

**Artigo:**

# **Um pouco de Luz na lei de Gauss**

**Carla Goldman, Eliana Lopes e Manoel R. Robilotta**



# Divisão do Artigo:

- I. Introdução
- II. A Lei de Gauss
- III. A Luz e a Lei de Gauss
- IV. Conclusão

# I. Introdução

Alguns problemas levantados:

“Sabemos que uma lei física corresponde a um certo modo de conceber a natureza.” No entanto a forma com que a Lei de Gauss é apresentada nos livros-texto e na sua abordagem didática podem dificultar a apropriação efetiva dos conceitos encerrados neste tópico.

## Abordagem Típica da Lei de Gauss:

Conceito de Fluxo de um vetor particularizado para o caso do Campo elétrico.

Dedução da Lei de Gauss na forma integral para o caso da partícula puntiforme no centro de uma superfície esférica

Validade da lei de Gauss na forma integral se a superfície gaussiana for alterada.

A carga externa a superfície gaussiana não contribui para o fluxo total  
Pelo princípio da superposição a lei é generalizada para o caso de uma distribuição de cargas qualquer.

Aplicação em determinadas situações, como no cálculo do campo elétrico criado por distribuições de cargas em fios finos, esferas e outro.

$$\phi_E \equiv \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

Diante desta abordagem alguns aspectos importantes da lei podem ficar comprometidos na compreensão pelos estudantes. Como exemplo:

- A visão da natureza associada a Lei de Gauss
- A validade da Lei de Gauss
- A utilidade da Lei de Gauss

Este aspectos são abordados na seção II de modo a evidenciar a possibilidade do uso de uma analogia entre cargas elétricas e lâmpadas, para fins didáticos.

# II. A Lei de Gauss

- Quando vale a lei de Gauss?
- Quando é útil o emprego da lei de Gauss na solução de Problemas?

Dedução da lei de Gauss a partir da lei de Coulomb no caso da carga puntiforme.

Generalização pelo princípio da superposição.

Validade da Lei de Gauss para campos dependentes do tempo.

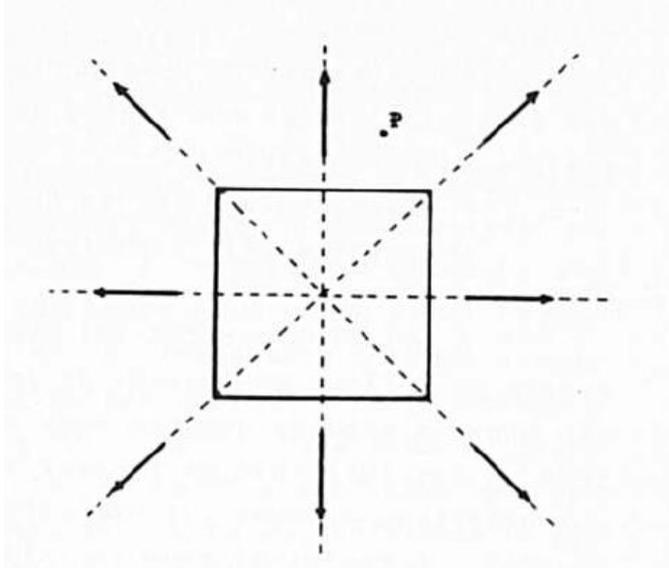
Lei de Coulomb a partir da Lei de Gauss para campos conservativos.

LEI DE COULOMB

LEI DE GAUSS + CAMPO CONSERVATIVO

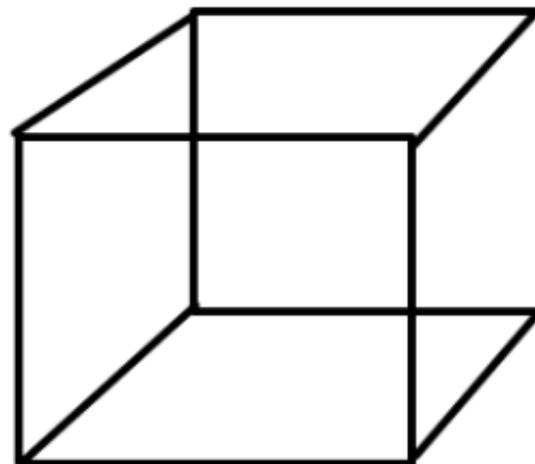
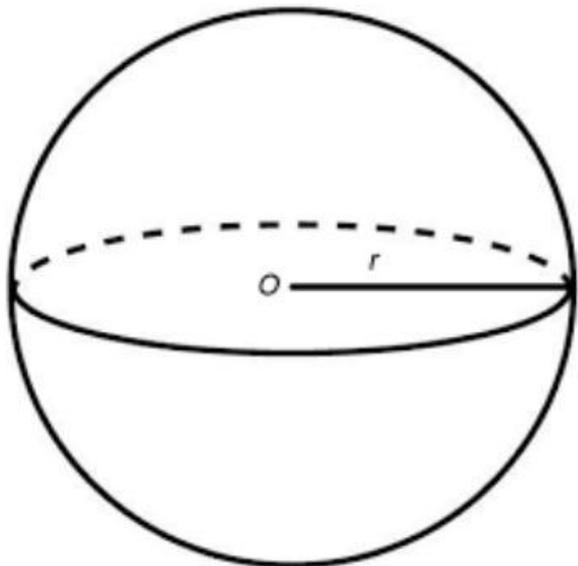
> CAMPO ELETROSTÁTICO

A direção do campo elétrico pode ser inferida quando a distribuição de carga exibe algum tipo de **simetria**, pois a direção do campo ao longo do eixo de simetria coincide com a direção do mesmo.



Conhecer a direção do campo elétrico permite a construção de uma superfície gaussiana, tal que em cada ponto sua normal seja paralela ao campo. Assim, a simetria é utilizada para determinar a direção do campo e a lei de Gauss para determinar o seu módulo.

Existe equivalência entre as Leis.  
O critério por utilizar uma delas fica a cargo de escolher qual conduzirá mais facilmente à solução.



Em que casos a lei de Gauss é válida?

A direção do campo pode ser conhecida a priori?

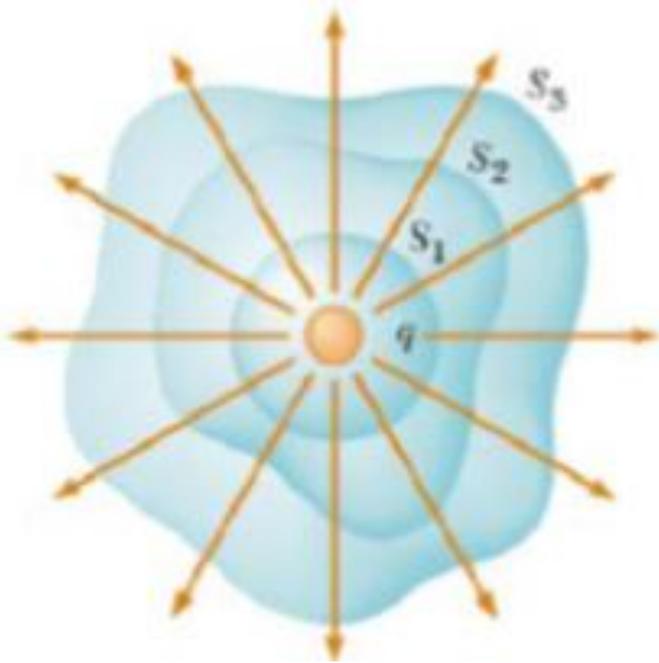
É possível achar uma superfície gaussiana na qual o módulo do campo seja constante?

É fácil achar tal superfície?

É conveniente o cálculo do campo pela lei de Gauss?

# A concepção da Natureza implícita

$$\phi_E \equiv \int_s \vec{E} \cdot \vec{n} ds = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$



$$\vec{E} \propto \frac{1}{d^2}$$

# III. A luz e a lei de Gauss

A partir das semelhanças e diferenças entre os raios de luz emitidos por uma lâmpada pequena e as linhas de campo elétrico é possível estabelecer analogias a fim de esclarecer a natureza representada pela lei de Gauss.

## Quando as analogias valem:

- As linhas de campo e os raios luminosos se distribuem isotropicamente no espaço.
- Ambos partem radialmente da fonte.
- Espaço vazio não absorve nem cria linhas de campo ou raios luminosos.
- Linhas de campo e raios de luz obedecem ao princípio da superposição.

## Quando as analogias deixam de valer:

- A luz exibe propriedade ondulatória. Por isso neste caso é tratada geometricamente.
- A luz passa efetivamente pela superfície referida no fluxo. Já no caso do campo elétrico, nada passa pela superfície.
- Lâmpadas podem ser desligadas.
- A Lâmpada é análoga a carga positiva.

# A analogia entre lâmpadas e cargas permitem a discussão dos seguintes aspectos:

**Fluxo:** Utilizando uma Lâmpada e um papel:

- ❑ Pode ser ressaltado a importância da orientação do papel; ora perpendicular, ora paralelo aos raios de luz.
- ❑ O Fluxo depende da Intensidade da Luz. Papel mais próximo e mais afastado.

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{n} ds$$

## Neutralidade do espaço e a variação com o inverso do quadrado da distância:

- ❑ Distribuição Isotrópica e diminuição da intensidade com o quadrado da distância. Esferas concêntricas são atravessadas pelos mesmos raios de luz.
- ❑ Diferença na densidade de raios de luz dependente do raio da esfera. Um livro próximo da lâmpada fica mais iluminado do que um afastado dela.
- ❑ Não existam raios de luz que nasçam ou morram no espaço.
- ❑ Faróis na Neblina e a dependência do meio em que a luz se propaga.
- ❑ Considerando uma situação hipotética:

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^3} \left( \frac{\vec{r}}{r} \right)$$

$$\begin{aligned} \phi_E &\equiv \int_s \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds = \int_s k \frac{q}{R^3} R^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \\ &= \frac{1}{R} 4\pi kq \end{aligned}$$

**A formulação da lei de Gauss:** O fluxo através de uma superfície fechada do campo criado por uma carga externa a ela é nulo.

❑ Considerando uma caixa de vidro fino que esta entre a fonte de luz e o observador. O que é visto pelo observador independe da caixa. Assim como nesta analogia o espaço não interage com o campo elétrico.

❑ Considerando que a luz esta dentro da caixa de vidro. A quantidade de raio de luz que sai da caixa é proporcional ao número de lâmpadas em seu interior.

As limitações desta analogia também são úteis no aprofundamento da compreensão do assunto.

### **A imagem do surgimento do campo:**

- Não existem dipolos luminosos.
- As lâmpadas quando acesas iluminam lugares onde antes estavam escuros. Os Campos, por outro lado, é eterno. A carga sempre provoca uma alteração em todo o espaço.
- Quando uma caneta é atritada no tecido as cargas são reagrupadas e conseqüentemente a distribuição do campo elétrico no espaço muda.

**O papel da simetria:** Quando a lei de Gauss se torna útil no cálculo do campo elétrico criado por uma distribuição de cargas.

Passos:

❑ Cálculo do fluxo do campo elétrico através de uma superfície gaussiana.

$$\phi_E = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

❑ Extrair informações sobre o campo a partir do conhecimento do fluxo.

$$\bar{E} = \frac{\phi_E}{s} = \frac{\int_s \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds}{s}$$

O problema neste caso está no fato de que desejamos encontrar o campo elétrico em um dado ponto a partir do conhecimento de uma grandeza relativa a toda a superfície, como é o caso do fluxo. Isso só é possível quando utilizamos uma superfície gaussiana que possua trechos normais ao campo e ao longo dos quais seu módulo seja constante.

$$\bar{E} = \frac{\phi_E}{S} = \frac{1}{S} \int_S \vec{E} \cdot \vec{n} \, ds = \frac{1}{S} \int_S E \, ds$$

$$\bar{E} = \frac{1}{S} \int_S E \, ds = \frac{E}{S} \int_S ds = E$$

$$E = \frac{1}{S} \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

# IV. Conclusões

Ao fim de um curso muitas vezes o conhecimento não é efetivamente apropriado.

Um dos aspectos que contribui para essa situação consiste na apresentação fragmentada do corpo de conhecimentos da física.

O reparo desta falha requer, evidentemente, uma reestruturação do currículo.

Outro aspecto que contribui para este quadro é a não preocupação por parte do professor de passar uma imagem mais próxima da natureza, sendo este um dos principais pontos a serem desenvolvidos na formação de um estudante, visto que é a partir dessa “intuição física” que o estudante possa vir futuramente transcender a formulação matemática das leis físicas.

## REFERÊNCIAS

- (1) - R. Resnick e D. Halliday - Física, vol. 3, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, 1980.
- M. Alonso e E. Finn - Física, vol. 2, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1972.
- P.A. Tipler - Física, vol. 2, Ed. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1978.
- J.P. Mc Kelvey e H. Grotch - Física, vol. 3, Harper & Row do Brasil, São Paulo, 1979.
- E.M. Purcell - Curso de Física de Berkeley, vol. 2, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, 1973.

Este livro constitui uma notável exceção em relação aos demais, não sendo aplicáveis a ele muitas das críticas colocadas no presente artigo.

- (2) A utilização didática da analogia entre cargas elétricas e fontes de luz aparece também em "The Feynman Lectures on Physics" - R.P. Feynman, R.B. Leighton e M. Sands, Addison-Wesley, Massachusetts, 1964.