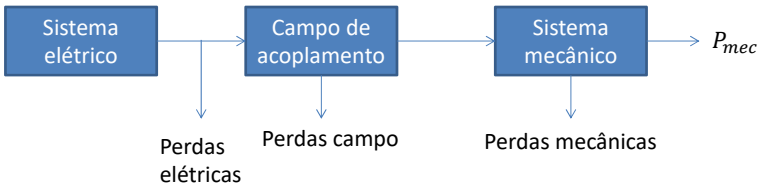
SEL0404 – Eletricidade II

Conversão eletromecânica de energia

Conversor eletromecânico

- Principio de conservação de energia
- Sistema conversor eletromecânico possui:
  - (1) sistema elétrico
  - (2) sistema mecânico
  - (3) campo de acoplamento



Balanço de energia

Entrada de energia elétrica = Saída de energia mecânica + Aumento da energia no campo de acoplamento + Perdas de energia

Balanço de energia (2)

Entrada de energia elétrica – perdas na resistência = Saída de energia mecânica + atrito e perdas no enrolamento + Aumento da energia no campo de acoplamento + perdas no núcleo

Energia no campo

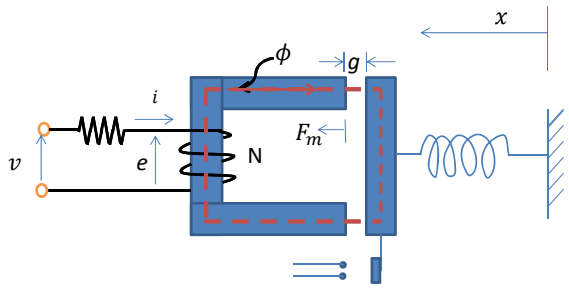
- Considere o tempo diferencial dt no qual um incremento de energia elétrica dW_e flui para o sistema (excluindo as perdas RI^2), teremos:

$$dW_e = dW_m + dW_f$$

dW_m é a energia convertida na forma mecânica

dW_f é a variação de energia no campo

Sistema eletromecânico



Considere este sistema eletromecânico. A parte móvel é mantida imóvel com um determinado entreferro e a corrente é elevada de 0 a i

Sistema eletromecânico

Como $dW_e = dW_m + dW_f$ e dW_m=0, teremos

$$dW_e = dW_f$$

Se as perdas núcleo são desprezadas, a parcela incremental da energia elétrica é armazenada como energia do campo

$$dW_e = ei\,dt$$

Como $dW_e = dW_f$ temos que $dW_f = eidt$

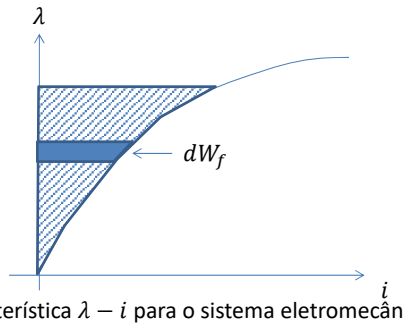
mas, $e = \frac{d\lambda}{dt}$ Logo, $dW_f = id\lambda$

A energia armazenada no campo será:

$$W_f = \int_0^{\lambda} id\lambda$$

Energia no campo

$$W_f = \int_0^{\lambda} i d\lambda$$



Característica $\lambda - i$ para o sistema eletromecânico para um entreferro específico

Energia no campo

$$W_f = \int_0^{\lambda} i d\lambda$$

Lembrando que

$Ni = H_N l_N + H_g l_g$ e $\lambda = N\Phi$ ou $\lambda = NBA$

Então,

$$W_f = \int \frac{H_N l_N + H_g l_g}{N} NAdB$$

No entreferro, $H_g = \frac{B}{\mu_0}$

Energia no campo

$$W_f = \int \left(H_N l_N + \frac{B}{\mu_0} l_g \right) A dB$$

$$= \int \left(H_N dB\, A l_N + \frac{B}{\mu_0} dB l_g A \right)$$

$$= \int H_N dB \times \text{volume do material magnético} +$$

$$\frac{B^2}{2\mu_0} \times \text{volume do entreferro}$$

$$= w_{fN} \times V_N + w_{fg} \times V_g$$

$$= W_{fN} + W_{fg}$$

$$= w_{fN} \times V_N + w_{fg} \times V_g$$

$$= W_{fN} + W_{fg}$$

- w_{fN} é a densidade de energia no material
- w_{fg} é a densidade de energia no entreferro
- V_N é o volume do material magnético
- V_g é o volume do entreferro
- W_{fN} é a energia armazenada no núcleo
- W_{fg} é a energia armazenada no entreferro

Sistemas lineares

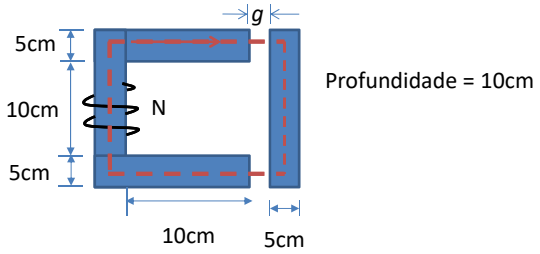
- Se o sistema magnético for linear, então

$$H_N = \frac{B_N}{\mu_N}$$

Portanto,

$$w_{fN} = \int \frac{B_N}{\mu_N} dB_N = \frac{B_N^2}{2\mu_N}$$

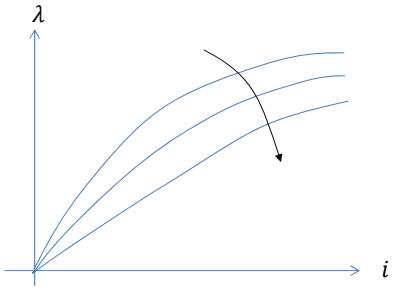
Exemplo



O material é cast steel. A bobina possui 250 espiras e a resistência total é 5ohms. Para um entreferro fixo de 5mm, uma fonte cc é conectada ao enrolamento para produzir uma densidade de fluxo de 1,0 T no entreferro

a) Determinar a tensão da fonte cc
b) Determinar a energia total armazenada no campo

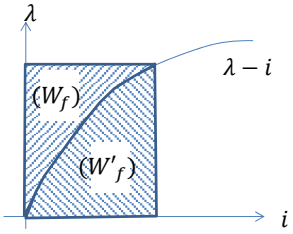
Energia / Coenergia



Em um sistema eletromagnético com entreferro, quanto maior o entreferro, sua característica tenderá à linearidade

Coenergia

$$W'_f = \int_0^i \lambda di$$



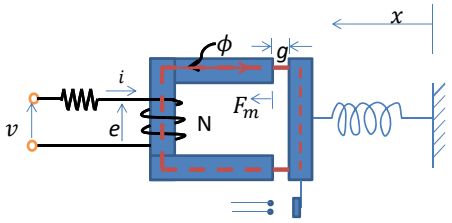
É usado na derivação das expressões de força e torque.

$$W'_f + W_f = \lambda i$$

$W'_f > W_f$ se $\lambda - i$ possui característica não-linear e $W'_f = W_f$ se a característica por linear

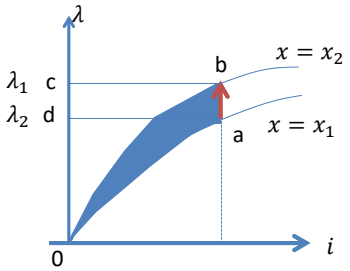
Força mecânica no sistema magnético

- Considere o sistema magnético em que a parte móvel move-se da posição $x = x_1$ para $x = x_2$



Corrente constante

- Considerar que o movimento realizado foi lento e a corrente se manteve constante



$dW_e = \int ei\, dt = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i\, d\lambda$ =área abcd

$dW_f =$ área 0bc − 0ad

$dW_m = dW_e - dW_f$ =área abcd + área 0ad – área 0bc=área 0ab

Movimento a corrente constante

- Neste caso, temos que:

$$dW_m = dW_f'$$

Considere que f_m é a força mecânica responsável pelo deslocamento dx .

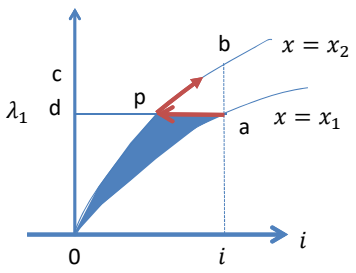
$$f_m dx = dW_m = dW_f'$$

$$f_m = \left.\frac{\partial W_f'(i,x)}{\partial x}\right|_{i=constante}$$

Para este caso temos um aumento da coenergia

Movimento a fluxo constante

- Supor que o movimento é muito rápido. Pode-se assumir que o fluxo concatenado se mantém constante durante o movimento.



$$f_m dx = dW_m = -dW_f$$

$$f_m = -\left.\frac{\partial W_f(\lambda,x)}{\partial x}\right|_{\lambda\ constante}$$

No limite, com dx pequeno, as áreas 0ap e 0ab tenderão ao mesmo tamanho

Exemplo

A relação $\lambda - i$ de um sistema eletromagnético é dado por

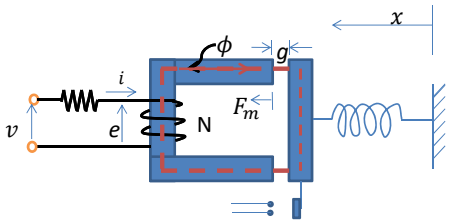
$$i = \left(\frac{\lambda g}{0{,}09}\right)^2$$

Que é válido para os limites $0 < i < 4$ e $3 < g < 10cm$. Para a corrente $i = 3$A e entreferro $g = 5$cm, encontre a força mecânica para parte móvel utilizando a energia e a coenergia do campo.

★

Sistemas lineares

Considere o sistema eletromagnético



Considere que a relutância do ar é muito maior que o do caminho do núcleo

Sistemas lineares

A relação $\lambda - i$ fica:

$$\lambda = L(x)i$$

onde $L(x)$ é a indutância da bobina que depende apenas do comprimento do entreferro.

A energia no campo será:

$$W_f = \int i d\lambda = \int_0^{\lambda} \frac{\lambda}{L(x)} d\lambda = \frac{\lambda^2}{2L(x)} = \frac{1}{2} L(x) i^2$$

Força mecânica

$$f_m = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\lambda^2}{2L(x)}\right)\Bigg|_{\lambda=constante}$$

$$= \frac{\lambda^2}{2L^2(x)} \frac{dL(x)}{dx} = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(x)}{dx}$$

Sistemas lineares

Para sistemas lineares $W_f = W_f' = \frac{1}{2}L(x)i^2$

Logo, para $f_m = \left.\frac{\partial W_f'(i,x)}{\partial x}\right|_{i=constante}$

$$f_m = \left.\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}L(x)i^2\right)\right|_{i=constante}$$

$$= \frac{1}{2}i^2\,\frac{dL(x)}{dx}$$

Pressão magnética

- Para o relé apresentado se a relutância do caminho magnético do núcleo é desprezado,

$$Ni = H_g 2g = \frac{B_g}{\mu_0}2g$$

A energia no campo será

$$W_f = \frac{B^2}{2\mu_0} \times \text{volume do entreferro}$$

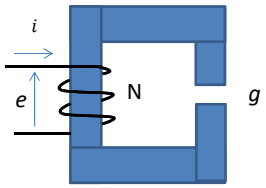
$$= \frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g 2g$$

A_g é a área da seção transversal do entreferro.

Exemplo

- Considere o sistema magnético a seguir. Temos $N = 500$, $i = 2$A. Largura do entreferro 2cm, profundidade do entreferro 2cm e distância do entreferro 1mm. Despreze a relutância do núcleo, o fluxo disperso e o efeito de espraiamento.
- a) Determine a força de atração entre os dois lados do entreferro
- b)Determine a energia armazenada no entreferro.

Sistema magnético do exemplo



Pressão Magnética

Neste caso,

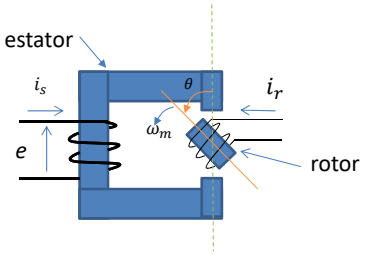
$$f_m = \frac{\partial}{\partial g}\left(\frac{B_g^2}{2\mu_0} \times A_g \times 2g\right) = \frac{B_g^2}{2\mu_0}(2A_g)$$

Temos F_m é a pressão magnética, dada por

$$F_m = \frac{B_g^2}{2\mu_0}\ \mathrm{N/m^2}$$

Máquinas Rotativas

Caso geral: considere que o estator e o rotor possuem enrolamentos com correntes



Energia armazenada no campo com a máquina parada:

$$dW_f = e_s i_s dt + e_r i_r dt$$
$$= i_s d\lambda_s + i_r d\lambda_r$$

Indutâncias próprias e mútuas

Considerando o sistema magnético linear λ_r e λ_s podem ser escritos em termos de indutâncias que dependem da posição θ do rotor

$$\lambda_s = L_{ss} i_s + L_{sr} i_r$$
$$\lambda_r = L_{rs} i_s + L_{rr} i_r$$

L_{ss} é a indutância própria do enrolamento do estator
L_{rr} é a indutância própria enrolamento do rotor
L_{sr} e L_{rs} é a indutância mútua entre o enrolamento do rotor e estator
Para sistemas magnéticos lineares $L_{sr} = L_{rs}$

Na forma matricial temos:

$$\begin{vmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} L_{ss} & L_{rs} \\ L_{sr} & L_{rr} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i_s \\ i_r \end{vmatrix}$$

$$dW_f = i_s d(L_{ss} i_s + L_{sr} i_r) + i_r d(L_{sr} i_s + L_{rr} i_r)$$
$$= L_{ss}\ i_s + L_{rr}\ i_r di_r + L_{sr} d(i_s i_r)$$

A energia no campo será

$$W_f = L_{ss} \int_0^{i_s} i_s di_s + L_{rr} \int_0^{i_r} i_r di_r + \int_0^{i_s, i_r} d(i_s i_r)$$
$$= \frac{1}{2} L_{ss} i_s^2 + \frac{1}{2} L_{rr} i_r^2 + L_{sr} i_s i_r$$

Torque no sistema

$$T = \frac{\partial W_f'(i,\theta)}{\partial \theta}\Big|_{i=constante}$$

Considerando o sistema magnético linear, temos $W_f = W_f'$:

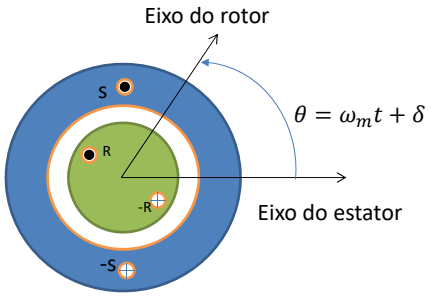
$$T = \frac{1}{2} i_s^2 \frac{dL_{ss}}{d\theta} + \frac{1}{2} i_r^2 \frac{dL_{rr}}{d\theta} + i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

Os primeiros dois termos à direita representam o torque produzido na máquina por causa da variação da indutância própria com a posição do rotor. Essa parcela é chamada de **torque de relutância.**
O terceiro termo representa o torque produzido pela variação da indutância mútua entre os enrolamentos do estator e do rotor.

Exemplo

- Considere que no sistema apresentado, o rotor não possua enrolamento e a indutância do estator como função da posição do rotor θ é $L_{ss} = L_0 + L_2 \cos 2\theta$. A corrente do estator é $i_s = I_{sm} sen\ \omega t$
  a) Obtenha a expressão do torque atuando no rotor
  b) Seja $\theta = \omega_m t + \delta$, onde ω_m é a velocidade angular do rotor e δ é a posição do rotor em $t = 0$. Determine a condição para torque médio diferente de zero e obtenha a expressão para o torque médio.

Máquinas cilíndricas



Vista da seção transversal da máquina de dois pólos com entreferro uniforme

Os enrolamentos são posicionados em fendas do estator e do rotor. Em máquinas reais, os enrolamentos são posicionados em várias fendas.
Se os efeitos das fendas for desprezado, a relutância do caminho magnético é independente da posição do rotor.

Máquinas cilíndricas

Para este caso geral assume-se que as indutâncias próprias são constantes, portanto não há torque de relutância. A indutância L_{sr} varia conforme a posição do rotor e o torque produzido será:

$$T = i_s i_r \frac{dL_{sr}}{d\theta}$$

Considere que

$$L_{sr} = M \cos\theta$$

M é o valor máximo da indutância mútua L_{sr}
θ é o ângulo entre os eixos magnéticos dos enrolamentos do estator e do rotor

Máquinas cilíndricas

Considere a máquina cilíndrica com as correntes:

$i_s = I_{sm} \cos \omega_s t$ ← Corrente no estator

$i_r = I_{rm} \cos(\omega_r t + \alpha)$ ← Corrente no rotor

A posição do rotor em um instante qualquer é dada por

$$\theta = \omega_m t + \delta$$

ω_m é a velocidade angular do rotor e δ é a posição do rotor em $t = 0$

Torque em máquinas cilíndricas

$$T = -I_{sm} I_{rm} M \cos \omega_s t \ \cos(\omega_r t + \alpha)\, sen(\omega_m t + \delta)$$

$$= -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4}\left[sen\{(\omega_m + (\omega_s + \omega_r))t + \alpha + \delta\} + sen\{(\omega_m - (\omega_s + \omega_r))t - \alpha + \delta\}\right.$$

$$\left. + sen\{(\omega_m + (\omega_s - \omega_r))\}t - \alpha + \delta\} + sen\{(\omega_m - (\omega_s - \omega_r))t + \alpha + \delta\}\right]$$

- Pode-se observar que o torque varia senoidalmente com o tempo
- O valor médio de cada parcela será zero exceto se a parte dependente do tempo for igual a zero
- Qual a condição para que o torque médio ser diferente de zero ?

Torque médio

- O torque médio será diferente de zero se
$$\omega_m = \pm(\omega_s \pm \omega_r)$$

- A máquina irá desenvolver torque diferente de zero se o rotor girar em qualquer direção na velocidade que é igual a diferença das velocidades angulares da corrente do rotor e do estator:
$$|\omega_m| = |\omega_s \pm \omega_r|$$

Análise de casos

- $\omega_r = 0, \alpha = 0, \omega_m = \omega_s$. A corrente do rotor é contínua I_Re a velocidade de rotação é a síncrona. Nesse caso, o torque será:
$$T = -\frac{I_{sm} I_R M}{2}\{sen(2\omega_s t + \delta) + sen\ \delta\}$$

$$T_{med} = -\frac{I_{sm} I_R M}{2} sen\ \delta$$

Análise

- Se a máquina é trazida à velocidade síncrona ($\omega_m = \omega_s$), ele desenvolverá torque unidirecional e uma conversão de energia contínua acontecerá.
- Em $\omega_m = 0$, a máquina não desenvolve torque médio e portanto a máquina não parte.
- Com enrolamento, a máquina é chamada de máquina síncrona monofásica. O torque instantâneo é pulsante.

$\omega_m = \omega_s - \omega_r$

- Ambos rotor e estator possuem correntes com frequências diferentes e motor funciona em velocidade assíncrona ($\omega_m \neq \omega_s, \omega_m \neq \omega_r$). O torque desenvolvido será

$$T = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4}[sen(2\omega_s t + \alpha + \delta) + sen\,(-2\omega_r t\ - \alpha + \delta) + sen(2\omega_s t\ - 2\,\omega_r t\ - \alpha + \delta) + sen\,(\alpha + \delta)]$$

$$T_{med} = -\frac{I_{sm} I_{rm} M}{4} sen(\alpha + \delta)$$

Análise

- Princípio de funcionamento de máquinas de indução. O estator é excitado por uma corrente alternada e uma corrente alternada é induzida no rotor.
- Não há torque de partida para o motor de indução monofásico.
- Torque instantâneo pulsante