

# MA22 - Unidade 6 - Exercícios

Luiz Manoel Figueiredo  
Mário Olivero

PROFMAT - SBM

29 de Março de 2013



## Exercícios

- 1) Determine o termo geral e calcule o limite da sequência

$$\frac{2}{1}, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \dots$$

- 2) Calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \dots + (-1)^n \frac{1}{4^n} \right].$$

- 3) Calcule o limite da sequência

$$2, 2, 3, 2, 31, 2, 317, 2, 3171, 2, 31717, \dots$$

- 4) Calcule o limite da sequência

$$\sqrt{5}, \sqrt{5\sqrt{5}}, \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}, \dots,$$

- 5) Calcule o limite da sequência cujo termo geral é

a)  $\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2}.$

b)  $\frac{1}{n^3} + \frac{2^2}{n^3} + \frac{3^2}{n^3} + \dots + \frac{n^2}{n^3}.$

## Exercícios

6) Diga se é finito ou infinito o limite da sequência cujo termo geral é

$$\frac{1}{n^{p+1}} + \frac{2^p}{n^{p+1}} + \frac{3^p}{n^{p+1}} + \cdots + \frac{n^p}{n^{p+1}}.$$

7) Calcule

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n});$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n});$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[k]{n+1} - \sqrt[k]{n}),$  onde  $k \in \mathbb{N}.$

Sugestão: Pode ser útil usar a identidade:

$$b - a = \left( \sqrt[k]{b} - \sqrt[k]{a} \right) \left( \sqrt[k]{b^{k-1}} + \sqrt[k]{b^{k-2}} \sqrt[k]{a} + \cdots + \sqrt[k]{a^{k-1}} \right).$$

8) Calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cos n!}{n^3 + 1}.$

9) Calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2}.$

## Exercícios

10) Seja  $a$  um número real positivo. Mostre que

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} a^x = \begin{cases} 0, & \text{se } a > 0, \\ \infty, & \text{se } 0 < a < 1. \end{cases}$$

11) Prove a seguinte variante da regra de substituição: Sejam  $f$  e  $g$  duas funções para as quais faz sentido formar  $g \circ f$ . Seja  $a$  um número real tal que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ . Se  $\lim_{y \rightarrow \infty} g(y) = L$ , então

$$\lim_{x \rightarrow a} g(f(x)) = L.$$

Mostre que se  $L$  for substituído por  $\infty$ , o resultado continua valendo. Mostre também vale o resultado para limites laterais.

12) Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{3 \operatorname{tg}^5 x + 2 \operatorname{tg}^3 x + 5}{2 \operatorname{tg}^5 x + \operatorname{tg}^2 x + 1}$ .

# Exercícios

13) Calcule  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x-b}-\sqrt{a-b}}{x^2-a^2}$ , se  $a > b$ .

14) Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ .

15) Calcule  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^{2x}+2^x}{4^x+4}$