^4$$

Perfil escolhido: 90 x 50 x 4,5 mm peso=9,37 kg/m

Barras 1 e 2

$$N_1 = N_2 = |N_{\max}| = 31,25kN \text{ tração!}$$

Critério 1: Tensão normal máxima

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_e}{s} = \frac{250}{1,5} = 166,67MPa$$

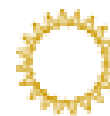
$$\sigma_{\max} \leq \bar{\sigma} \quad \therefore \quad \frac{|N_{\max}|}{A} \leq \bar{\sigma} \quad \therefore \quad A \geq \frac{|N_{\max}|}{\bar{\sigma}}$$

$$A \geq \frac{31,25 \times 10^3}{166,67 \times 10^6}$$

$$A \geq 1,87 \times 10^{-4} m^2$$

$$A \geq 1,87 cm^2$$

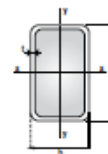
Perfil escolhido: 60 x 40 x 4 mm peso=5,55 kg/m



Nome : **Gabarito**

Nº USP: _____

Seção Tubular Retangular (TR)



Dimensões Externas	Espesura da Parede	Massa por Unidade de Comp.	Área da Seção Transversal	Momento de Inércia		Raios de giração		Módulo de Resistência Elástico		Módulo de Resistência Plástico		Const. Torção	Módulo de Resist. à Torção	Área de superfície por unidade de Comp.
				I_x (cm ⁴)	I_y (cm ⁴)	r_x (cm)	r_y (cm)	W_x (cm ³)	W_y (cm ³)	Z_x (cm ³)	Z_y (cm ³)			
$h \times b$ (mm)	t (mm)	m (kg/m)	A (cm ²)	I_x (cm ⁴)	I_y (cm ⁴)	r_x (cm)	r_y (cm)	W_x (cm ³)	W_y (cm ³)	Z_x (cm ³)	Z_y (cm ³)	J (cm ⁴)	W_t (cm ²)	U (m ² /m)
60 x 40	3,6	5,03	6,41	29,9	15,2	2,12	1,54	9,63	7,62	12,2	9,15	33,9	12,7	0,189
	4,0	5,55	7,07	31,0	16,3	2,09	1,52	10,3	8,14	13,2	9,89	36,7	13,7	
	4,5	6,19	7,89	33,3	17,4	2,05	1,49	11,1	8,72	14,3	10,7	39,9	14,7	
	5,0	6,82	8,69	35,3	18,4	2,02	1,46	11,8	9,21	15,4	11,5	42,8	15,6	
70 x 50	3,6	6,16	7,85	50,7	29,9	2,54	1,95	14,5	12,0	17,9	14,2	62,5	19,6	0,229
	4,0	6,81	8,67	54,7	32,2	2,51	1,93	15,6	12,9	19,5	15,4	68,1	21,2	
	4,5	7,60	9,68	59,3	34,8	2,47	1,90	16,9	13,9	21,3	16,9	74,6	23,0	
	5,0	8,38	10,7	63,5	37,2	2,44	1,87	18,1	14,9	23,1	18,2	80,8	24,6	
80 x 50	3,6*	6,44	8,20	70,6	33,8	2,93	2,03	17,6	13,5	22,0	15,8	75,9	22,7	0,239
	4,0	7,11	9,06	76,4	36,5	2,90	2,01	19,1	14,6	24,0	17,2	82,7	24,6	
	4,5	7,95	10,1	83,1	39,5	2,86	1,98	20,8	15,8	26,3	18,9	90,8	26,7	
	5,0	8,77	11,2	89,2	42,3	2,83	1,95	22,3	16,9	28,5	20,5	98,4	28,7	
90 x 50	3,6*	7,57	9,65	94,7	37,7	3,13	1,98	21,1	15,1	26,4	17,5	89,6	25,8	0,279
	4,0*	8,38	10,7	103	40,7	3,10	1,95	22,8	16,3	28,8	19,1	97,7	28,0	
	4,5*	9,37	11,9	112	44,2	3,06	1,92	24,9	17,7	31,7	21,0	107	30,5	
	5,0*	10,3	13,2	121	47,4	3,03	1,90	26,8	18,9	34,4	22,7	116	32,7	
100 x 60	5,6	11,5	14,7	130	50,8	2,98	1,86	28,9	20,3	37,5	24,7	127	35,3	0,303
	4,0	9,12	11,6	153	66,7	3,62	2,43	30,5	22,9	37,9	26,6	156	38,7	
	4,5	10,2	13,0	167	75,0	3,58	2,40	33,4	25,0	41,9	29,3	172	42,3	
	5,0	11,3	14,4	181	80,8	3,55	2,37	36,2	26,9	45,6	31,9	188	45,8	
	5,6	12,6	16,0	196	87,3	3,50	2,34	39,2	29,1	49,8	34,8	205	49,6	
	7,1	15,7	19,9	217	96,8	3,30	2,20	43,5	32,3	57,2	40,0	242	56,9	
100 x 80	4,0	10,3	13,1	189	134	3,81	3,20	37,9	33,5	45,6	39,2	254	53,4	0,339
	4,5	11,5	14,6	208	147	3,77	3,17	41,6	36,8	50,4	43,3	281	58,7	
	5,0	12,7	16,2	226	160	3,74	3,14	45,2	39,9	55,1	47,2	308	63,7	
	5,6*	14,1	18,0	246	173	3,69	3,10	49,2	43,4	60,4	51,8	338	69,4	
	6,4	16,0	20,4	261	185	3,58	3,01	52,3	46,2	65,3	56,0	376	75,8	
	7,1	17,7	22,5	279	197	3,52	2,96	55,7	49,2	70,4	60,4	406	81,2	
	8,0	19,7	25,1	298	210	3,44	2,89	59,6	52,5	76,3	65,4	442	87,3	
	8,8	21,5	27,4	313	220	3,38	2,83	62,5	55,0	81,1	69,4	470	92,0	
102 x 52	10,0	24,2	30,8	330	232	3,27	2,74	65,9	58,0	87,2	74,7	506	97,9	0,303
	3,6	8,25	10,5	133	46,3	3,56	2,10	26,1	17,8	32,9	20,5	114	30,9	
	4,0	9,12	11,6	145	50,2	3,53	2,08	28,4	19,3	36,0	22,4	125	33,5	
	4,5*	10,2	13,0	159	54,6	3,49	2,05	31,1	21,0	39,7	24,7	137	36,6	
	5,0*	11,3	14,4	171	58,7	3,45	2,02	33,6	22,6	43,2	26,8	149	39,4	
5,6*	12,6	16,0	185	63,1	3,40	1,99	36,3	24,3	47,1	29,1	162	42,6		

As bitolas destacadas com faixa cinza são mais frequentemente produzidas e devem ser adotadas preferencialmente.
Para outras bitolas, consultar sobre quantidades mínimas de fabricação e prazo de entrega.
* Produto fornecido sob consulta.