



PROPOSTA DE APLICAÇÃO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Lucas Gabriel Ribeiro de Souza
UTFPR – Câmpus Cornélio Procópio
lukin_has_de200008@hotmail.com

Karina Alessandra Pessôa da Silva
UTFPR – Câmpus Londrina
karinasilva@utfpr.edu.br

Fernando Francisco Pereira
UTFPR – Câmpus Cornélio Procópio
f.nando93@hotmail.com

Resumo:

Neste trabalho relatamos a experiência que obtivemos a partir de uma situação-problema tratando-se da lavagem de um automóvel por meio da modelagem matemática. A busca por orientações iniciou-se nas aulas da disciplina Modelagem Matemática de um curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade federal do Paraná. O levantamento de informações deu-se por meio de questionamentos, pesquisas de campo dando apoio para que fosse possível destacar conceitos matemáticos que poderiam ser empregados a fim de obter um modelo matemático. Por conclusão a correlação entre os conceitos matemáticos e educação básica fundamentam a ideia de direcionar a atividade como uma possível proposta de atividade de modelagem matemática a ser desenvolvido no Ensino Médio.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ensino Médio.

Introdução

Falar sobre a modelagem matemática e a Educação Básica, é falar sobre a atitude do professor em se auto-indagar se o mesmo possui o conhecimento necessário.

De acordo com Freire e Faundez (1998):

O que o professor deveria ensinar – porque ele próprio deveria sabê-lo – seria, antes de tudo, ensinar a perguntar. Porque o início do conhecimento, repito, é perguntar. E somente a partir de perguntar é que se deve sair em busca de respostas e não o contrário (FREIRE; FAUNDEZ, 1998, p. 46).

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

Para trabalhar com modelagem matemática nas aulas de matemática normalmente o professor precisa correr o risco de sair da sua zona de conforto. De acordo com Biembengut e Hein (2000, p.29):

... A condição necessária para o professor implementar a Modelagem [Matemática] no ensino, é ter audácia, [um] grande desejo de mudar sua prática e disposição de [aprender a] conhecer, uma vez que essa proposta abre caminho para descobertas significativas.

O uso da modelagem na Educação Básica auxilia na interação professor-aluno e aluno-aluno haja vista que a modelagem matemática é caracterizada pelas contribuições do coletivo, e seus problemas surgem principalmente da interação entre os sujeitos.

A modelagem matemática valoriza a busca pela informação, sendo o processo de levantamento de dados muito rico para a formação intelectual e profissional do aluno, é observando a realidade ao seu redor que começam a surgir às situações-problema e o professor deve ser o grande incentivador do aluno orientando a coletar informações a fim de resolver o problema.

Neste sentido, a fim de propor atividades que possam incentivar algumas inovações na sala de aula é que sugerimos neste trabalho uma proposta de encaminhamento de uma atividade de modelagem que realizamos durante a disciplina de Modelagem Matemática em um curso de licenciatura em Matemática. A partir de nossa experiência em desenvolver uma atividade de modelagem pensamos que esta pode em certa medida ser proposta aos alunos.

Por que Modelagem Matemática?

Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática consiste, essencialmente, na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. Silva, Almeida e Gerônimo (2011, p. 29) consideram que uma atividade de modelagem matemática

pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a situação final.

Neste sentido, podemos considerar que a modelagem matemática consiste em uma alternativa pedagógica na qual a partir de uma situação inicial (problemática) são

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

utilizados procedimentos que definem estratégias de ação do sujeito envolvido com a atividade em relação à situação problemática, obtendo uma situação final (solução para a situação inicial).

Autores como Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam que a sequência de estratégias de ação se configuram em fases da modelagem definidas como: *inteiração*, *matematização*, *resolução*, *interpretação de resultados* e *validação*.

A *inteiração* é a busca por informações sobre a situação-problema em que se pode definir o problema a ser estudado bem como as metas que orientam a sua resolução; a *matematização* consiste na elaboração de uma representação matemática para a situação-problema; a *resolução* compreende a construção de um modelo matemático que consiste em um "conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto matemático" (BASSANEZI, 2002, p. 20); a *interpretação dos resultados* indicados pelo modelo implica na análise de uma resposta para o problema; a *validação* consiste na análise da resposta associada ao problema.

As fases da modelagem matemática caracterizadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) constituem procedimentos necessários para a realização de uma atividade de modelagem. Elas podem não ocorrer de forma linear, pois a dinamicidade deste tipo de atividade possibilita movimentos de ida e volta.

Levando em consideração estas caracterizações apontadas, apresentamos uma situação de modelagem matemática, desenvolvida por dois dos autores deste artigo, enquanto alunos de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática e, a partir da experiência vivenciada, propomos seu desenvolvimento no Ensino Médio.

Por que o Ensino Médio?

Segundo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1996), em seu artigo 35º, apresenta que a finalidade do Ensino Médio é possibilitar o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico, a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, para que possa relacionar a teoria com a prática. No Ensino Médio, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000, p. 5), propõe-se “a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e

selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização”; aspectos presentes nas etapas de desenvolvimento de atividades de modelagem matemática que vivenciamos.

Para além desses aspectos, neste nível de escolaridade, o fazer matemática é expor as próprias ideias, escutar a dos outros, formular, confrontar e comunicar procedimentos de resolução de problemas, argumentar e validar pontos de vista, antecipar resultados e aceitar erros; ações também possíveis durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

A princípio, quando definimos o problema e iniciamos o levantamento de dados para estruturar todo o contexto, hipóteses e variáveis, não tínhamos de antemão que conteúdos matemáticos iriam emergir. Ao findar a atividade vislumbramos que os conteúdos matemáticos a ela relacionados tratavam-se daqueles relacionados a um dos temas estruturantes do Ensino Médio — Álgebra: números e funções — cujos objetivos consistem em calcular, resolver, identificar variáveis, traçar e interpretar gráficos e resolver equações de acordo com as propriedades das operações no conjunto dos números reais e as operações válidas para o cálculo algébrico.

Nossa intenção inicial em desenvolver a atividade de modelagem era cumprir a atividade proposta pela professora que nos lecionou a disciplina de Modelagem Matemática. Porém, logo após o término, com o modelo matemático em mãos, pensamos que este pode ser desenvolvido no Ensino Médio para auxiliar no ensino de funções de primeiro grau, conteúdo que emergiu da atividade que realizamos.

A atividade desenvolvida consiste em analisar a partir de quantas lavagens compensa comprar uma lavadora de alta pressão ao invés de levar o carro para ser o lava-rápido. Nessa atividade, obtivemos duas funções lineares, que quando igualadas resultam no ponto em que os preços são iguais. Em nossa proposta, também sugerimos o uso do software Geogebra. No próximo item apresentamos como desenvolvemos a atividade segundo as fases da modelagem matemática.

A atividade de modelagem desenvolvida

A situação-problema que nos aventuramos a desenvolver foi sob a temática *Lavagem de carro*. Para tanto, na *inteiração* com a situação-problema, o levantamento de dados foi realizado com referências aos itens presentes em um município localizado

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

no norte do Paraná. A lavadora a jato de alta pressão foi cotada pelo valor de R\$200,00 em um supermercado, a lavagem do carro de passeio foi cotada pelo valor de R\$35,00 e um dos lava-rápido da cidade.

Para o desenvolvimento da atividade tínhamos em mente analisar a partir de quantas lavagens começaria a compensar ter comprado uma lavadora de alta pressão em relação a levar o carro para lavar em um lava-rápido.

Pensando em um estilo de vida urbano que exige mais eficácia e rapidez, poupando trabalho, tempo e gastos, as empresas de aparelhos domésticos estão investindo em tecnologia buscando atingir a esses objetivos, conforme informações apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Informações sobre lavadoras de alta pressão

Uma Lavadora alta pressão é uma máquina que bombeia água sob pressão através de uma tubulação para a limpeza de superfícies com um jato de água a alta velocidade. Equipamentos como estes operam a pressões de 50 bars (750 psi) até 1.200 bars (30.000 psi) ou mais. Ideal para uso em condomínios, residências, comércio, indústrias, hospitais, clínicas, construção civil. O preço das lavadoras domésticas varia de R\$ 200,00 a R\$ 800,00 em média.

Fonte: <http://www.worldflexmaquinas.com.br/lavadora-alta-pressao-lavadoras-alta-pressoes.php>. Acesso em: 12 out. 2013.

Se comparado com uma mangueira, uma lavadora de alta pressão utiliza cerca 14% de água que consumiria uma mangueira conectada à torneira, totalmente aberta. A máquina tem um sistema dosador que, aliado à pressão, limita a vazão de água, independentemente da abertura da torneira. As lavadoras domésticas gastam, em média, até 8 litros por minuto. Já a mangueira, mesmo com meia-volta na torneira conectada à rede pública, gasta cerca de 30 litros por minuto.

Partindo do ato de levar o automóvel a um lava-rápido onde o valor cobrado pela lavagem seja de R\$ 35,00, o problema que definimos para o desenvolvimento da atividade está atrelado à análise: *Em quantas lavagens compensaria ter comprado uma lavadora de alta pressão, se comparado ao preço que gastaria em lava-rápido?*, considerando a compra de uma Lavadora Alta Pressão Tekna HLX150V com valor de R\$ 200,00 e sabendo que o tempo que gasta para lavar o carro com a lavadora em questão é de cerca de 15 minutos. Neste sentido, organizamos a estrutura da atividade seguindo as fases que caracterizam o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Situação inicial (problemática): Lavagem de carro;

Inteiração: Coleta de preços na cidade, como o preço da água por metro cúbico, o preço da lavagem no lava-rápido, além de dados da internet, como a que diz que a vazão de uma lavadora de alta pressão é, em média, 8 litros por minuto.

Definição do problema: Em quantas lavagens compensaria ter comprado uma lavadora de alta pressão, se comparado ao preço que gastaria em lava-rápido?

Matematização

Hipóteses:

H1: O valor de água excedido é R\$ 3,54 por metros cúbicos.

H2: Lavar o carro em casa podemos considerar que não é uma necessidade, então consideramos a água utilizada como o excedente dos 10 m^3 .

H3: O preço gasto da eletricidade é de R\$ 0,3961 / kWh.

H4: A Lavadora em questão consome 1,2 kWh.

Definição de variáveis:

Variável independente: quantidade de lavagens (t);

Variáveis dependentes: valor pago com máquina de alta pressão (V_1 , em reais); valor pago em lava-rápido (V_2 , em reais).

A fase *matematização* iniciou-se com as hipóteses e definição de variáveis necessárias para a dedução do modelo matemático.

Fazendo um estudo do valor gasto com a lavadora mais a proporção de água utilizada, bem como os gastos para cada lavagem no lava-rápido, construímos a Tabela 1.

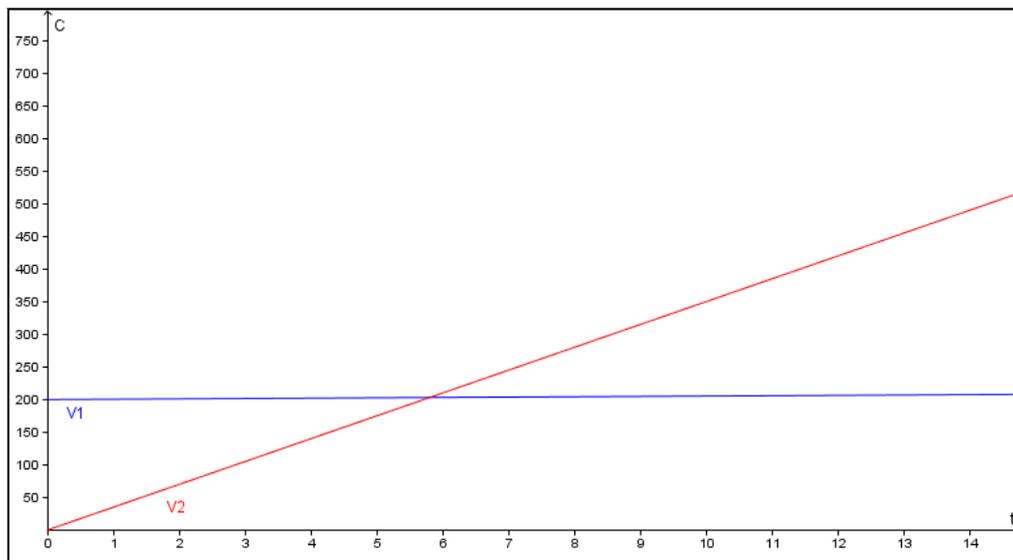
Tabela 1– Quantidade de lavagens com a lavadora de alta pressão e no lava-rápido e os respectivos valores gastos

Quantidade de lavagens	Valor em reais com a lavadora de alta pressão	Valor em reais com lava-rápido
t_1	200,54	35,00
t_2	201,08	70,00
t_3	201,62	105,00
t_4	202,16	140,00
t_5	202,70	175,00
t_6	203,24	210,00

Fonte: construída pelos autores.

A partir dos dados apresentados na Tabela 1, podemos escrever a expressão algébrica que representa cada valor gasto para cada lavagem com a lavadora a jato e com lava-rápido, respectivamente, $V_1 = 200 + 0,54t$ e $V_2 = 35t$. Utilizando o software Geogebra, podemos representar essas funções no plano cartesiano (Figura 1).

Figura 1 – Representação gráfica dos modelos matemáticos para as lavagens de carro

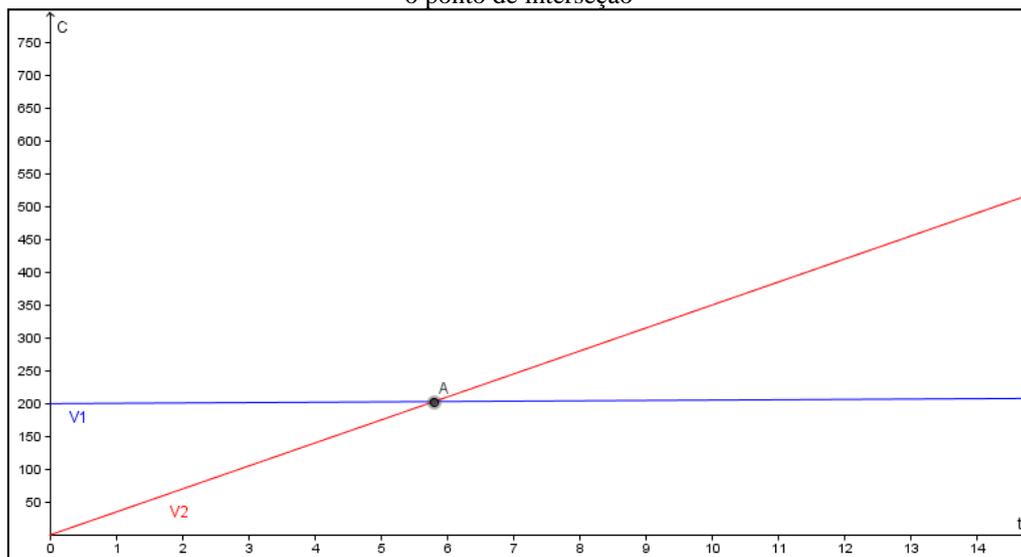


Fonte: construída pelos autores com auxílio do Geogebra.

A análise da Figura 1 remete à discussão sobre a partir de quantas lavagens é preferível comprar uma lavadora a jato de alta pressão. Os gráficos da Figura 1 sinalizam que, em um ponto (que corresponde ao número de lavagem e seu custo) os valores tanto para a lavadora a jato quanto para o lava-rápido se igualam. Neste sentido, determinamos qual é esse ponto e realizamos a discussão sobre a vantagem de uma opção ou outra. Para isso, fizemos $V_1 = V_2$.

Na análise dessa igualdade, obtemos que $t \cong 5,8$, ou seja, em seis lavagens o valor pago na lavadora se iguala ao valor pago em lava-rápido. Com o software Geogebra é possível determinar o ponto de interseção entre as funções V_1 e V_2 utilizando a ferramenta *Interseção de dois pontos*. Selecionando com o cursor cada uma das funções, obtemos o ponto $A(5,8, 203,13)$, conforme apresentamos na Figura 2.

Figura 2 – Representação gráfica dos modelos matemáticos para as lavagens de carro com destaque para o ponto de interseção



Fonte: construída pelos autores com auxílio do Geogebra.

Retomando a problemática com relação à análise de quantas lavagens compensaria ter comprado uma lavadora de alta pressão, se comparado ao preço que gastaria em lava-rápido, podemos concluir que:

- para $0 < t < 6$ lavagens, compensa levar o carro no lava-rápido;
- para $t > 6$ lavagens, compensa lavar o carro com lavadora de alta pressão.

Cabe portanto ao usuário a decisão de comprar ou não comprar uma lavadora e se aventurar a lavar seu carro em casa em um tempo de 15 minutos.

Interpretação e Validação: A única interseção entre as retas corresponde ao valor para o qual o valor do lava-rápido e da lavadora de alta pressão são iguais. Sendo assim, as lavagens seguintes serão os que o lava-rápido fica mais caro do que a máquina de alta pressão; e os anteriores os preços que a máquina de alta pressão é mais cara que o lava-rápido.

Situação Final: Em apenas 6 lavagens após ter comprado a lavadora de alta pressão, o valor dela sairá mais barato em relação ao preço do lava-rápido.

Considerando a experiência que vivenciamos com a atividade de modelagem é que pensamos em uma proposta para o encaminhamento dessa atividade no Ensino Médio.

Metodologia: proposta para o Ensino Médio

A metodologia proposta será aplicar a atividade em uma turma de 1º ano do Ensino Médio – Técnico Administrativo de um Colégio da rede Estadual da própria cidade, com os alunos dispostos em grupos para que ocorra uma troca de informação assim tornando a construção do modelo matemático mais interativo. As informações obtidas da inteiração serão entregues impressas e os alunos terão 2 horas/aula para desenvolverem a atividade.

Será entregue uma ficha contendo a situação-problema e os passos para se chegar ao modelo, como definição de hipóteses, de variáveis, a dedução do modelo matemático, a identificação da matemática utilizada e por fim a validação do modelo. Mesmo contendo a situação-problema, os alunos terão total liberdade para determinarem situações-problema diferentes da proposta. Os alunos serão constantemente orientados por meio de questionamentos direcionados ao grupo.

Considerações finais

Quando os alunos iniciam o estudo de um conceito matemático que pode ser introduzido a partir de problemas baseados em situações com dados reais, como no caso da função do 1º grau, e desenvolvem a representação matemática da situação, podem perceber que a Matemática está relacionada com situações de seu cotidiano. Com isso, o estudo de tal conceito torna-se mais real, pois o aluno percebe, na prática, que dados que fazem parte da realidade podem ser representados de forma Matemática.

Segundo Almeida e Dias (2004), o uso da modelagem matemática no contexto de ensino e aprendizagem vai além da ideia utilitarista de aplicar a Matemática para resolver problemas. Não basta apenas preocupar-se com o aprendizado da Matemática em si e saber utilizá-la para resolver problemas cotidianos, é preciso desenvolver no aluno a capacidade de interpretar e agir numa situação social e política estruturada matematicamente.

Nesse caso, como na modelagem matemática é possível matematizar problemas reais, os alunos sentem motivados a estudar essa disciplina.

O trabalho que desenvolvemos representou uma oportunidade de apresentar uma proposta de trabalho que consideramos interessante para ser utilizada em sala de aula e

XII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática

Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014

ISSN 2175 - 2044

acreditamos que ela possa desenvolver resultados satisfatórios na introdução do conceito de função do 1º grau para alunos do 1º ano do Ensino Médio. Acreditamos que a modelagem matemática seja uma alternativa pedagógica interessante para aproximar situações da realidade de conteúdos matemáticos desenvolvidos em sala de aula.

Evidentemente, o encaminhamento experimental deste trabalho, sua condução prática e metodológica são limitadas, pois não foram desenvolvidas em sala de aula, permanecendo em aberto para um posterior trabalho. Dessa forma, neste trabalho mais do que apresentar conclusões e um relato de uma experiência, apontamos propostas.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, ano 17, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BRASIL, Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em <www.planalto.gov.br>. Acesso em: 25 jun. 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio** – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC /SEF, 2000.

FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. **Por uma Pedagogia da Pergunta**. Rio e Janeiro: Paz e Terra, 1985.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GERÔLOMO, A. M. L. “Aprendendo” a fazer modelagem matemática: a vez do aluno. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v. 1, p. 28-36, 2011.