

Experimento 4 –

Forças Centrais

Neste experimento, mediremos a energia mecânica e o momento angular de um corpo em movimento, no qual age uma força central elástica. O objetivo do experimento é interpretar o resultado do ponto de vista das leis de conservação.

Introdução

O arranjo experimental consiste em um corpo preso por uma mola a um pino fixo na mesa e que desliza em uma mesa de ar sobre vidro, quase sem atrito. O corpo é lançado de forma que sua velocidade inicial é aproximadamente perpendicular à força da mola. A trajetória do corpo é registrada com faíscas a cada intervalo de tempo $\Delta t = 1/60$ s em uma folha de papel presa numa placa paralela ao tampo de vidro da mesa. As Figuras 1 e 2 ilustram o arranjo experimental. As principais grandezas de interesse são:

- *Energia cinética do corpo*
- *Energia potencial elástica da mola*
- *Energia total*
- *Quantidade de movimento linear* $\vec{P} = m\vec{v}$
- *Momento angular* $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$

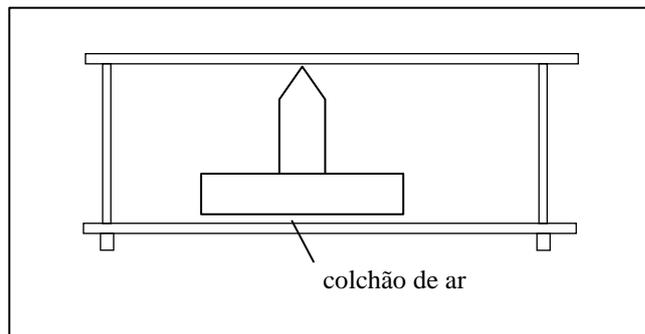


Figura 1. Pique sobre um colchão de ar em mesa de vidro. Vista lateral.

Ao analisar o diagrama de corpo livre do pique que se move em um plano horizontal sem atrito (o que acontece se a mesa estiver bem nivelada e com o ar fluindo) a força peso no pique será compensada pela força normal e a resultante será igual à força da mola. Como a soma das forças externas não é nula, a quantidade de movimento linear não é conservada, mas o momento angular $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$ se conserva quando se adota, neste arranjo, a origem do sistema de coordenadas no ponto fixo da mola: o vetor \vec{r} é paralelo à força que a mola exerce no pique, de modo que temos $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$ e, como o torque é a derivada no tempo do momento angular, \vec{L} é constante.

No sistema pique-mola, as energias em jogo são:

- Energia cinética de translação do pique.
- Energia potencial da mola.

A energia potencial da mola pode ser determinada a partir da distância do centro do puque até o centro do pino que prende a mola, **descontando eventuais ganchos e prendedores**, e os parâmetros da mola: constante de força k e comprimento natural x_0 . Deve-se tomar cuidado ao determinar x_0 , uma vez que a energia potencial varia com o quadrado do comprimento da mola, de forma que um erro no comprimento natural da mola (x_0) causa na energia potencial um erro maior, em relação ao seu valor. A energia cinética de translação do puque é calculada a partir da sua velocidade. Para esses cálculos, qualquer ponto fixo à mesa pode ser usado como referência.

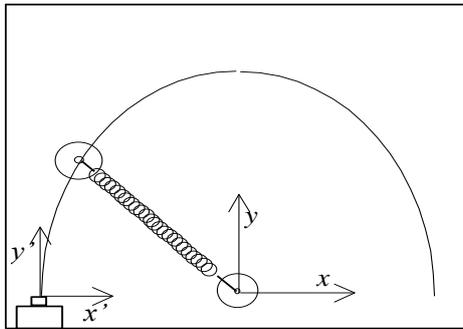


Figura 2: Puque sob a ação de força elástica central. Vista superior.

Conceitos importantes:

Torque e momento angular:

Desenhe o diagrama de forças no puque, mostre que o torque em relação ao ponto fixo da mola é nulo e demonstre que, nessas condições, o momento angular do puque em relação a esse ponto se conserva.

Energia total:

A obtenção do valor da energia total do puque envolve as medições da energia cinética e da energia potencial do sistema puque-mola. A fim de se obter um bom resultado para essa última, é preciso tomar bastante cuidado. Sua medição compreende duas etapas:

1) Medição dos parâmetros da mola, x_0 e k .

Com uma extremidade da mola presa em um suporte, mede-se o comprimento para diferentes pesos pendurados nela (Lembrem-se que temos uma balança de precisão dentro do laboratório).

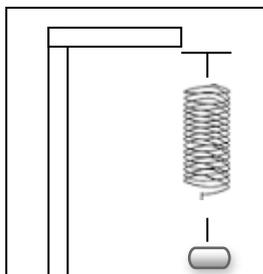


Figura 3: Aparato experimental para medição dos parâmetros da mola.

Cuidado especial deve ser tomado na medida do comprimento, porque o critério de medida dessa quantidade no arranjo para determinação dos parâmetros da mola não é o mesmo que você usa na medição da distância do centro do pique ao centro do pino fixo, devido aos ganchos e outras peças de fixação, que são diferentes nas duas montagens. Além disso, o próprio peso da mola dá uma distensão inicial, que não ocorre quando ela está apoiada sobre a mesa de vidro.

2) Determinação da energia potencial da mola.

Para isso é necessário medir a distância do pique ao centro fixo (para alguns pontos da trajetória) e determinar a elongação da mola. Conforme discutido acima, deve-se cuidar para estimar corretamente o valor de x_0 .

Note que a energia potencial é uma função quadrática da *elongação*:

$$E_p = \frac{1}{2} k(x - x_0)^2 \quad (1)$$

que pode ser expandida:

$$E_p = \frac{k}{2}(x)^2 + \frac{k}{2}(x_0)^2 + k \cdot x \cdot x_0 \quad (2)$$

NOTE QUE um eventual erro em x_0 não implica num simples acréscimo aditivo da energia, como pode ser visto no último termo da equação (2).

Procedimento Experimental

1. Para caracterizarmos a mola e conforme o arranjo experimental da Figura 3 siga os seguintes passos:

- Meça o comprimento da mola x em função da força F , para diferentes massas (de 8 a 10) a ideia é montar uma curva de calibração e determinar a constante elástica da mola.
- O modo prático consiste em selecionar a pilha de arruelas e pesar, primeiro, o porta-pesos vazio. Em seguida, acrescente uma arruela por vez e anote o peso do conjunto, que vai ficando cada vez maior. Meça também a massa da mola.
- Pendure esse porta peso cheio na mola e meça sua distensão. Retire uma arruela de cada vez e meça a distensão da mola.
- Faça um gráfico da força peso em função da **elongação da mola** (ou seja, subtraia qualquer distância que não seja referente a mola), ajuste os parâmetros de uma reta $F = kx + C$ e determine a constante elástica da mola k e $x_0 = -C/k$, que é o comprimento natural da mola, que você precisa medir para determinar a energia potencial. (Lembre-se de adicionar a metade da massa da mola à massa do peso pendurado, para levar em conta, ao menos aproximadamente, o a massa da mola).

2. Conforme o arranjo experimental da Figura 1, siga os seguintes passos:
 - Teste o arranjo algumas vezes ANTES de colocar (e desperdiçar) o papel sensível.
 - Prenda o papel, verifique que esteja MUITO BEM ESTICADO, posicionado de maneira que o lado sensível (o que marca com facilidade ao raspar com qualquer objeto) fique virado para a ponta do puque.
 - Marque a posição do pino fixo (gire a sua ponta de latão para que fique mais alta, baixe a tampa e deixe a ponta marcar o papel, mas evite que pressione excessivamente a tampa, que pode acabar furando também, uma vez que ela é relativamente mole). Feito isso, recolha a ponta do pino, senão as faíscas saltarão todas por ali. Identifique esse furo no papel como seu ponto inicial.
 - Arme o lançador do puque, dispare-o e registre sua trajetória com as faíscas. Identifique qual o ponto inicial e qual o final para não se confundir.
3. Com o fluxo de ar comprimido cortado e a tampa da mesa levantada, meça a diferença entre o **tamanho da mola** e a distância entre o centro do pino fixo e a ponta do puque; faça pelo menos 6 medições dessa diferença, em diversas posições, para avaliar quanto ela flutua e estimar a precisão da medida. Não esqueça de **anotar a massa do puque**.
4. Volte para o registro da trajetória no papel e selecione ao menos 10 trechos distribuídos uniformemente ao longo do movimento, cada trecho composto por **sete pontos consecutivos** (ou seis intervalos, que é o mesmo), de modo que o intervalo de tempo correspondente a esse trecho seja $\Delta t = 6 \cdot 1/60 \text{ s} = 1/10 \text{ s}$. Pode ser que você use todos os pontos para conseguir esses 10 trechos. Como mostra a figura abaixo.

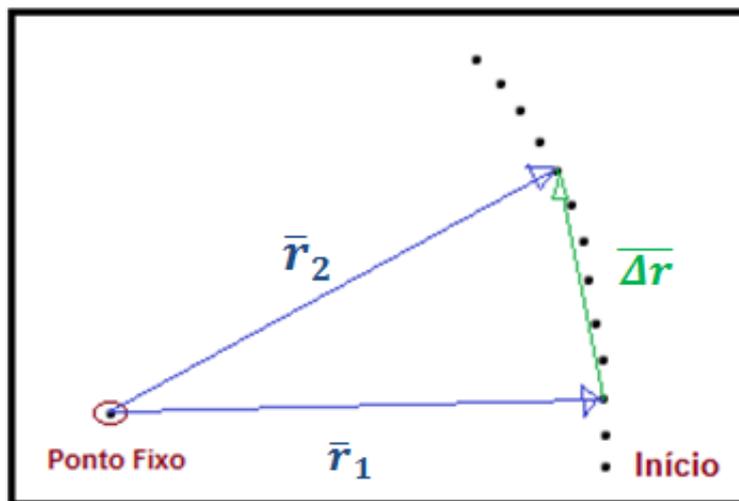


Figura 4: Representação da folha sensível.

5. Represente os vetores \mathbf{r}_i e também os vetores de deslocamento $\overline{\Delta r}$ em escala 1:1 (1 cm de deslocamento = 1 cm de flecha), ou seja, desenhe uma flecha que começa no primeiro ponto do trecho e tem a ponta de seta no último. Como mostra a Figura 4.

6. Determine a velocidade média v , a partir de $\frac{\Delta r}{\Delta t}$ do púque para cada trecho e a elongação da mola ($x-x_0$); não se esqueça de levar em conta a diferença medida no item 3 acima. A velocidade instantânea no ponto central de cada trecho de trajetória selecionado no item 4 acima (o ponto central é o quarto ponto do trecho) pode ser aproximada pelo valor da velocidade média no trecho. Para obter o módulo do vetor momento angular, é necessário também conhecer a direção da velocidade:

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = p(r \sin \theta_{rp})$$

Síntese

- Faça uma descrição sucinta das medições realizadas, com suas palavras.
- Determine as estimativas da constante de força k e do comprimento natural x_0 da mola, bem como suas incertezas, a partir do ajuste dos parâmetros da equação que dá a força em função do comprimento da mola pelo método dos mínimos quadrados; apresente os dados em tabelas e gráficos e represente a reta ajustada no mesmo gráfico em que estiverem os dados experimentais.
- Determine, para cada um dos trechos selecionados, as seguintes grandezas e suas respectivas incertezas:
 - Velocidade média de cada trecho e o momento linear respectivo.
 - elongação da mola ($x-x_0$).
 - energias cinética, potencial e total em função do tempo.
 - O momento Angular \mathbf{L} em função do tempo.
 - Não se esqueça de calcular as incertezas para cada uma dessas grandezas.Apresente os resultados em tabelas e gráficos.
- Discuta se a energia total se conserva
- Discuta se o momento angular se conserva