

# **SEL 404 – ELETRICIDADE II**

## **Aula 10**

## Aula de Hoje

---

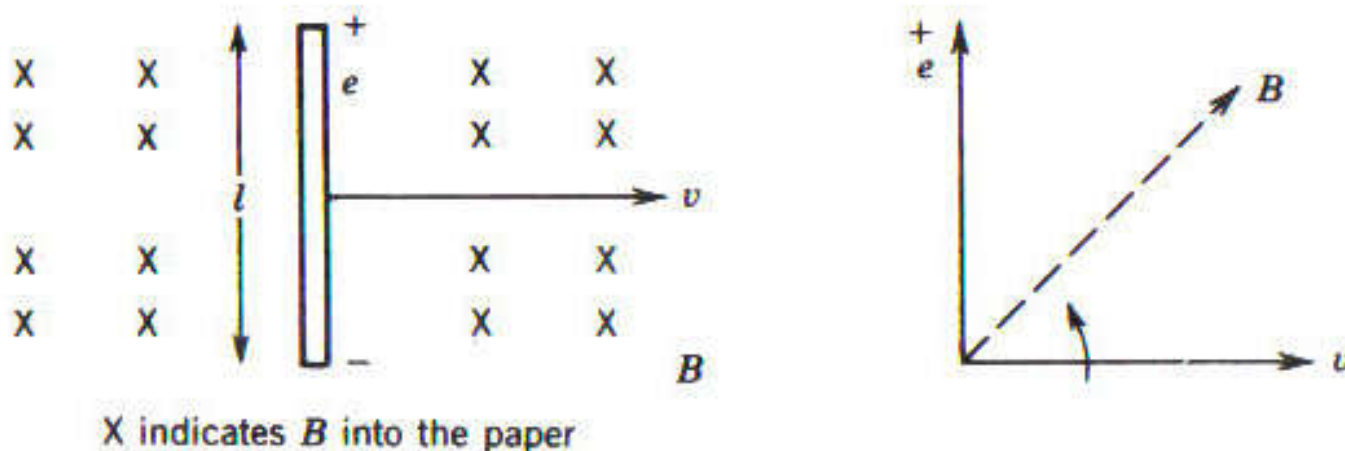
- Introdução à máquina de corrente contínua
- Produção de conjugado na máquina CC
- Ação do comutador
- Tensão gerada na armadura

## Conversão Eletromecânica de Energia

- Dois fenômenos eletromagnéticos ocorrem no processo de conversão de energia, seja em motores ou geradores, sejam as máquinas CA ou CC, síncronas ou assíncronas:

EFEITO I - **Tensão de Velocidade**: quando um condutor imerso em um campo magnético é colocado em movimento, surge uma tensão induzida em seus terminais;

$$e = Blv$$

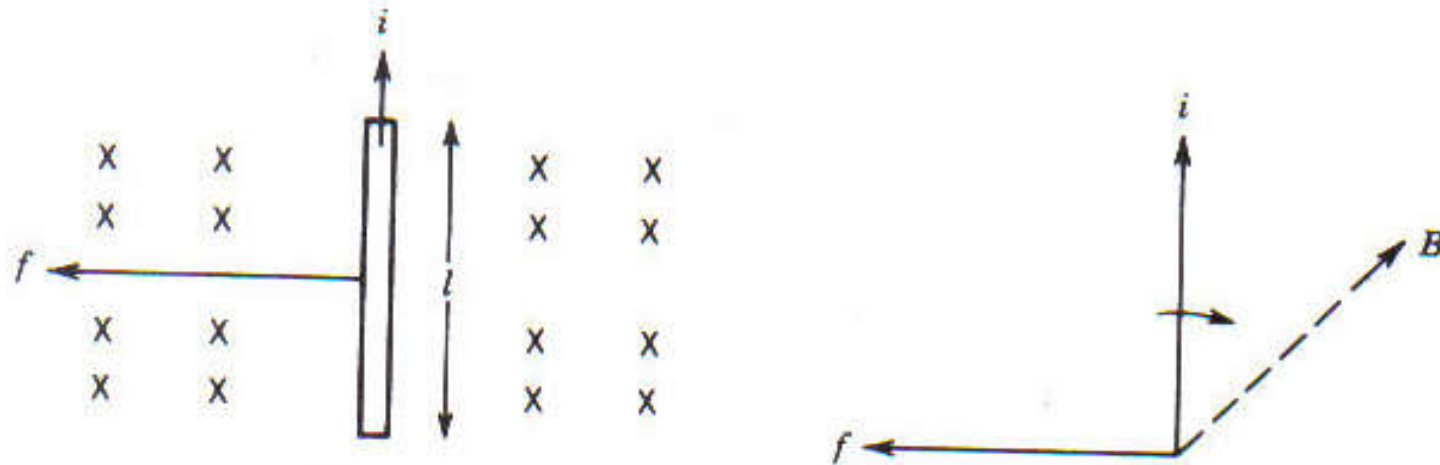


## Conversão Eletromecânica de Energia

---

EFEITO II – **Força Eletromagnética**: quando um condutor, atravessado por corrente elétrica, é imerso em um campo magnético, surge sobre o condutor uma força mecânica;

$$F = Bil$$



# Conversão Eletromecânica de Energia

---

- Os dois processos ocorrem simultaneamente em qualquer processo de conversão eletromecânica de energia:

**Como MOTOR:** Ocorrem os efeitos I e II, mas o efeito II é o principal;

1. Os condutores imersos em campo magnético são alimentados com corrente contínua;
2. Uma força eletromagnética surge em cada condutor, tirando o sistema mecânico do equilíbrio (EFEITO II);
3. Se os condutores forem posicionados em uma estrutura livre para girar, esse desequilíbrio será eliminado naturalmente, e o eixo encontrará uma velocidade de regime. Tem-se então a produção de torque eletromagnético  $T$  a uma velocidade  $n$ , para alimentar uma carga mecânica;
4. Se os condutores giram imersos em campo magnético, surgirá uma tensão induzida em seus terminais (EFEITO I), denominada força contra eletromotriz, e que terá um impacto no torque e velocidade final de equilíbrio.

# Conversão Eletromecânica de Energia

---

**Como GERADOR:** Ocorrem os dois fenômenos, mas o efeito I é o principal;

1. A parte girante (rotor) é colocada em movimento por uma máquina primária;
2. Os condutores agregados ao rotor giram imersos em um campo magnético;
3. Uma tensão induzida  $e$  surgirá nos terminais dos condutores (EFEITO I);
4. Se os terminais dos condutores alimentam uma carga elétrica surgirá uma corrente  $i$ , fornecida pelo gerador elétrico;
5. Os condutores transportando corrente e imersos em um campo magnético estarão sujeitos a uma força eletromecânica (EFEITO II), resultando em um **torque eletromecânico de reação**, ou **torque resistente** ao torque fornecido pela máquina primária, afetando também a tensão e corrente de equilíbrio do sistema.

# Conversão Eletromecânica de Energia

---

## Conclusões:

- Os efeitos I e II ocorrem nos dois casos;
- O campo magnético é fundamental para a produção do torque (motor) e da tensão induzida (gerador), servindo de interface entre os sistemas elétrico e mecânico.

# Estrutura Básica das Máquinas Elétricas Rotativas

---

- Estator e rotor separados por um entreferro;
  1. **Estator** é a parte fixa da máquina
  2. **Rotor** é a parte móvel
- O estator e o rotor são constituídos por lâminas de material ferromagnético;

## VANTAGENS:

Laminação: reduz correntes parasitas no rotor e estator, aumentando a resistência elétrica (melhoria do rendimento);

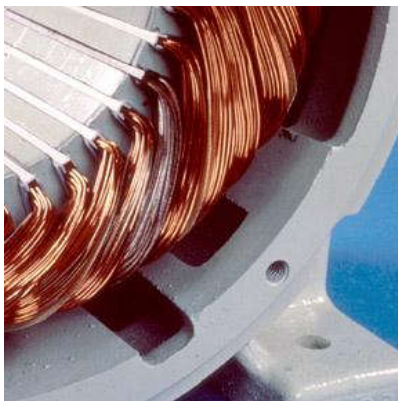
Material Ferromagnético: Aumenta a densidade de fluxo magnético na máquina (alta permeabilidade); Diminui o tamanho da máquina; Diminui a dispersão de fluxo magnético;



# Estrutura Básica das Máquinas Elétricas Rotativas

---

- Máquinas elétricas usualmente têm dois enrolamentos:
  - Enrolamento de campo: Compõe o eletroímã produtor do campo principal da máquina;
  - Enrolamento de armadura: Contém os condutores que serão imersos no campo principal para a produção de tensão (gerador - induzido) ou torque (motor);
- Estes enrolamentos são posicionados em ranhuras localizadas no estator e no rotor;



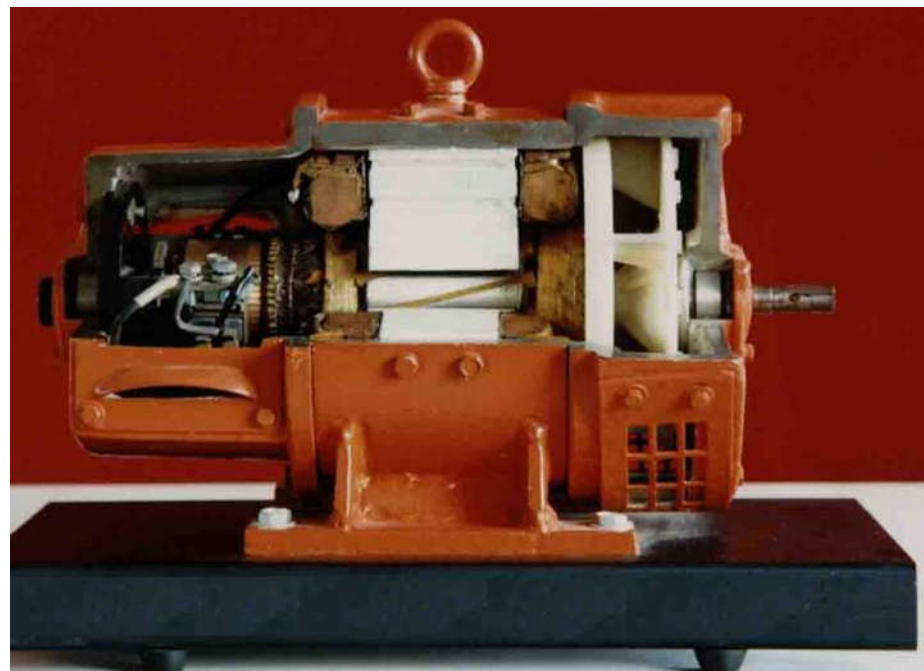
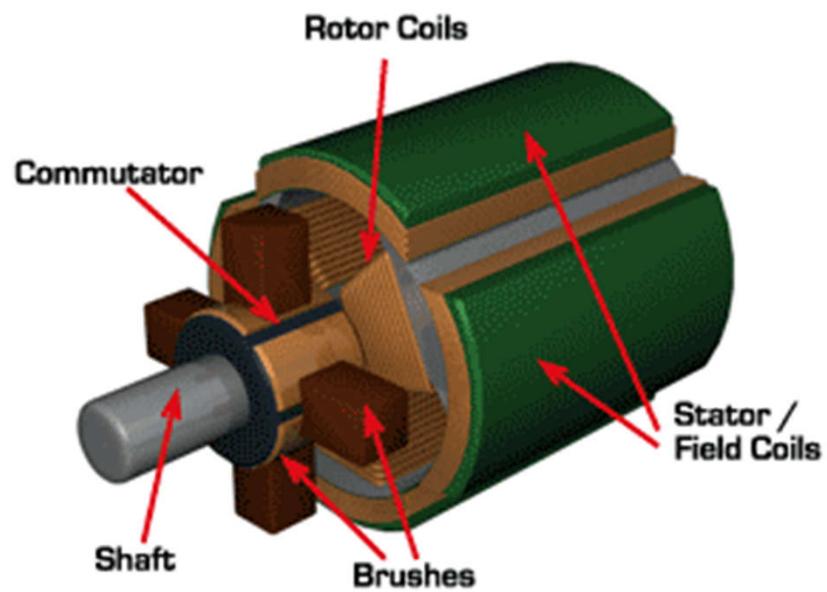
## Máquinas CC: Características Básicas

---

- O enrolamento de campo é colocado no estator;
- O enrolamento de armadura é colocado no rotor;
- Como motor, os dois enrolamentos são alimentados em CC, de diversas maneiras ou configurações: independente, série, paralelo e composto (combinações de série e paralelo);
- Oferece várias opções para o controle de velocidade como motor;
- Como gerador, o enrolamento de campo é alimentado com CC, produzindo um campo magnético constante sobre a armadura.

# Máquinas CC: Características Básicas

---



## Máquinas CC: Aplicações

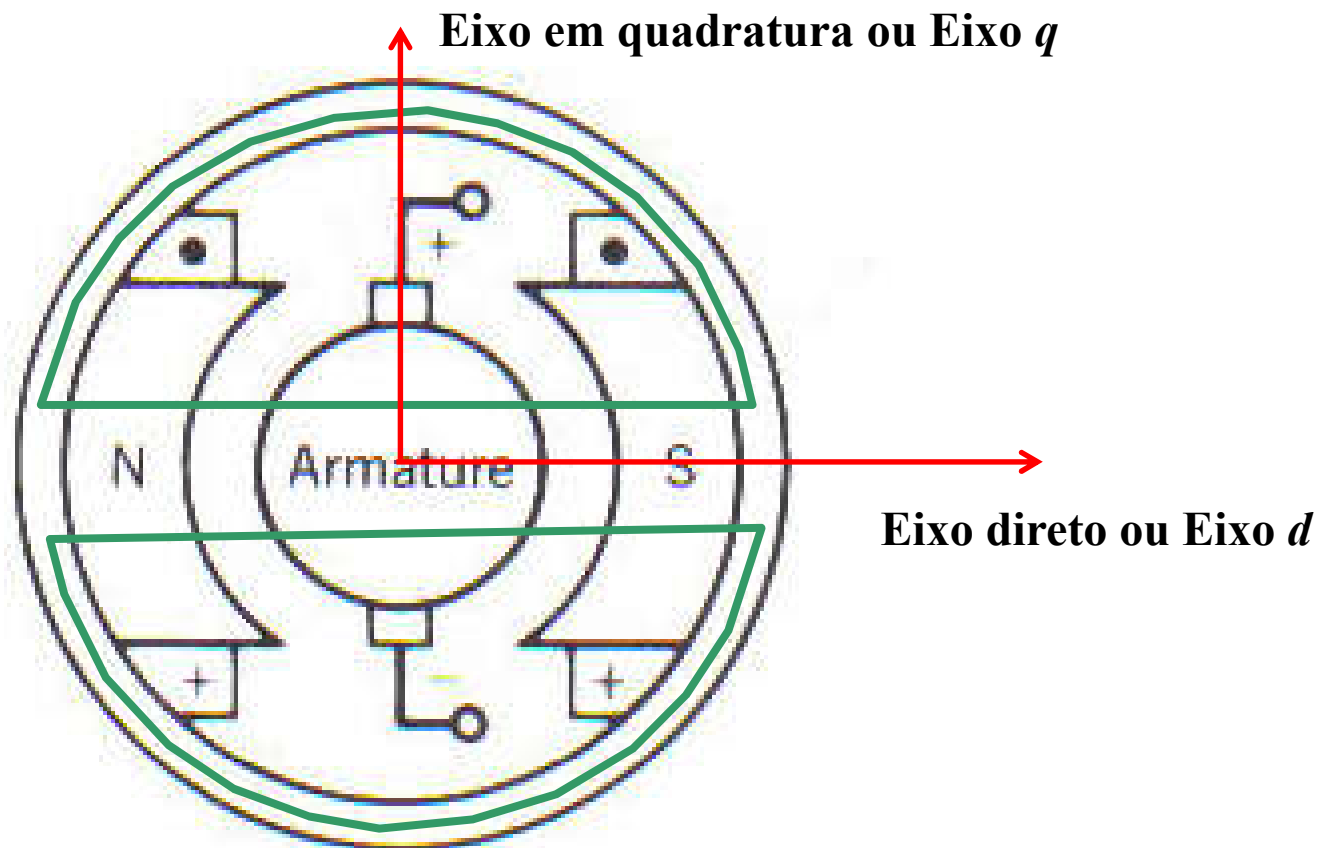
---

- Máquinas de Papel
- Bobinadeiras e desbobinadeiras
- Laminadores
- Máquinas de Impressão
- Prensas
- Elevadores
- Movimentação e Elevação de Cargas
- Moinhos de rolos
- Indústria de Borracha
- Tração elétrica

## Máquinas CC

---

- O estator tem pólos excitados por um ou mais enrolamentos (série e shunt/paralelo/em derivação);
- O enrolamento de campo produz uma distribuição de fluxo simétrica em relação ao eixo dos pólos do estator (eixo direto, ou eixo  $d$ ).



# Máquinas CC – Tensão Interna

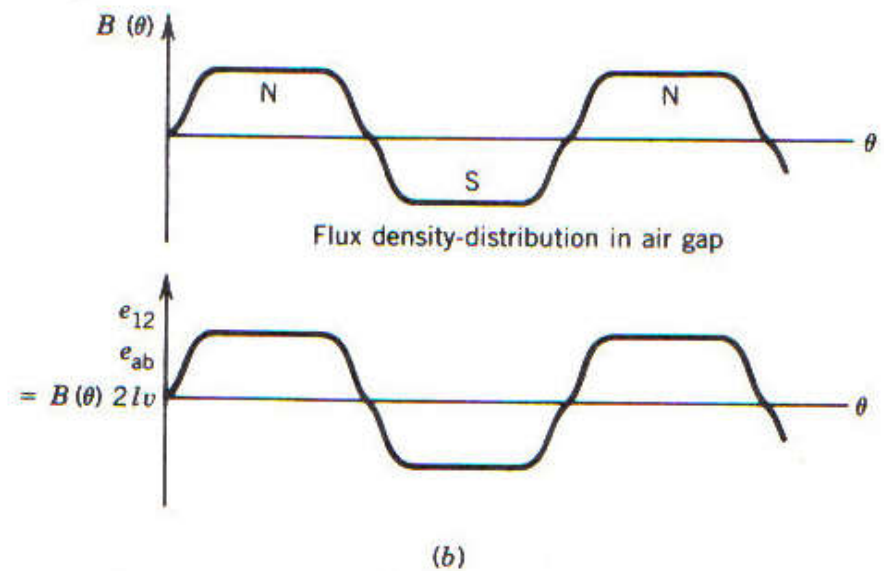
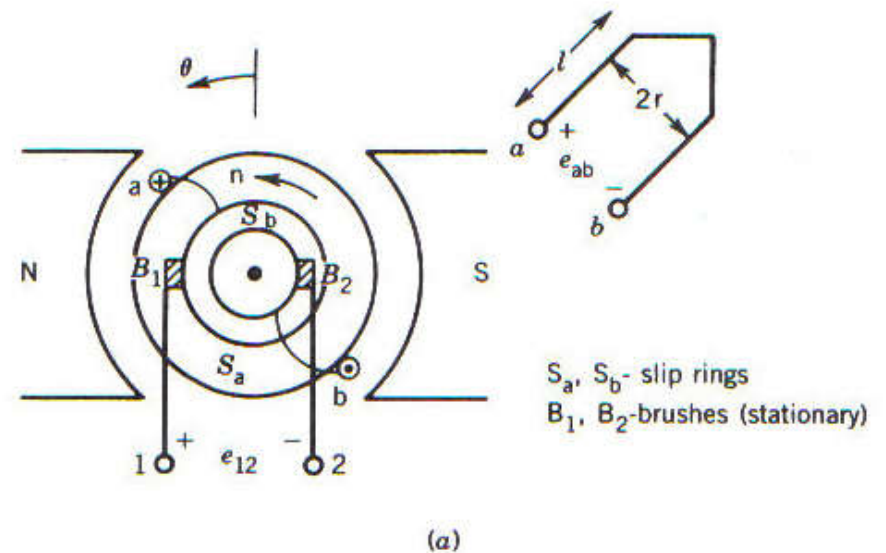
➤ Uma dada seção do condutor (l) ora cruza o pólo norte do estator, ora o pólo sul, estando sujeito a campo magnético variável;

➤ A Tensão induzida total por um par de espiras opostas será:

$$e_{ab} = Blv + Blv = 2Blv$$

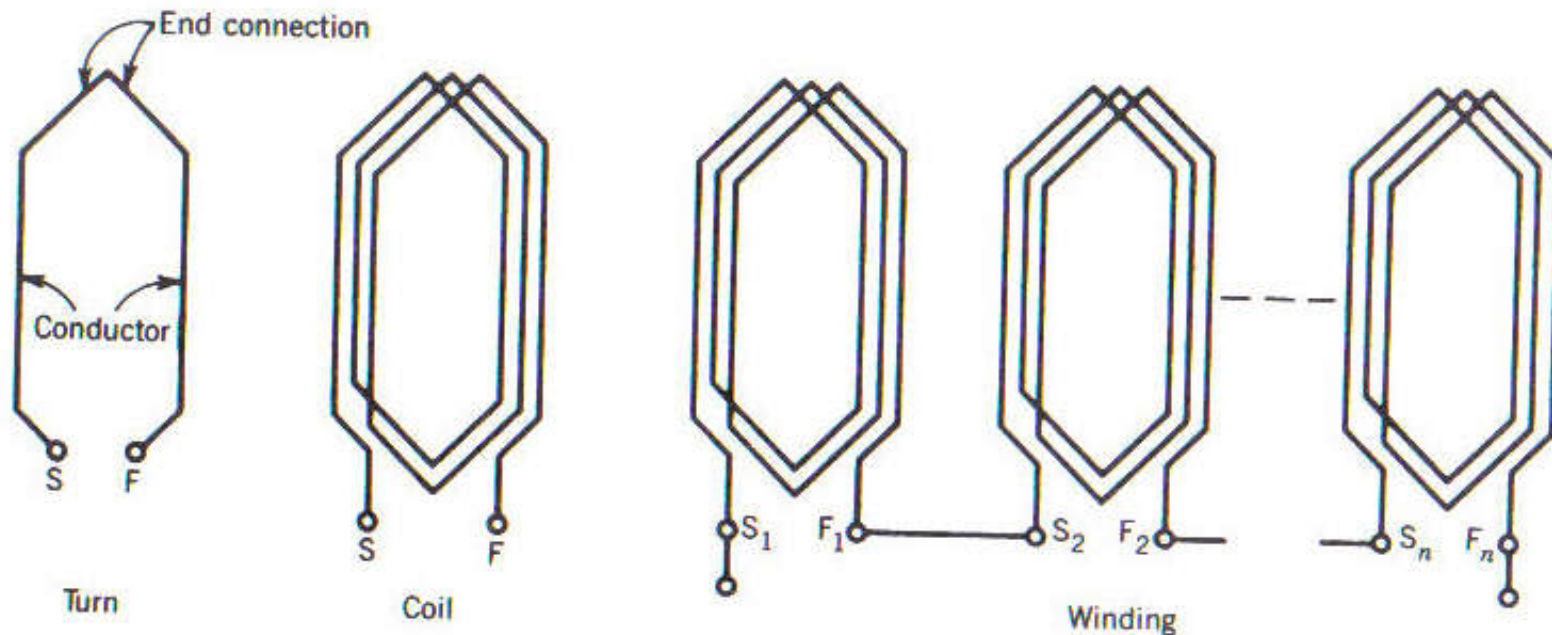
➤ Como  $\underline{B}$  é alternado  $\underline{e}_{ab}$  também será

➤ Na extremidade dos polos o fluxo magnético diminui devido ao aumento do entreferro;



## Máquinas CC – Tensão Interna

- A tensão induzida pode ser aumentada usando múltiplas espiras para formar uma bobina;
- Um conjunto de bobinas ligadas em série e colocadas em diferentes ranhuras do rotor, forma o enrolamento de armadura da máquina CC;



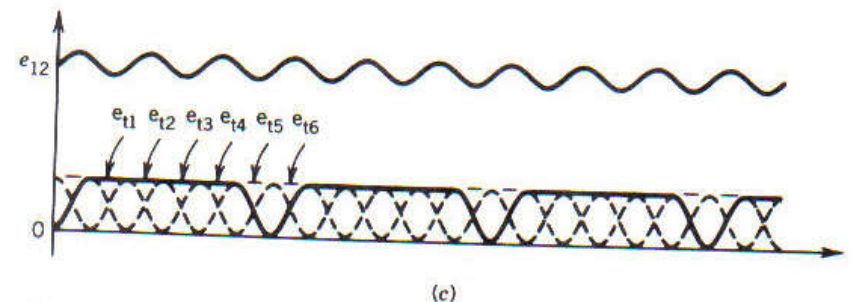
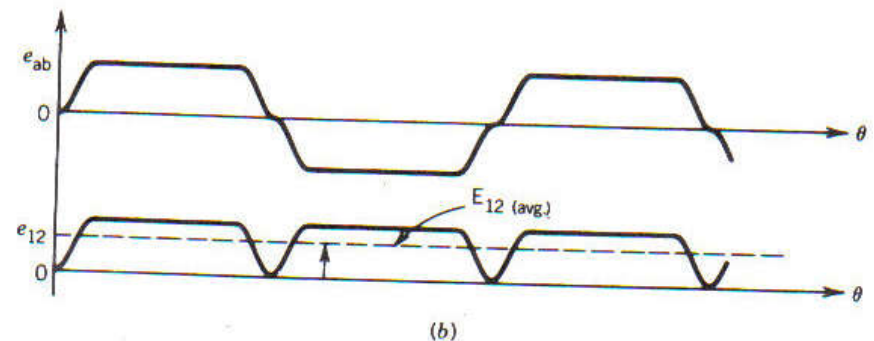
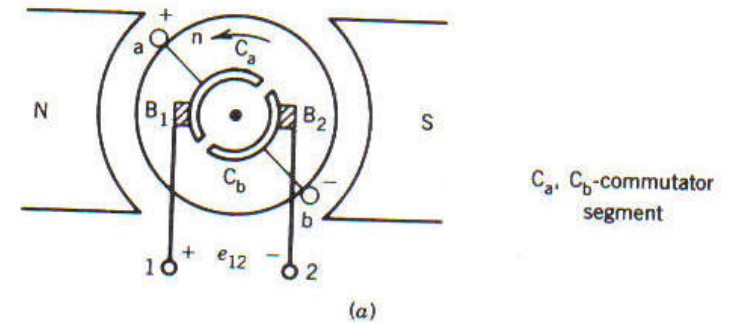


# Máquinas CC – Tensão Interna com Ação do Comutador

➤ Os dois anéis são substituídos por dois segmentos comutadores isolados;

➤ O terminal sob o pólo norte sempre terá polaridade positiva em relação ao terminal do pólo sul, e a tensão total induzida nos terminais do gerador será unidirecional (CC);

➤ A tensão gerada tem alta quantidade de *ripple*, o que é minimizado em máquinas reais usando um número maior de bobinas, posicionadas em ranhuras ao longo do rotor e colocadas em série através dos segmentos comutadores.





## Máquinas CC – Comutador

---

- O comutador também é fundamental para o funcionamento da máquina CC como motor, uma vez que o torque surge devido à busca de alinhamento entre os campos do rotor e do estator;
- O comutador varia continuamente a orientação do campo produzido pela armadura, não permitindo que os dois campos se alinhem e que o torque seja nulo.



[Video Motor CC](#)

## Máquinas CC – Comutador

---

- Uma máquina CC real pode ser considerada como um dispositivo com entreferro praticamente constante. Assim, os torques de relutância podem ser desprezados. Então:

$$T = \frac{i_s^2}{2} \frac{dL_{ss}}{d\theta} + \frac{i_r^2}{2} \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta} = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

- Da estrutura da máquina CC, pode-se considerar que a indutância mútua é proporcional a  $\cos(\theta)$ , visto que o máximo acoplamento se dá quando os campos magnéticos estiverem perfeitamente alinhados, ou seja,  $\theta = 0^\circ$ . Logo:

$$L_{sr}(\theta) = M \cos(\theta)$$

- Portanto:

$$T = -i_s i_r M \sin(\theta)$$

## Máquinas CC – Comutador

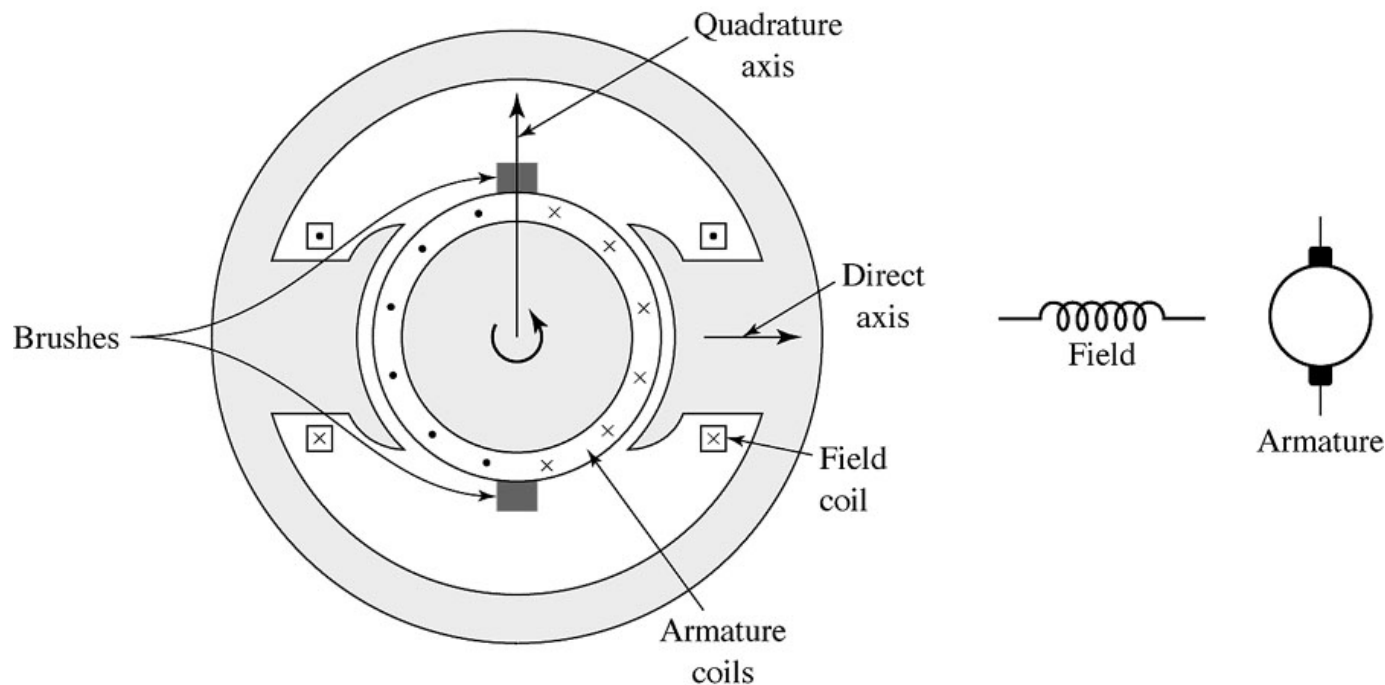
---

$$T = -i_s i_r M \text{sen}(\theta)$$

- O torque eletromagnético máximo ocorre quando  $\theta = 90^\circ$ , ou seja, quando os dois enrolamentos tiverem seus eixos magnéticos defasados de  $90^\circ$ .
- Assim, é desejável que a MCC opere sempre nas condições de torque máximo. Isso é conseguido por meio de comutação adequada.
- O sinal negativo da fórmula do torque indica a tendência de alinhamento entre os campos magnéticos do estator e do rotor.

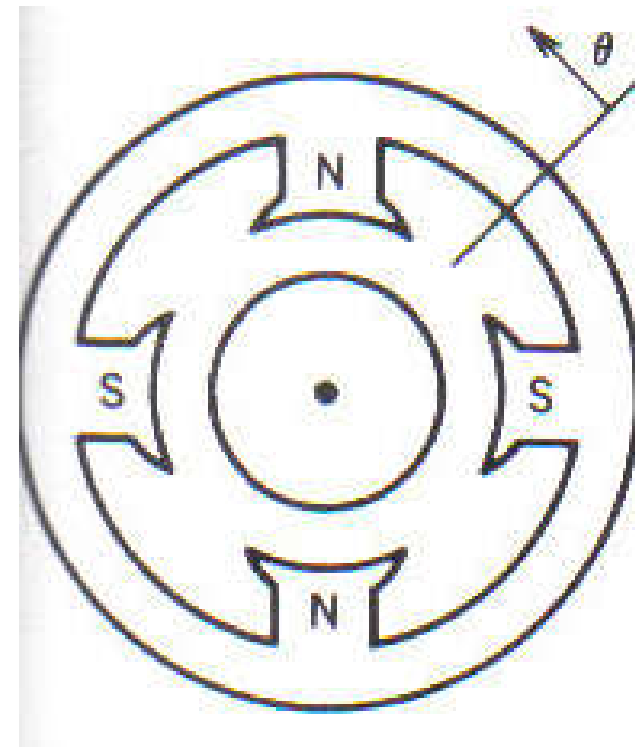
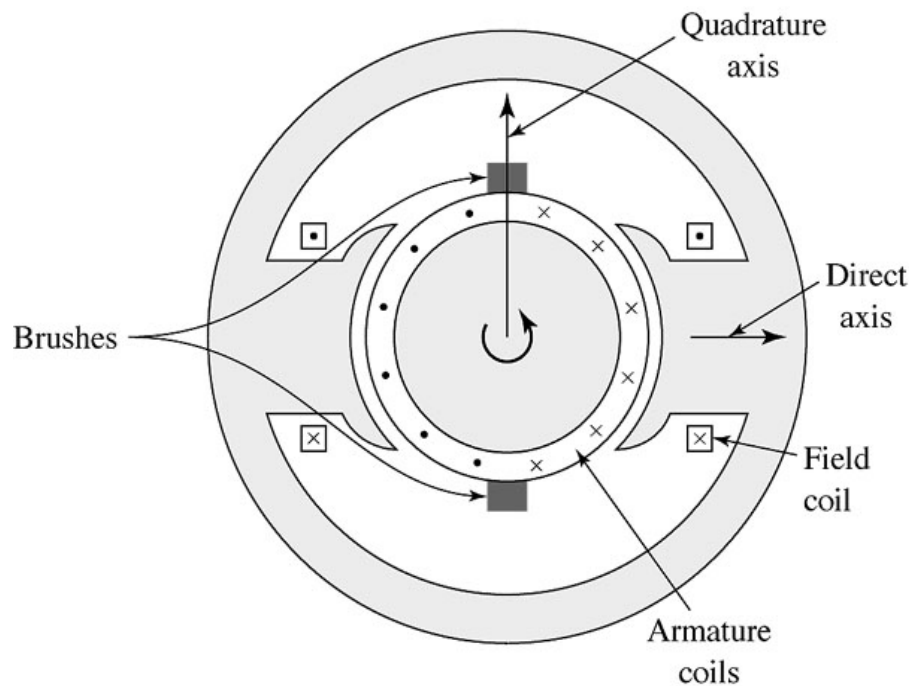
## Máquinas CC – Comutador

- A comutação deve ocorrer no eixo central, entre os pólos da armadura (**zona neutra ou linha magnética neutra**), de forma que o campo produzido na armadura esteja em quadratura (no eixo q) com o campo produzido no estator, maximizando a produção de torque.
- Além disso, nessa posição a comutação é suave (sem faíscas e com perdas mínimas), uma vez que o campo é nulo, e também a tensão induzida (situação ideal);



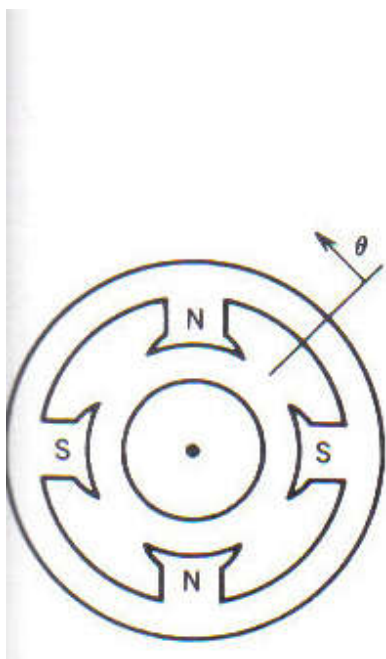
## Máquinas CC – No. de Pólos

- Máquinas CC podem ter mais de 2 pólos no estator;
- A vantagem é que a maior parte dos condutores da armadura estará sujeita a campo magnético elevado;
- A desvantagem é que a zona neutra no entreferro diminui, dificultando a comutação suave.

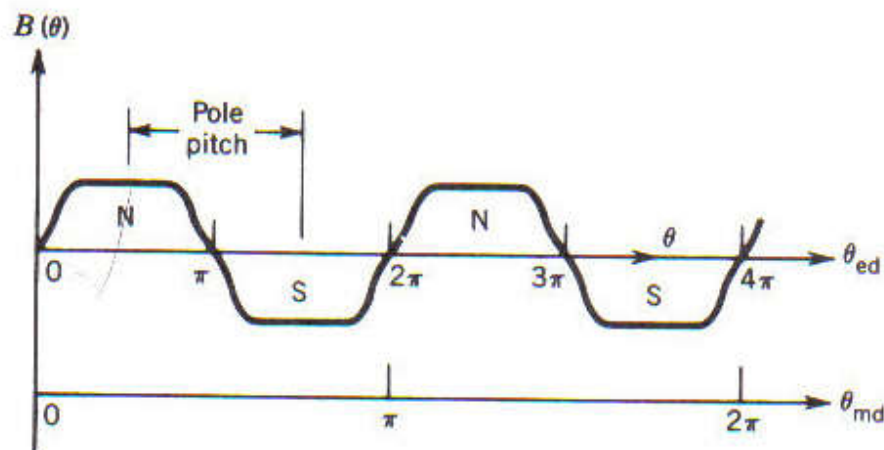


## Máquinas CC – No. de Pólos

- Para uma máquina com 4 pólos, durante um ciclo mecânico ( $360^\circ$  mecânicos), um condutor da armadura passará por pólos norte-sul-norte-sul, resultando em dois ciclos elétricos ( $720^\circ$  elétricos) ;
- Assim, pode-se definir:
  - $\theta_m$  - ângulo mecânico (no espaço)
  - $\theta_e$  - ângulo elétrico (ciclos do campo ou da tensão induzida)
  - $p$  - número de pólos da máquina
- Relacionados por:



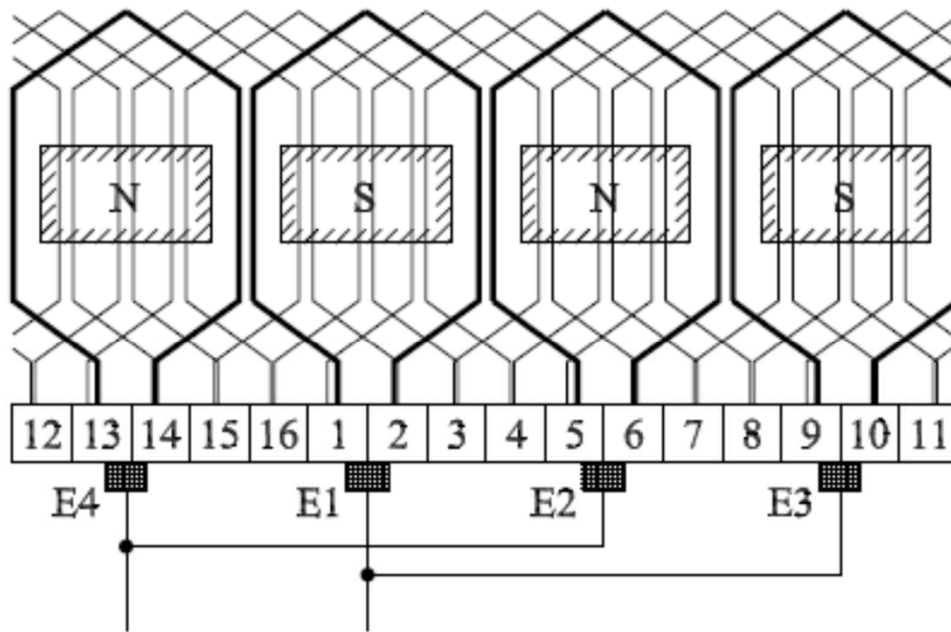
$$\theta_{ed} = \frac{p}{2} \theta_{md} \quad (4.3)$$



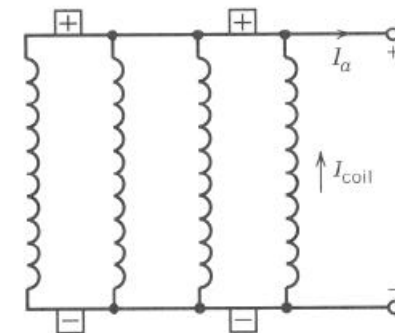
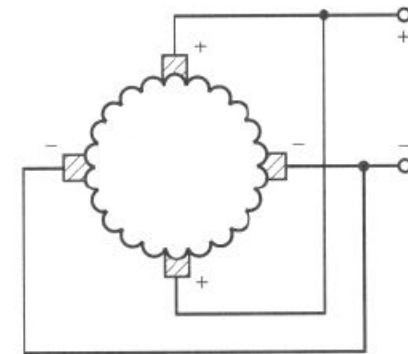
## Máquinas CC – Conexão dos Enrolamentos da Armadura

As espiras podem ser interligadas de muitas maneiras, sendo as mais comuns o enrolamento ondulado e enrolamento imbricado;

- **Enrolamento imbricado (*lap winding*)**: o número de caminhos paralelos  $a$  é sempre igual ao número de pólos; o número de escovas é sempre igual ao número de pólos.



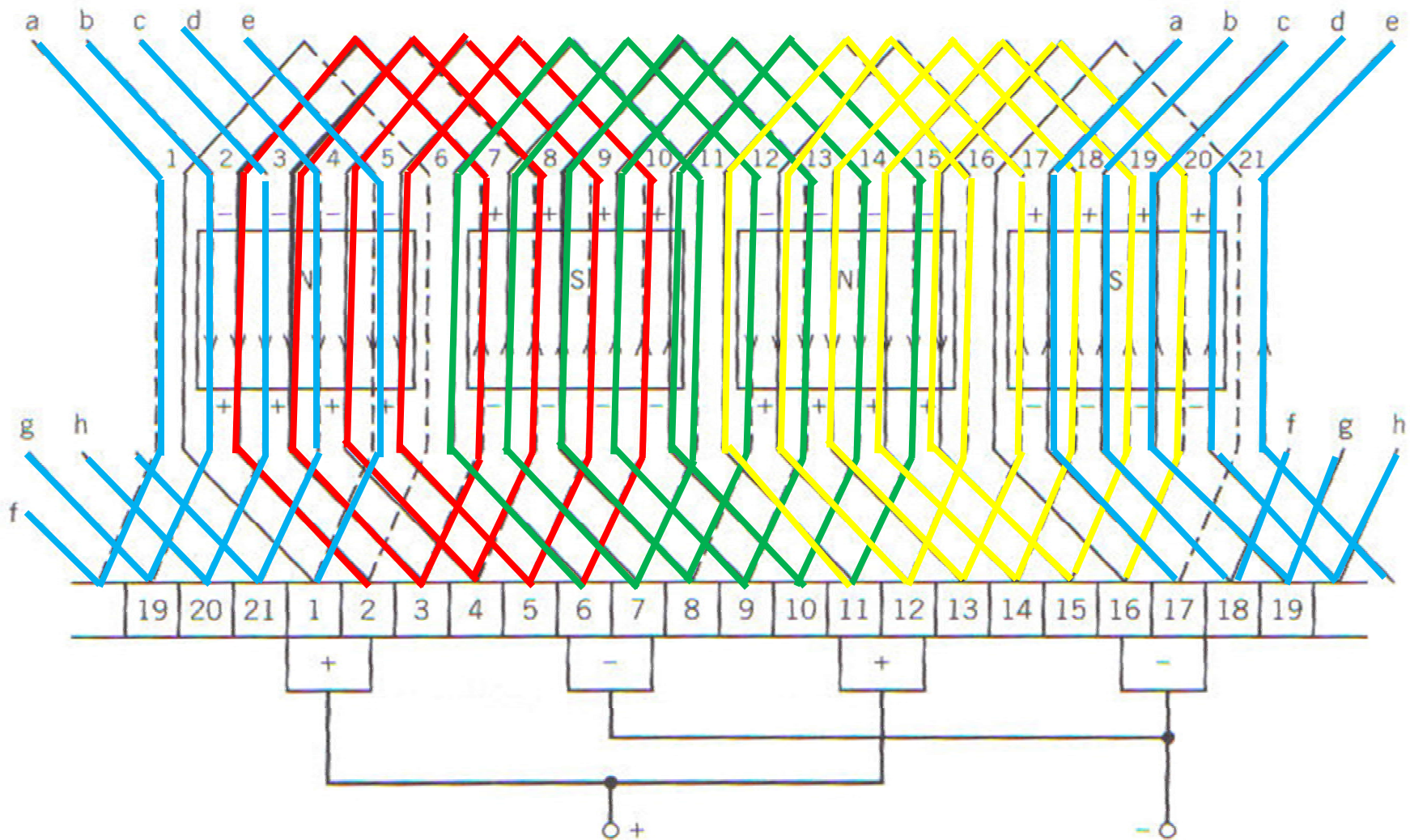
(a) Enrolamento imbricado completo de 4 pólos





# Máquinas CC – Conexão dos Enrolamentos da Armadura

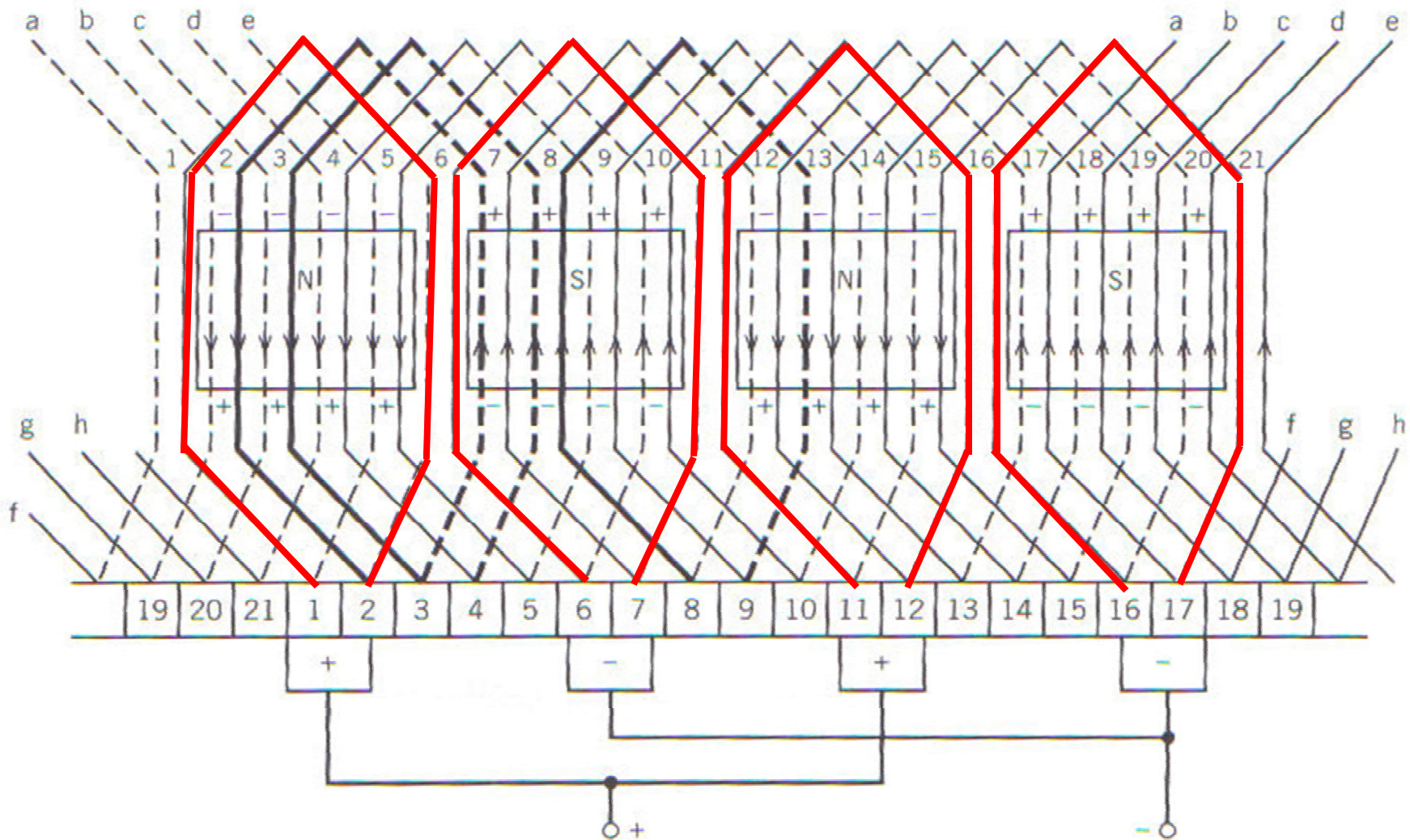
## ➤ Enrolamento imbricado (*lap winding*):





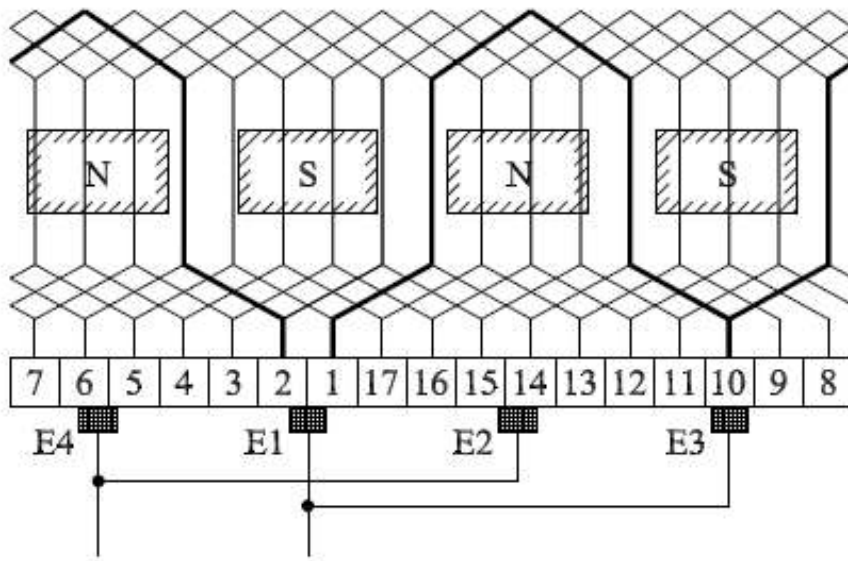
# Máquinas CC – Conexão dos Enrolamentos da Armadura

- **Enrolamento imbricado:** espiras em curto-circuito

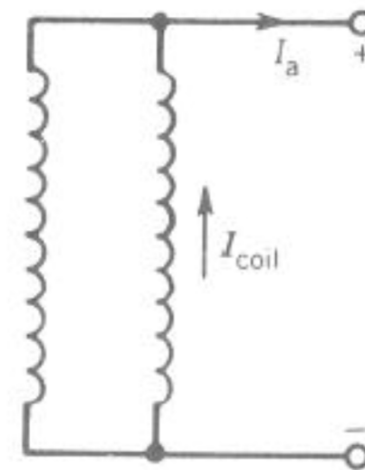
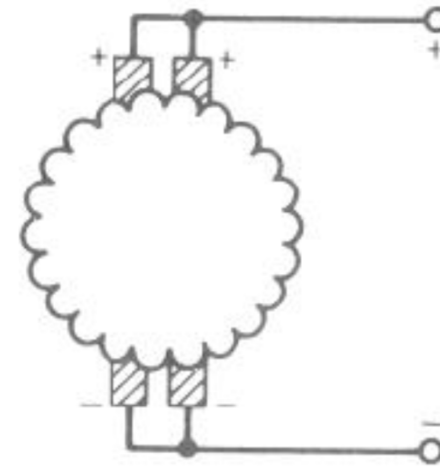


# Máquinas CC – Conexão dos Enrolamentos da Armadura

- **Enrolamento ondulado (*wave winding*):** o número de caminhos paralelos  **$a$**  é igual a 2 e independe do número de pólos; exige no mínimo duas escovas;

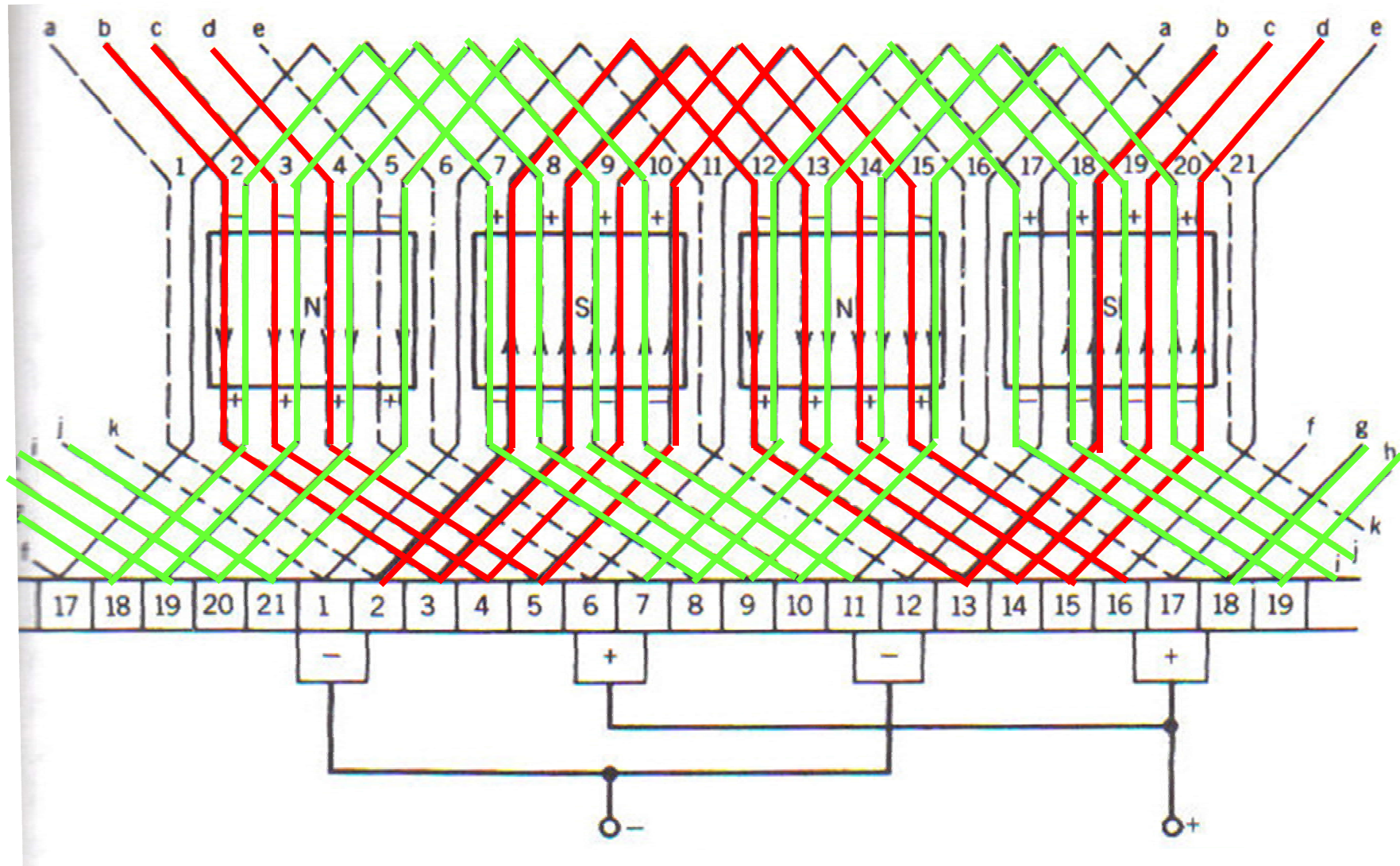


(c) Enrolamento ondulado completo de 4 pólos



# Máquinas CC – Conexão dos Enrolamentos da Armadura

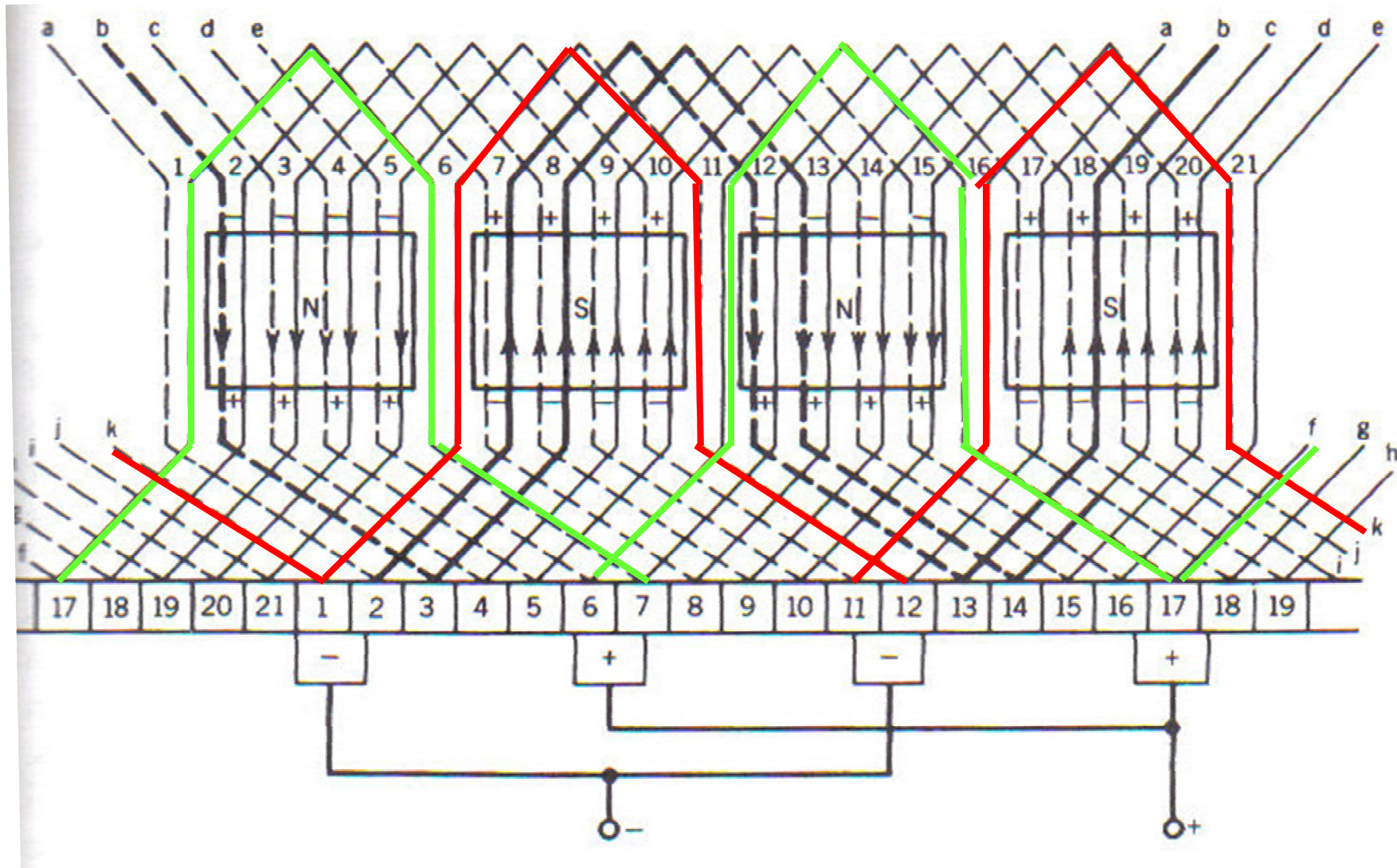
## ➤ Enrolamento ondulado (wave winding):





# Máquinas CC – Conexão dos Enrolamentos da Armadura

- Enrolamento ondulado (wave winding): espiras em curto-circuito



## Máquinas CC – Conexão dos Enrolamentos da Armadura

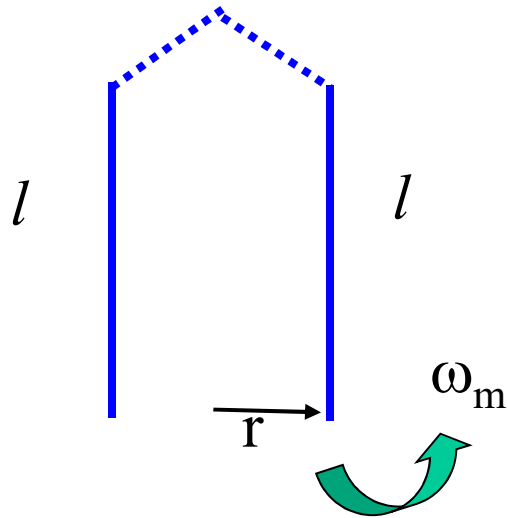
---

- A corrente de armadura total é dividida pelo número de caminhos paralelos. Ou seja,  $(I_a/a)$  é que efetivamente circula pelos condutores da armadura;
- Por isso, o enrolamento imbricado, com maior número de caminhos paralelos, é mais utilizado para máquinas de alta corrente/baixa tensão;
- O enrolamento ondulado é mais adequado para máquinas de baixa corrente/alta tensão.

## Máquinas CC – Tensão da Armadura

---

- A tensão induzida em 1 espira (2 condutores) da armadura é dada por:



$$e_{\text{espira}} = 2B(\theta)lv$$

$$v = \omega_m r$$

$r \rightarrow$  raio da armadura

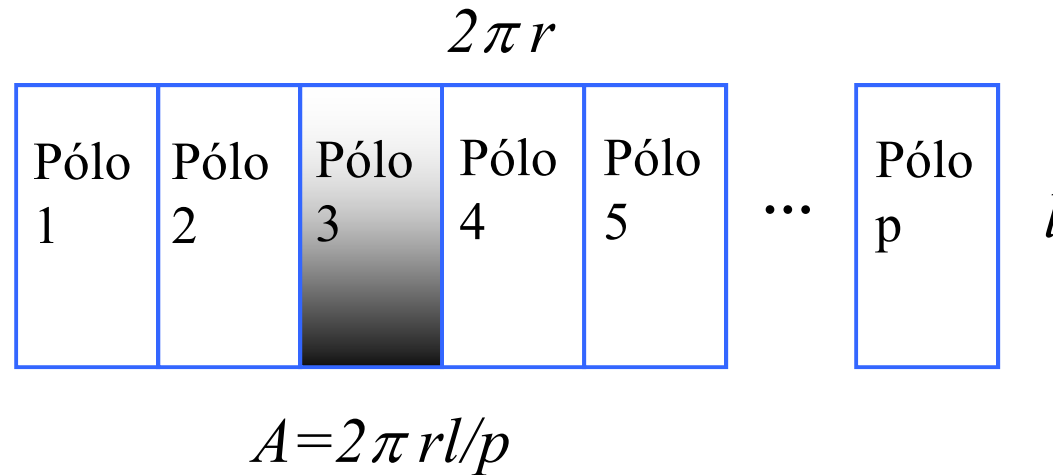
$\omega_m \rightarrow$  velocidade mecânica

$e_{\text{espira}} \rightarrow$  tensão induzida por espira

## Máquinas CC – Tensão da Armadura

---

- Seja:  $\Phi$  = fluxo magnético por polo  
 $A$  = área do polo =  $2\pi rl/p$



- Daí:

$$B(\theta) = \frac{\Phi}{A} = \frac{\Phi}{\frac{2\pi rl}{p}} = \frac{\Phi p}{2\pi rl} \quad \text{e assim ...}$$

$$e_{\text{espira}} = 2B(\theta)l\omega_m r = 2 \frac{\Phi p}{2\pi rl} l\omega_m r = \frac{\Phi p}{\pi} \omega_m$$

## Máquinas CC – Tensão da Armadura

---

- Para um enrolamento com **a** caminhos paralelos, somente (1/a) do total de espiras (em série) contribuirá para a tensão total da armadura.
- Sendo N o número total de espiras, a tensão de armadura  $E_a$  será:

$$E_a = \frac{N}{a} e_{\text{espira}} = \frac{N}{a} \frac{\Phi p}{\pi} \omega_m \quad \text{ou}$$

$$E_a = \frac{Np}{\pi a} \Phi \omega_m = K_a \Phi \omega_m$$

- $K_a$  é definida como constante da armadura e é determinada pelo projeto do enrolamento;

$$K_a = \frac{Np}{\pi a} \quad \text{também pode ser dada por : } K_a = \frac{Zp}{2\pi a}$$

Sendo  $Z=2N$  o número total de condutores;



## Máquinas CC – Tensão da Armadura

---

$$E_a = K_a \Phi \omega_m$$

- A expressão da tensão induzida é válida para operação como motor ou gerador;

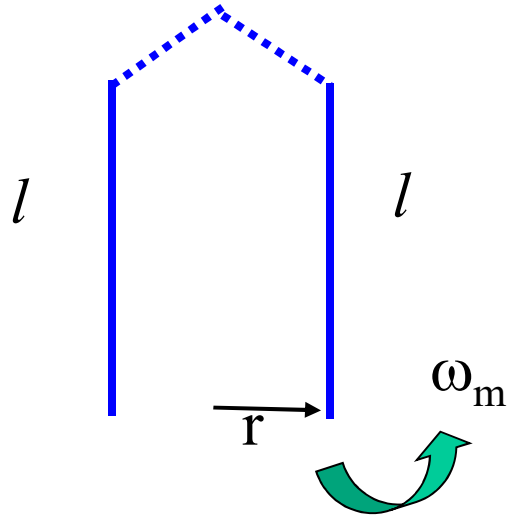
**Como motor:** define a força contra eletromotriz (tem impacto secundário);

**Como gerador:** define a tensão gerada (principal variável da máquina)

## Máquinas CC – Torque

---

- A força produzida em um condutor da armadura é dada por:



$$f_{condutor} = B(\theta)li_{condutor}$$

ou

$$f_{condutor} = B(\theta)l \frac{I_a}{a}$$

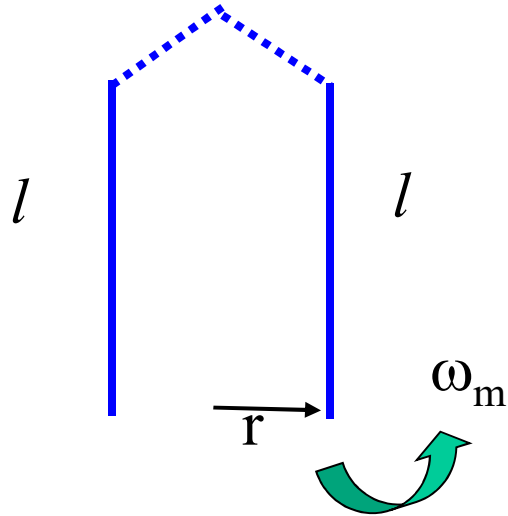
- A corrente que atravessa o condutor é a corrente de armadura ( $I_a$ ) dividida pelo número de caminhos paralelos ( $a$ ).

$$i_{condutor} = \frac{I_a}{a}$$

## Máquinas CC – Torque

---

- O torque produzido por um condutor é dado por:



$$T_{\text{condutor}} = f_{\text{condutor}} * r = B(\theta)l \frac{I_a}{a} r$$

$$\text{como } B(\theta) = \frac{\Phi p}{2\pi r l}$$

- Tem-se:

$$T_{\text{condutor}} = B(\theta)l \frac{I_a}{a} r = \frac{\Phi p}{2\pi} \frac{I_a}{a}$$

## Máquinas CC – Torque

---

- Todos os condutores do enrolamento de armadura desenvolvem torque na mesma direção. Assim, o torque total é dado por:

$$T = 2NT_{condutor} = 2N \frac{\Phi p}{2\pi} \frac{I_a}{a} = \frac{Np}{\pi a} \Phi I_a \quad \text{ou}$$

$$T = K_a \Phi I_a$$

## Máquinas CC – Torque

---

$$T = K_a \Phi I_a$$

- A expressão do torque também é válida como motor ou como gerador:

**Como motor:** representa o torque desenvolvido para atender a carga (principal variável da máquina);

**Como gerador:** representa um torque de reação, ou torque resistivo ao torque fornecido pela máquina primária (tem impacto secundário);

## Máquinas CC – Torque

---

**Como motor:** a potência elétrica de entrada é igual à potência mecânica transferida para a carga (que é retirada do campo magnético);

$$P_{elet} = E_a I_a = K_a \Phi \omega_m I_a = (K_a \Phi I_a) \omega_m = T \omega_m = P_{mec}$$

**Como gerador:** a potência mecânica de entrada no eixo é igual à potência elétrica transferida para a carga (que é retirada do campo magnético);

$$P_{mec} = T \omega_m = K_a \Phi I_a \omega_m = (K_a \Phi \omega_m) I_a = E_a I_a = P_{elet}$$

Obs.: considerando as perdas desprezíveis

## Máquinas CC – Exemplo

---

- Uma máquina CC de 4 pólos, tem armadura com raio de 12,5cm e comprimento de 25cm. Os pólos cobrem 75% da periferia da armadura (25% de zona neutra). O enrolamento de armadura consiste de 33 bobinas, com 7 espiras cada. As bobinas são acomodadas em 33 ranhuras. A densidade média de fluxo sob cada pólo é de 0,75T. Considerando o enrolamento de armadura do tipo imbricado, calcule:
- a)  $K_a$
  - b)  $E_a$  para  $n = 1000$  rpm;
  - c)  $I_{\text{condutor}}$  para  $I_a = 400$ A e o torque;
  - d) Potência da máquina;

## Máquinas CC – Exercício

---

**Repetir o exemplo anterior considerando enrolamento ondulado**



## Máquinas CC – Exemplo

---

$$p=4;$$

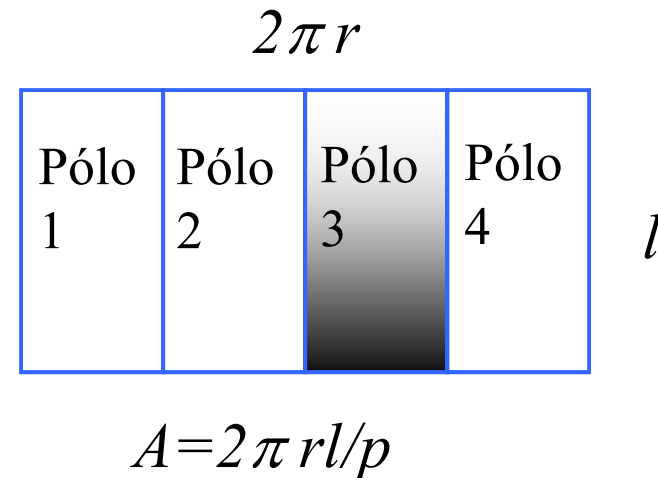
$$r=0,125\text{m}$$

$$l=0,250\text{m}$$

$$N=33\text{bobinas} * 7\text{espiras}$$

$$N=231\text{ espiras}$$

$$Z=2N=462\text{ condutores}$$



a)  $K_a$  ?

Enrolamento imbricado  $\rightarrow a=4$  caminhos paralelos

$$K_a = \frac{Zp}{2\pi a} = \frac{462 * 4}{2\pi * 4} = 73,53 \text{ (adimensional)}$$

## Máquinas CC – Exemplo

$$p=4;$$

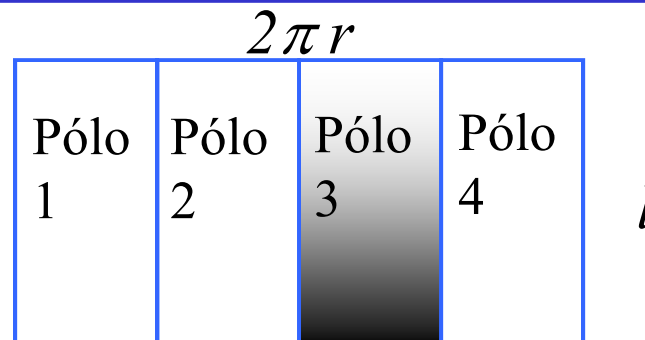
$$r=0,125\text{m}$$

$$l=0,250\text{m}$$

$$N=33\text{bobinas} * 7\text{espiras}$$

$$N=231\text{ espiras}$$

$$Z=2N=462\text{ condutores}$$



$$A=2\pi rl/p$$

$$A=2\pi * 0,125 * 0,250 / 4$$

$$A=49,1 * 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_{efetiva}=0,75 * A=36,8 * 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{b) } E_a \text{ para } \omega_m=1000 \text{ rpm} = 1000 * 2\pi / 60 = 104,72 \text{ rad/s}$$

$$\Phi = BA_{pólo} = 0,75 * 36,8 * 10^{-3} = 0,0276 \text{ Wb}$$

$$E_a = K_a \Phi \omega_m = 73,53 * 0,0276 * 104,72 = 212,5 \text{ V}$$

## Máquinas CC – Exemplo

$$p=4;$$

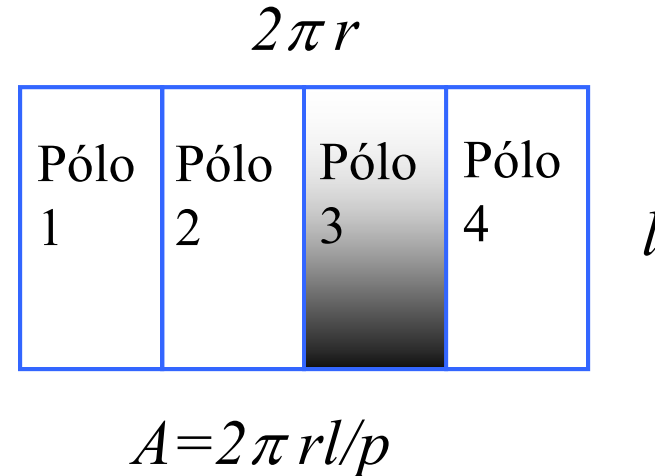
$$r=0,125\text{m}$$

$$l=0,250\text{m}$$

$$N=33\text{bobinas} * 7\text{espiras}$$

$$N=231\text{ espiras}$$

$$Z=2N=462\text{ condutores}$$



c)  $I_{\text{condutor}}$  para  $I_a=400\text{A}$  e o torque;  $a=4$  caminhos paralelos;

$$I_{\text{condutor}} = \frac{I_a}{a} = \frac{400}{4} = 100\text{A}$$

$$T = K_a \Phi I_a = 73,53 * 0,0276 * 400 = 811,8\text{ N.m}$$

## Máquinas CC – Exemplo

---

$$p=4;$$

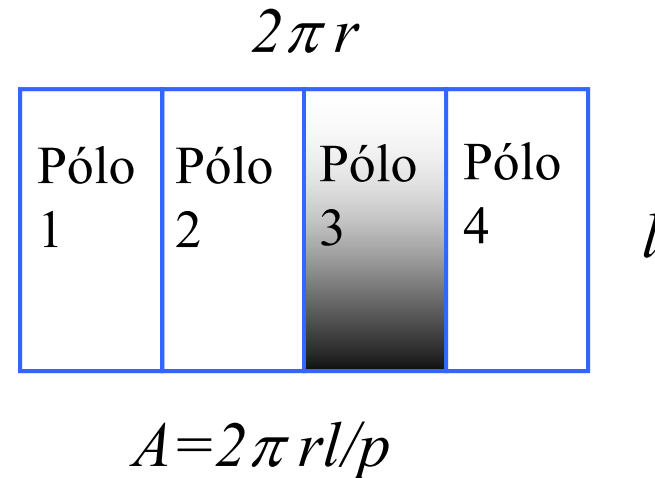
$$r=0,125\text{m}$$

$$l=0,250\text{m}$$

$$N=33\text{bobinas} * 7\text{espiras}$$

$$N=231\text{ espiras}$$

$$Z=2N=462\text{ condutores}$$



d) Potência da máquina;

$$P = E_a I_a = 212,5 * 400 = 85\text{kW} \approx 114\text{HP}$$

## Próxima Aula

---

- Curva de magnetização
- Classificação das máquinas CC
- Geradores CC