

MA22 - Unidade 3 - Exercícios

Luiz Manoel Figueiredo
Mário Olivero

PROFMAT - SBM

17 de Março de 2013



Limites de Funções

Exercícios

1) Calcule os seguintes limites:

❶ $\lim_{x \rightarrow 0} (x^5 - 7x^4 + 9);$

❸ $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + |x|);$

❷ $\lim_{x \rightarrow -1} (x^4 + 2x^3);$

❹ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}.$

2) Defina $f: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ por $f(x) = |x|$ se $x < 1$ e $f(x) = 1$ se $x > 1$.

❶ Esboce o gráfico de f .

❷ Use (1) para intuir o valor de $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

3) Defina $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ por $f(x) = x$ se $x < 0$ e $f(x) = x^2$ se $x > 0$.

❶ Esboce o gráfico de f .

❷ Use (1) para intuir o valor de $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Exercícios

4) Defina $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ por $f(x) = -1$ se $x \leq 2$ e $f(x) = 1$ se $x > 2$.

- 1 Esboce o gráfico de f .
- 2 Mostre que $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ não existe.

5) Calcule os seguintes limites:

1 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x + 7}{x^2 - 6x + 8};$

3 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3};$

2 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)^3 + 2|x|}{x^4 + x^2 + \sqrt{2}};$

4 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x - 1}.$

Limites de Funções

6) Sejam k um inteiro positivo e a um número real.

❶ Mostre que $\lim_{x \rightarrow a} (x^k - a^k) = 0$.

❷ Mostre que $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^k - a^k}{x - a} = k a^{k-1}$.

❸ Escrevendo $x^k - a^k = \frac{x^k - a^k}{x - a} (x - a)$ para $x \neq a$, obtenha (a) a partir de (b).

Limites de Funções

7) Calcule

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}.$$

Pode ser útil fazer a mudança de variável $1+x = u^6$.

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+1}{(x-1)^2}.$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}.$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-2x+6}-\sqrt{x^2+2x-6}}{x^2-4x+3}.$$