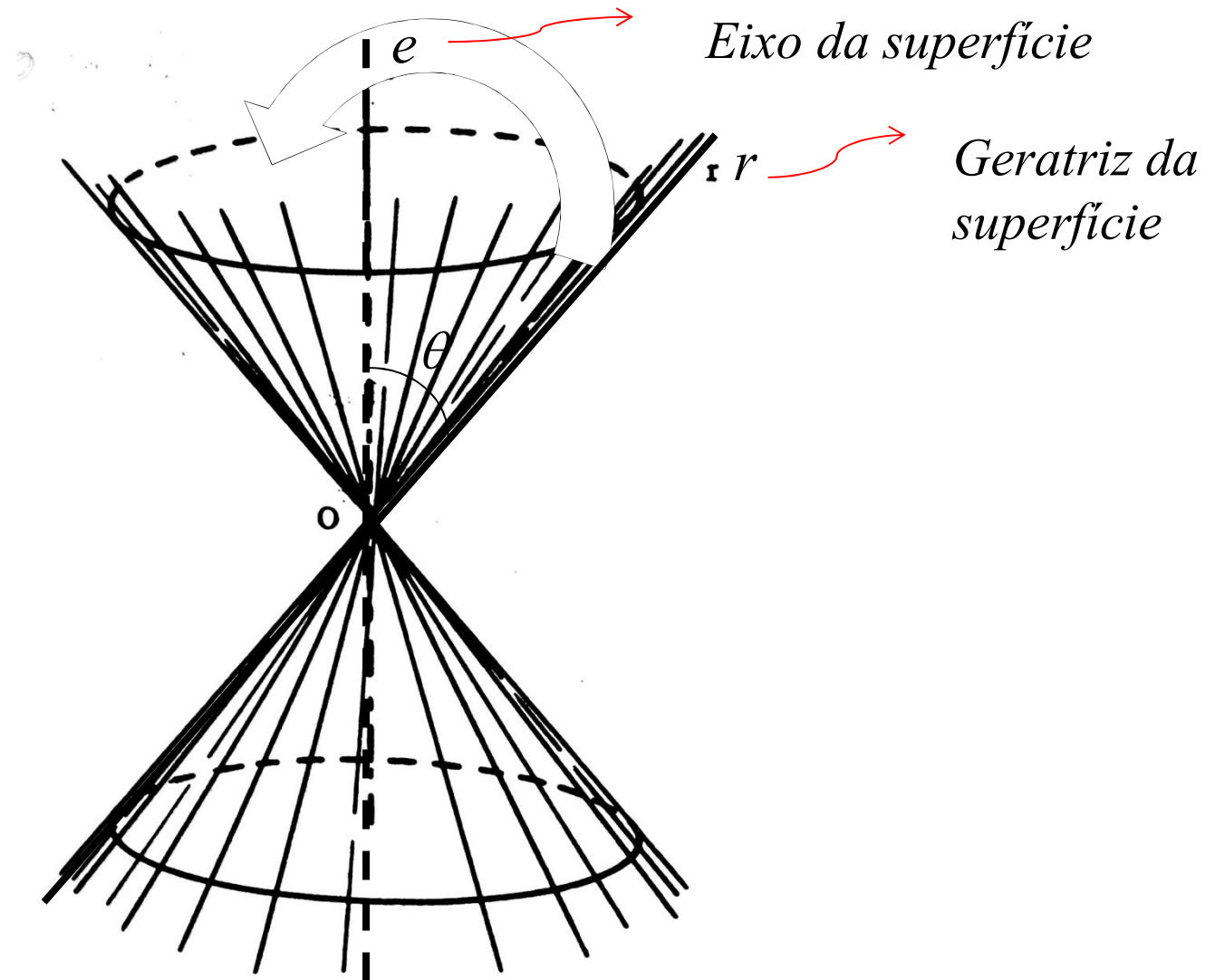


Geometria Analítica

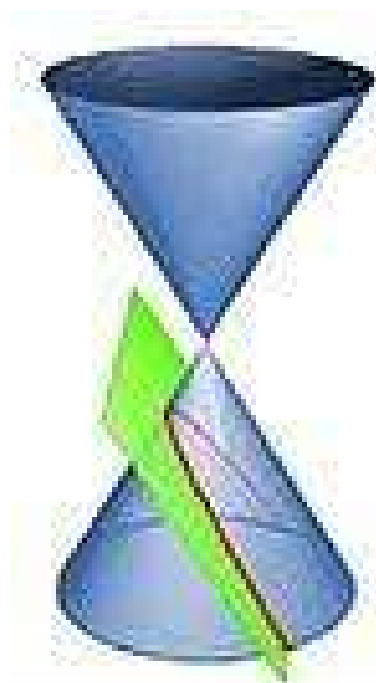
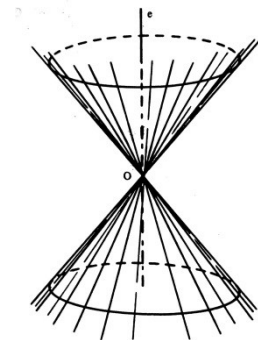
Cônicas

Prof. Dr. Lucas Barboza Sarno da Silva

Seções Cônicas



Seções Cônicas



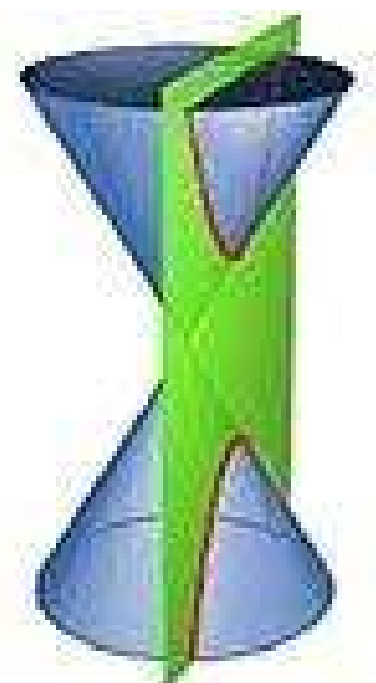
parábola



círculo



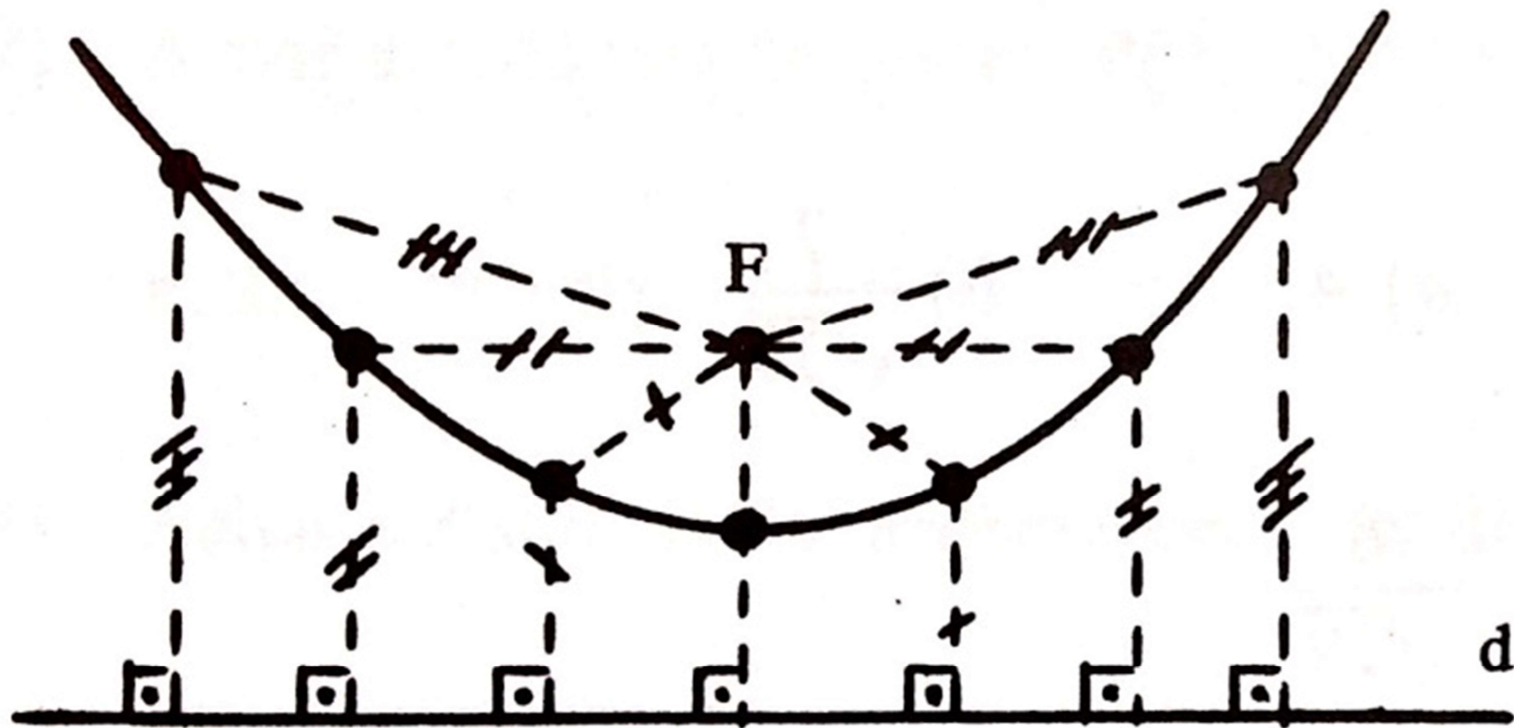
elipse



hipérbola

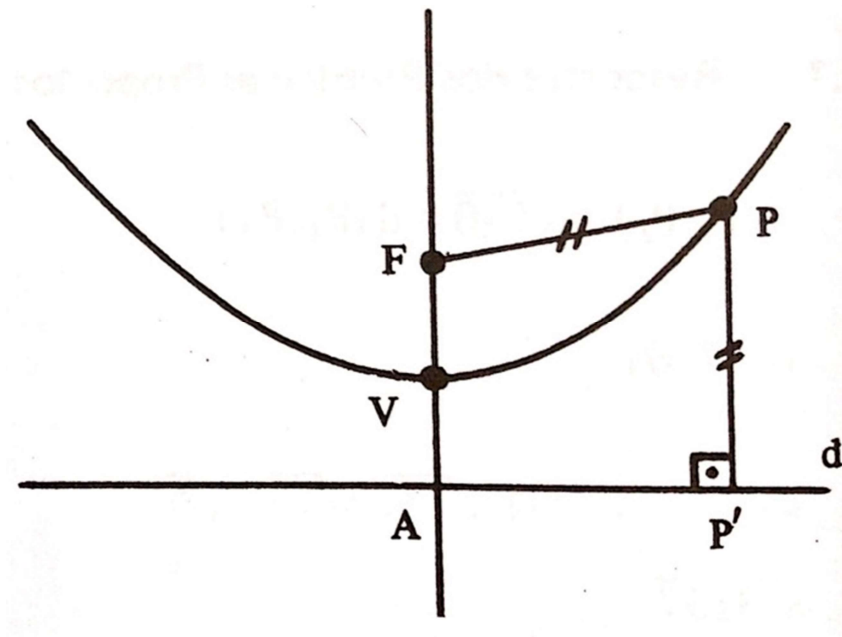
A parábola

A parábola é o lugar geométrico dos pontos que são equidistantes de F e d .



A parábola

A parábola é o lugar geométrico dos pontos que são equidistantes de F e d .



$$d(F, P) = d(P', P)$$

$$\|\overrightarrow{FP}\| = \|\overrightarrow{P'P}\|$$

Foco: é o ponto F;

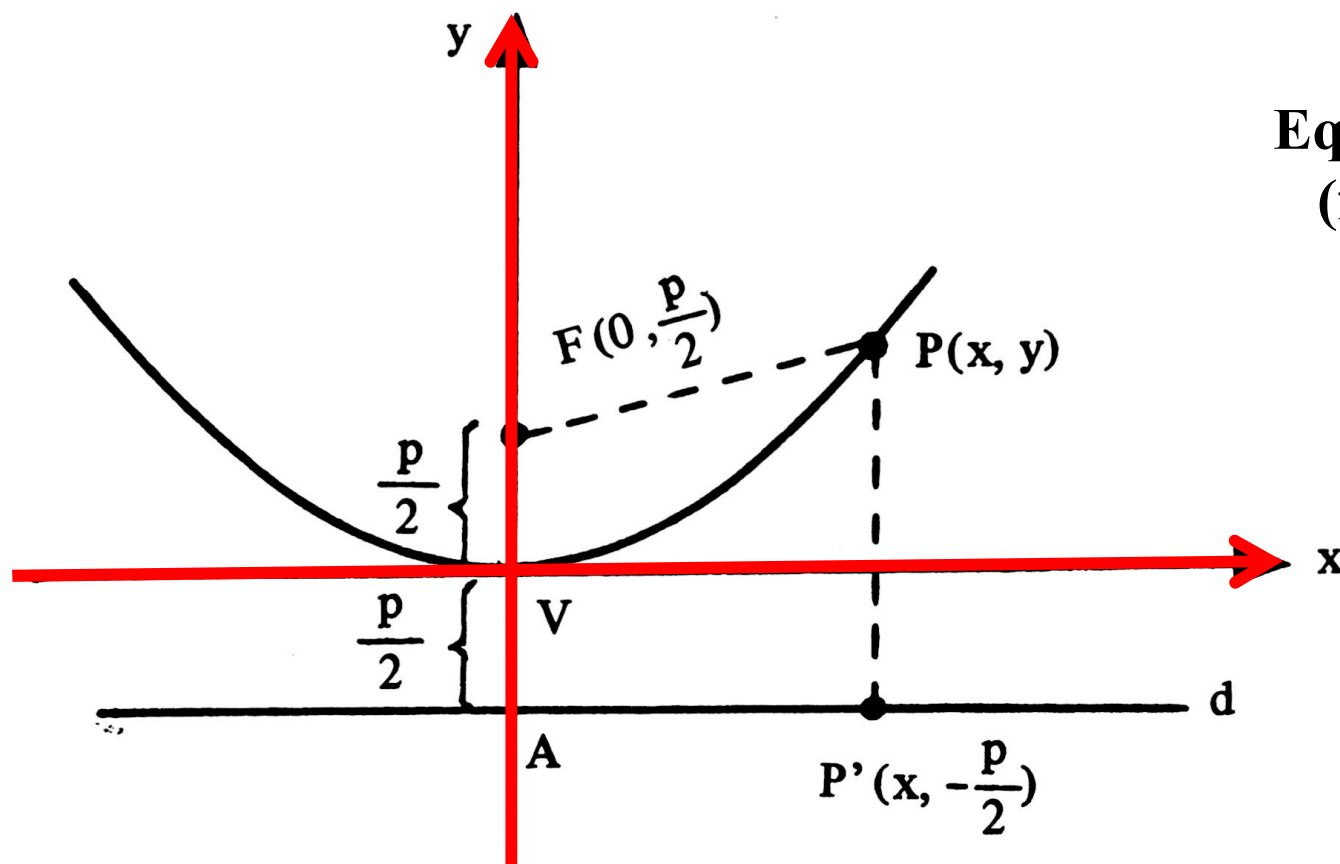
Diretriz: é a reta d;

Eixo: é a reta que passa pelo foco e é perpendicular à diretriz;

Vértice: é o ponto V de intersecção da parábola com seu eixo.

A equação da parábola de vértice na origem do sistema

1º caso: O eixo da parábola é o eixo dos y

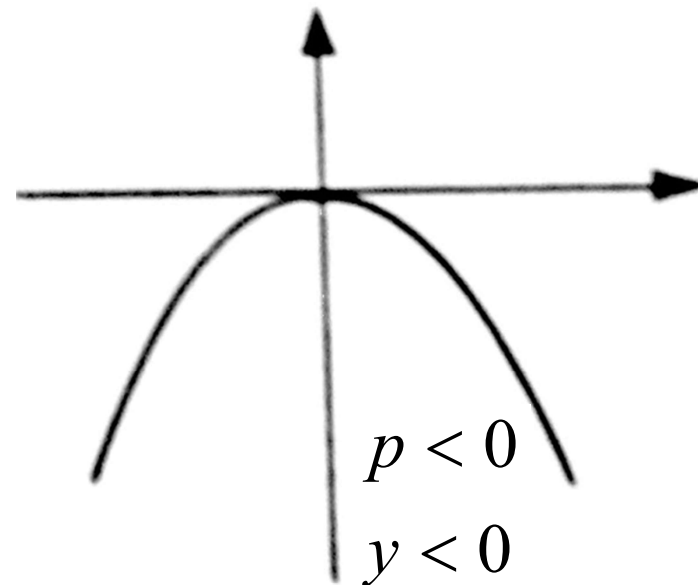
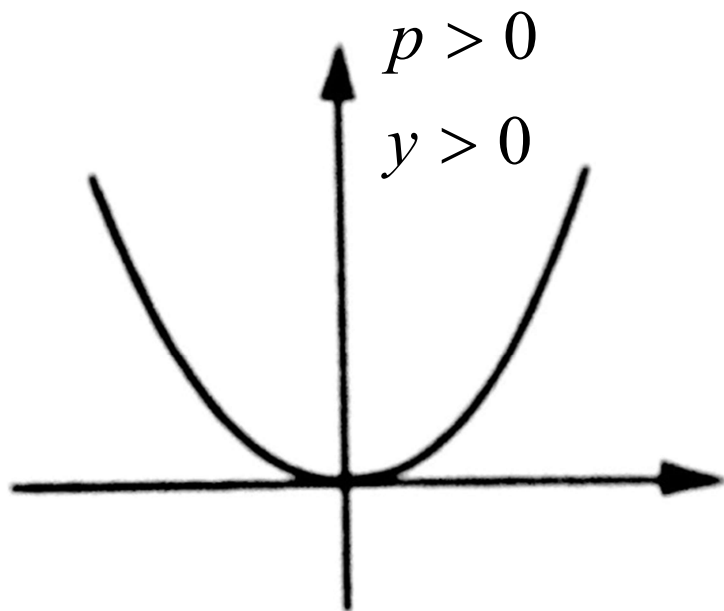


**Equação da parábola
(forma reduzida):**

$$x^2 = 2py$$

1º caso: O eixo da parábola é o eixo dos y

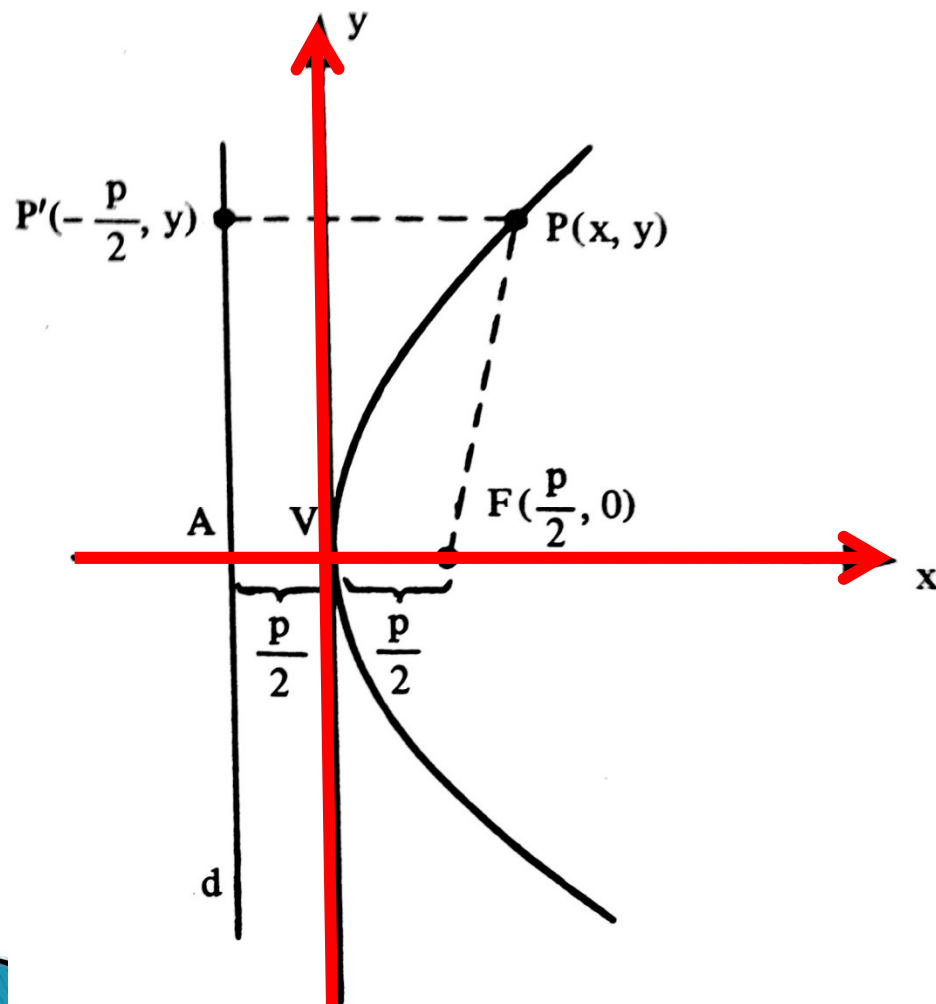
Equação reduzida da parábola: $x^2 = 2py$



Este número real $p \neq 0$ é o parâmetro da parábola.

A equação da parábola de vértice na origem do sistema

2º caso: O eixo da parábola é o eixo dos x



$$d(P, F) = d(P, P')$$

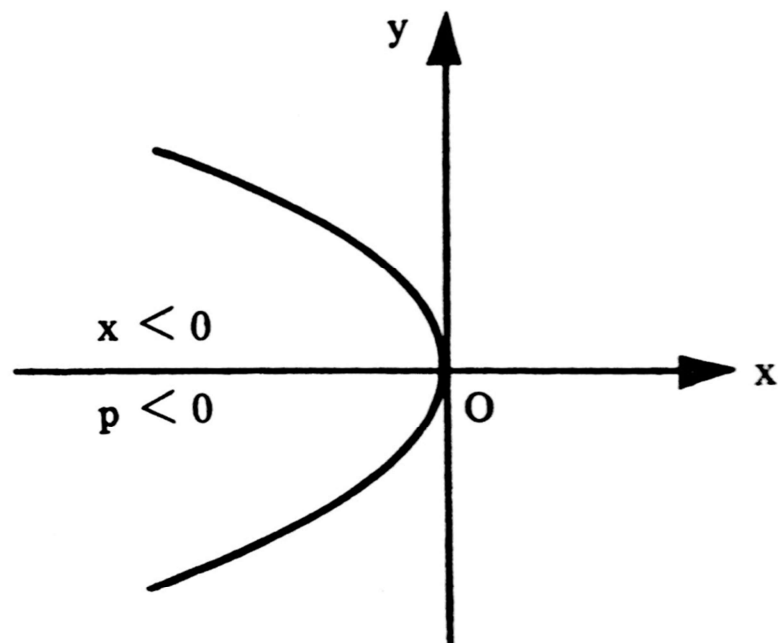
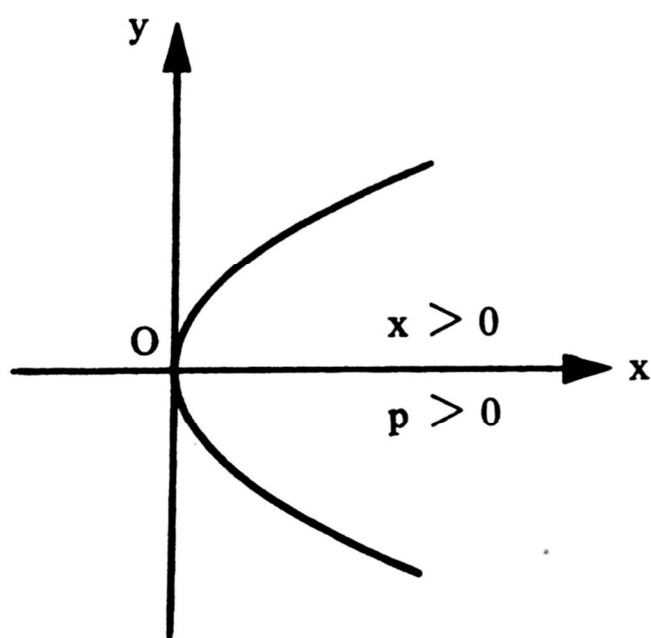
$$\|\overrightarrow{PF}\| = \|\overrightarrow{PP'}\|$$

**Equação da parábola
(forma reduzida):**

$$y^2 = 2px$$

2º caso: O eixo da parábola é o eixo dos y

Equação reduzida da parábola: $y^2 = 2px$



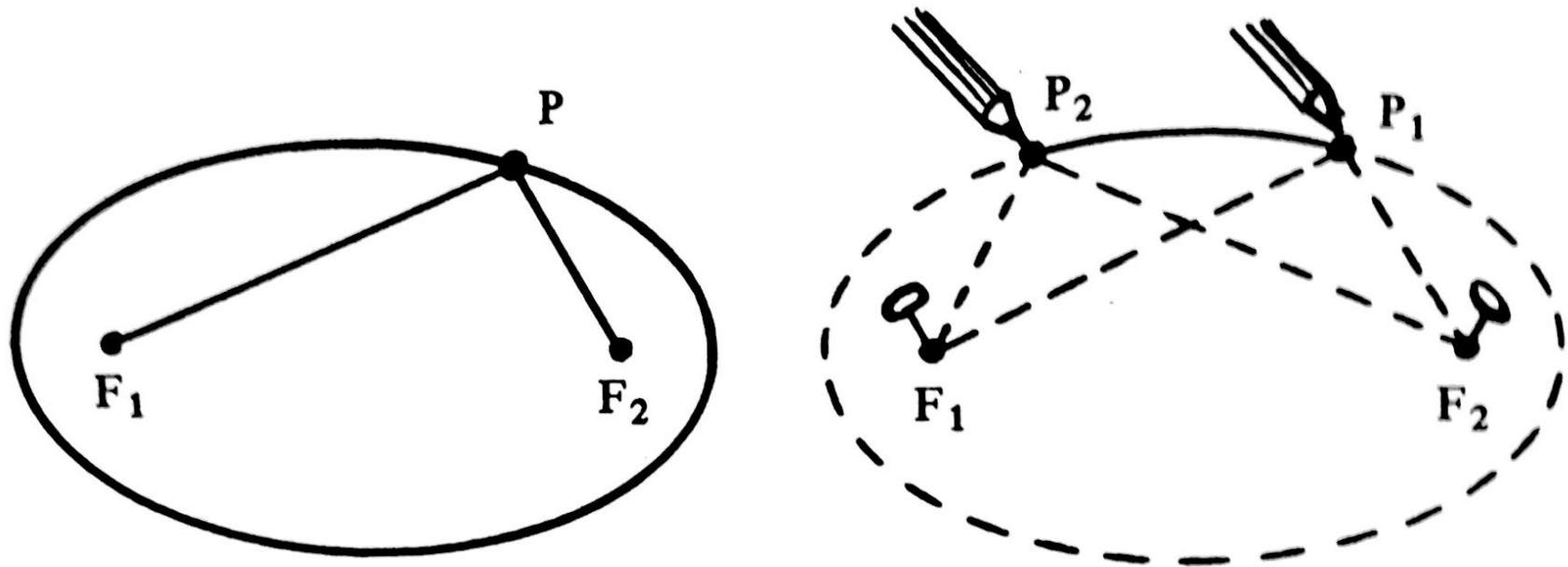
Este número real $p \neq 0$ é o parâmetro da parábola.

Exercício 1

Determinar o foco e a equação da diretriz das parábolas $x^2 = 8y$ e $y^2 = -2x$. Construir um esboço do gráfico.

A elipse

A elipse é o lugar geométrico dos pontos de um plano cuja soma das distâncias a dois pontos fixos desse plano é constante.



$$d(P, F_1) + d(P, F_2) = 2a$$

$$d(F_1, F_2) = 2c$$

$$2a > 2c$$

A ellipse

Elementos da elipse:

Focos: são os pontos F_1 e F_2

Distância focal: é a distância $2c$ entre os focos

Centro: é o ponto médio C do segmento F_1F_2

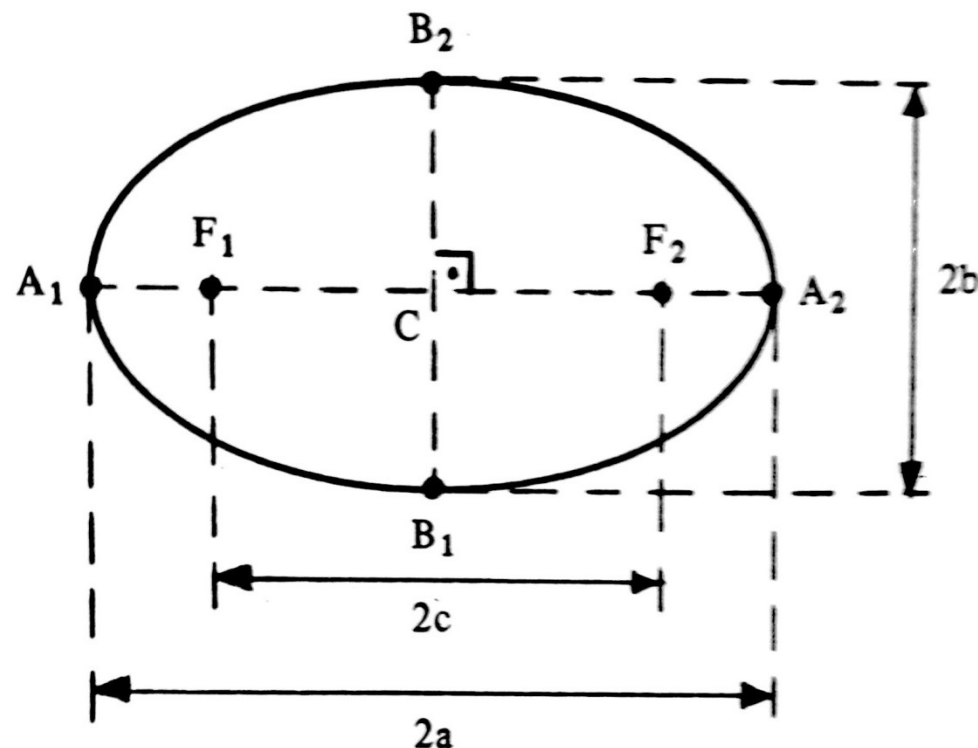
Eixo maior: é o segmento A_1A_2 de comprimento $2a$

Eixo menor: é o segmento B_1B_2 de comprimento $2b$

Vértices: são os pontos A_1 , A_2 , B_1 e B_2

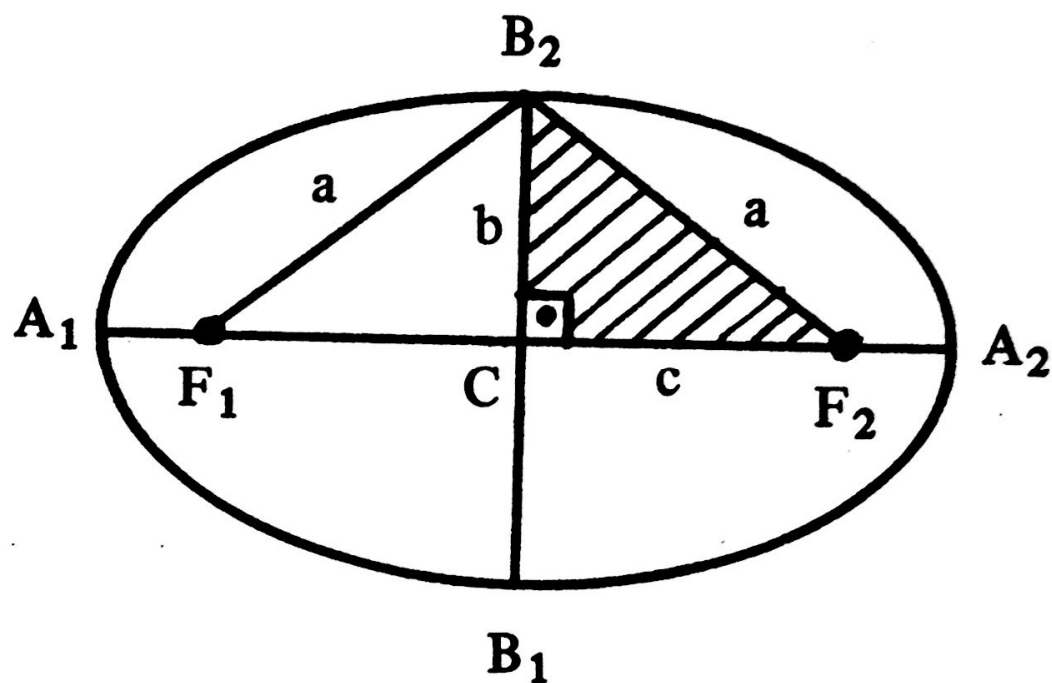
Excentricidade: é o número e dado por

$$e = \frac{c}{a}$$



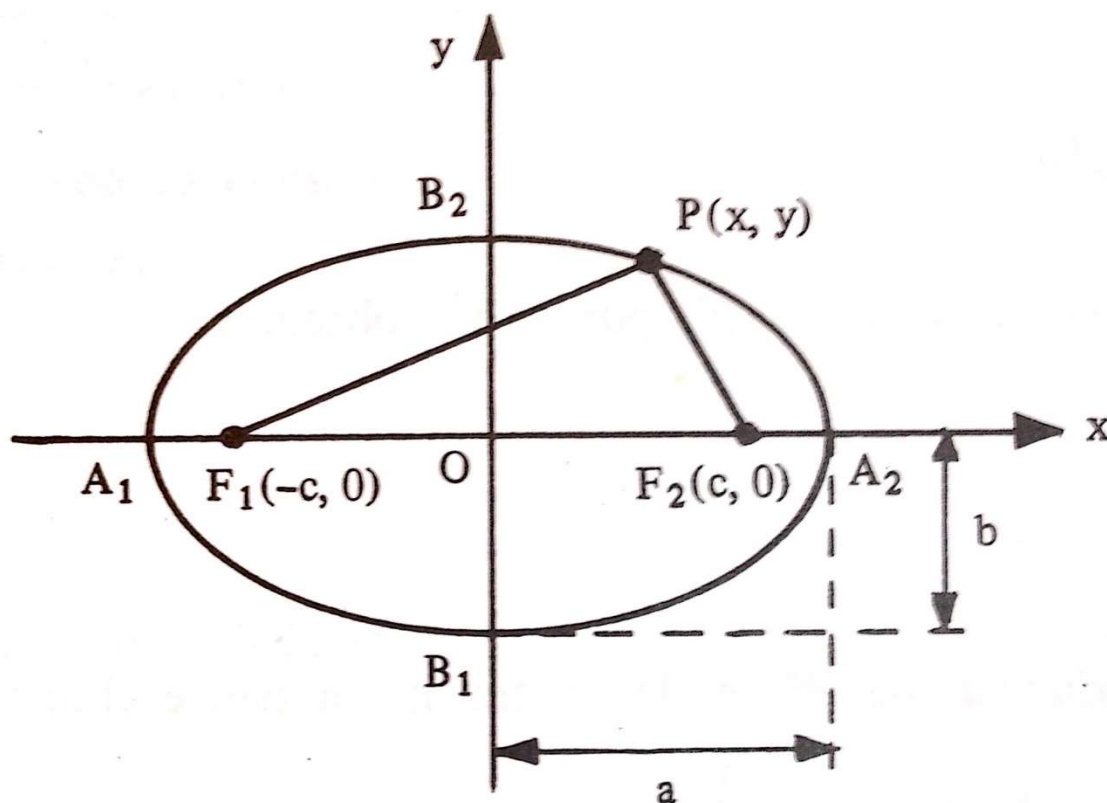
Observação:

Em toda elipse vale a relação: $a^2 = b^2 + c^2$



Equação da elipse de centro na origem do sistema

1º caso: o eixo maior está sobre o eixo dos x

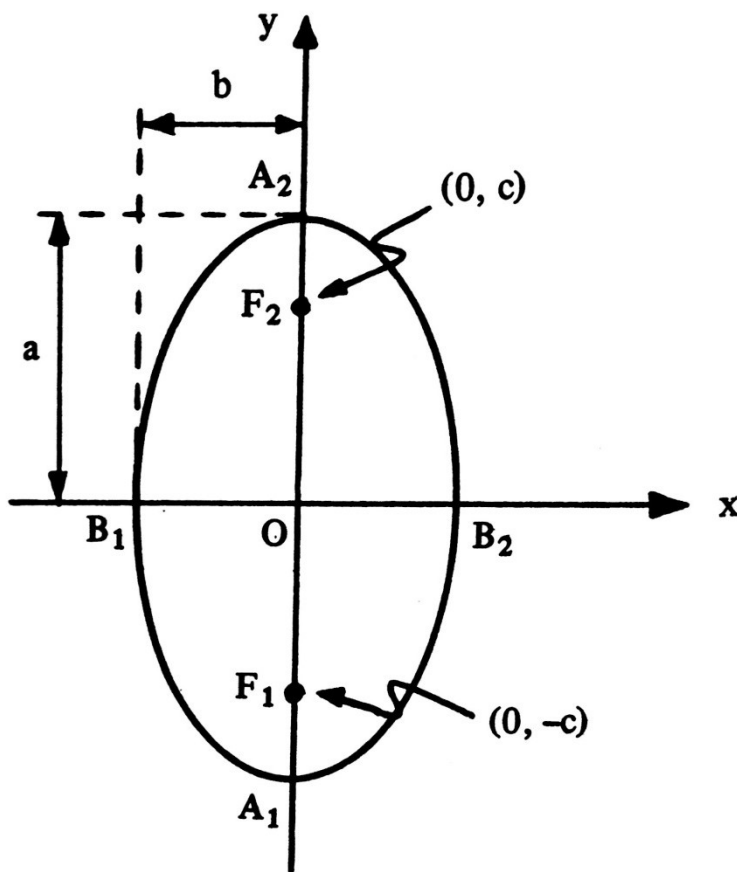


Equação reduzida da elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Equação da elipse de centro na origem do sistema

2º caso: o eixo maior está sobre o eixo dos y



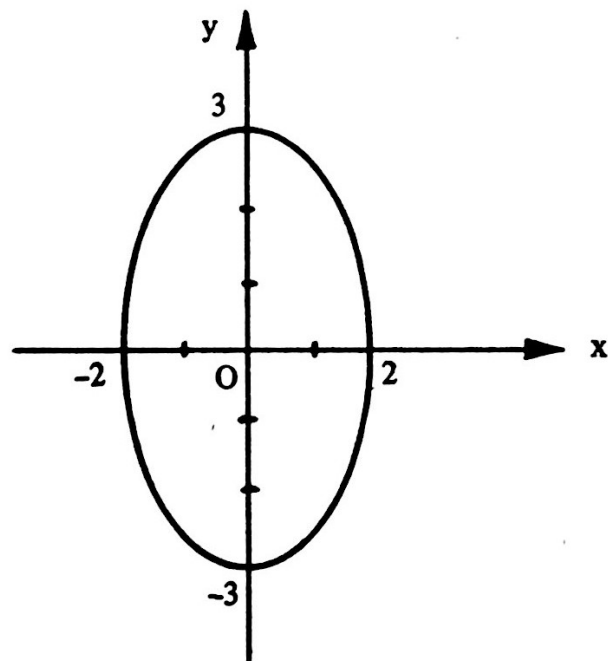
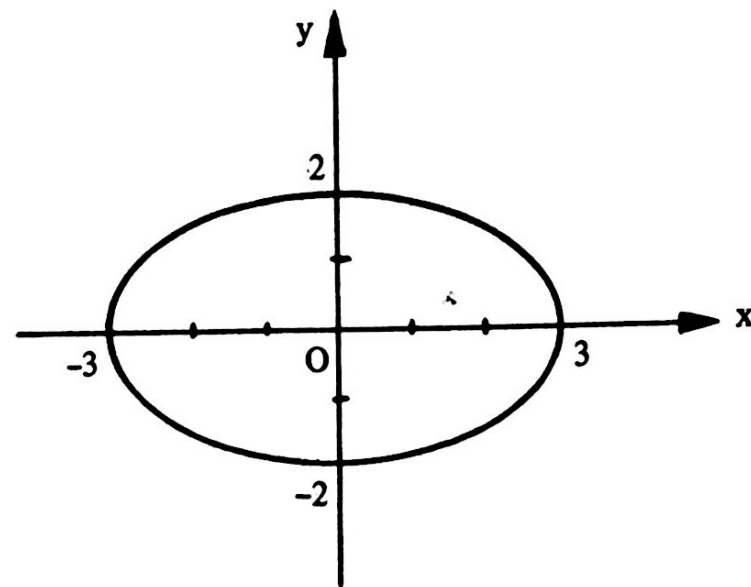
Equação reduzida da elipse:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

Exemplos:

Equação reduzida da elipse:

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$$

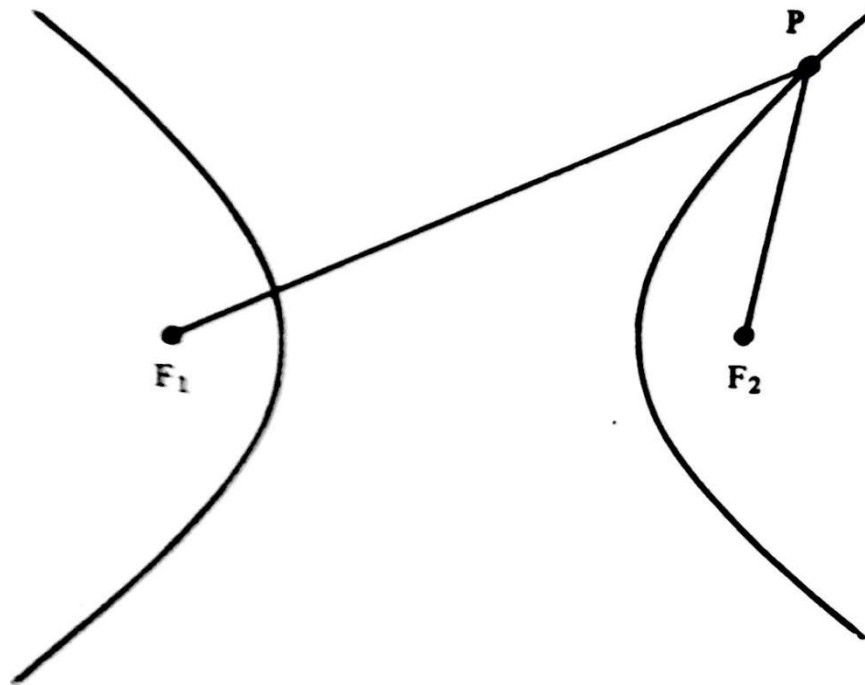


Equação reduzida da elipse:

$$\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

A hipérbole

A hipérbole é o lugar geométrico dos pontos de um plano cuja diferença das distâncias, em valor absoluto, a dois pontos fixos desse plano é constante.



$$|d(P, F_1) - d(P, F_2)| = 2a$$

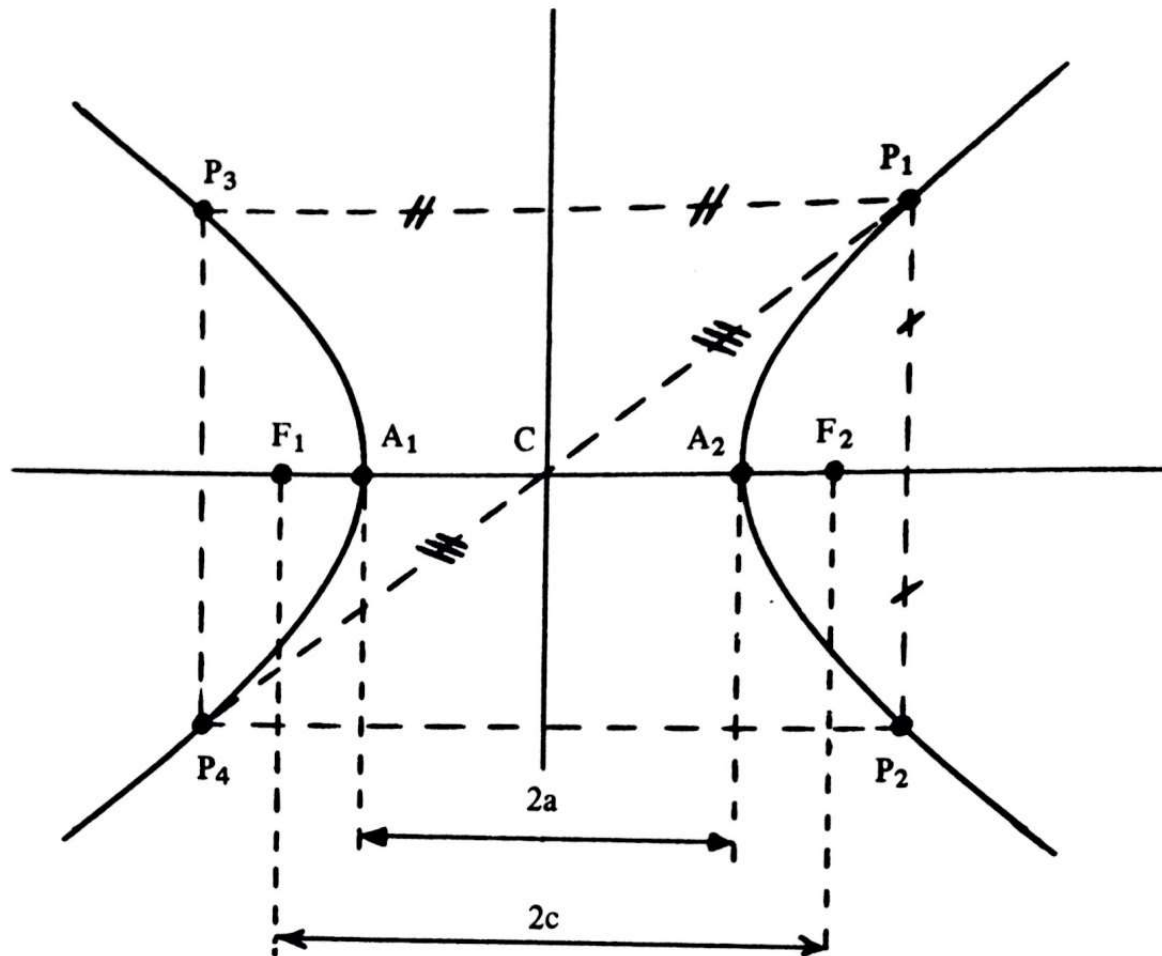
$$2a < 2c$$

$$d(P, F_1) - d(P, F_2) = \pm 2a$$

$+ 2a \longrightarrow$ ramo da direita

$- 2a \longrightarrow$ ramo da esquerda

A hipérbole



- Simetria entre os pontos da hipérbole

$$d(A_1, F_1) = d(A_2, F_2)$$

$$d(A_1, A_2) = 2a$$

A hipérbole

Elementos da hipérbole:

Focos: são os pontos F_1 e F_2

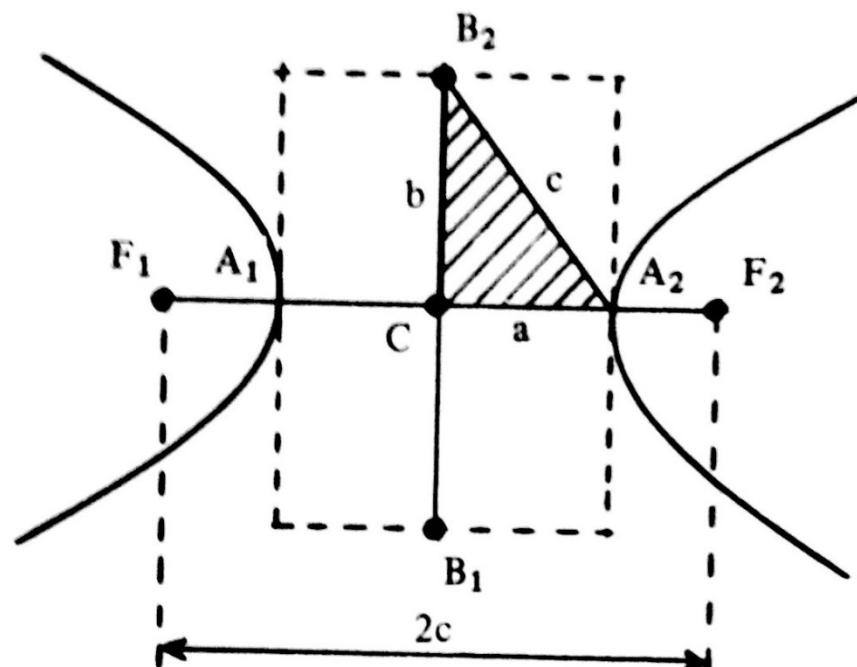
Distância focal: é a distância $2c$ entre os focos

Centro: é o ponto médio C do segmento F_1F_2

Vértices: são os pontos A_1 e A_2

Eixo real ou transverso: é o segmento A_1A_2 de comprimento $2a$

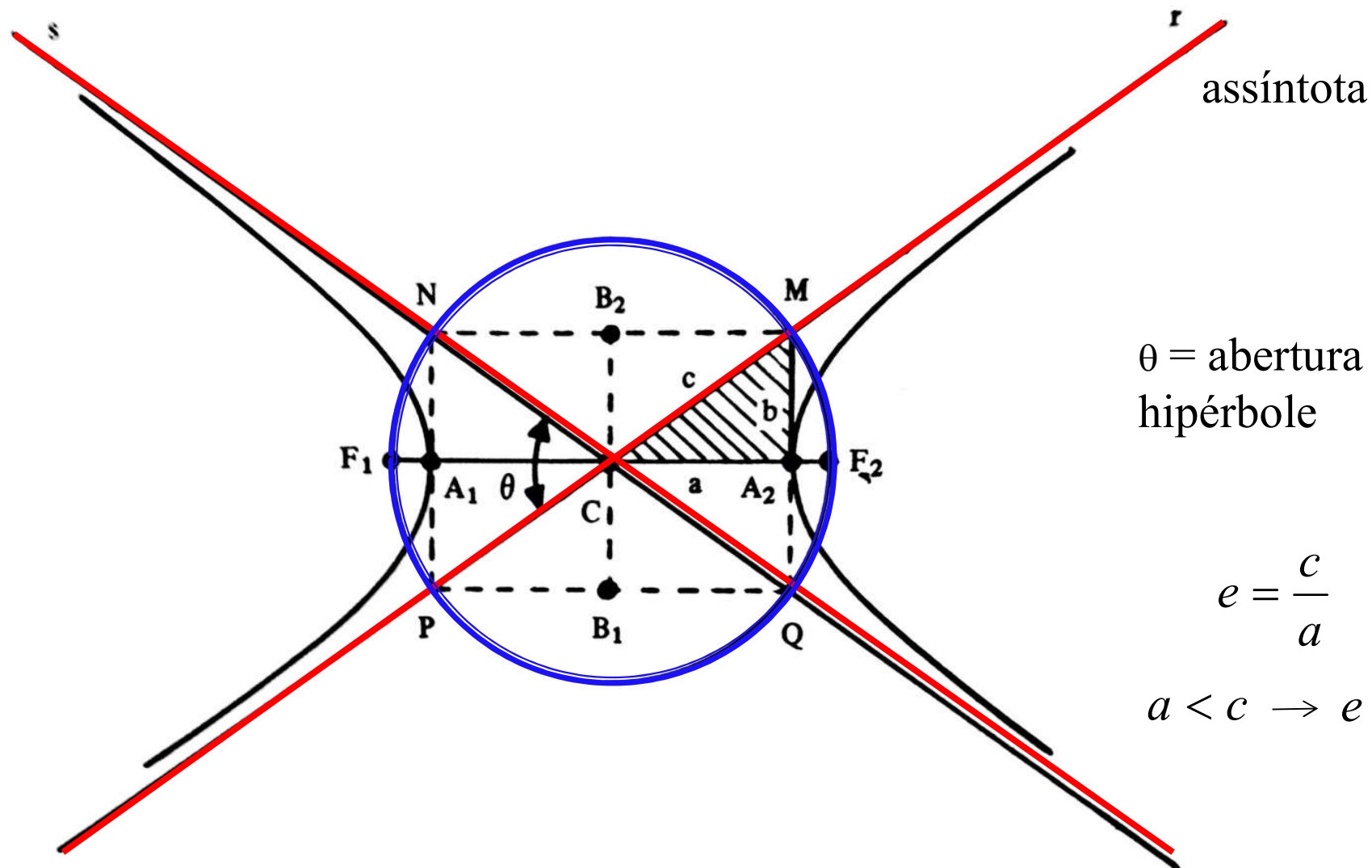
Eixo imaginário ou conjugado: é o segmento B_1B_2 de comprimento $2b$



$$c^2 = a^2 + b^2$$

Eixo imaginário ou conjugado: é o segmento B_1B_2 de comprimento $2b$

$$c^2 = a^2 + b^2$$



θ = abertura da
hipérbole

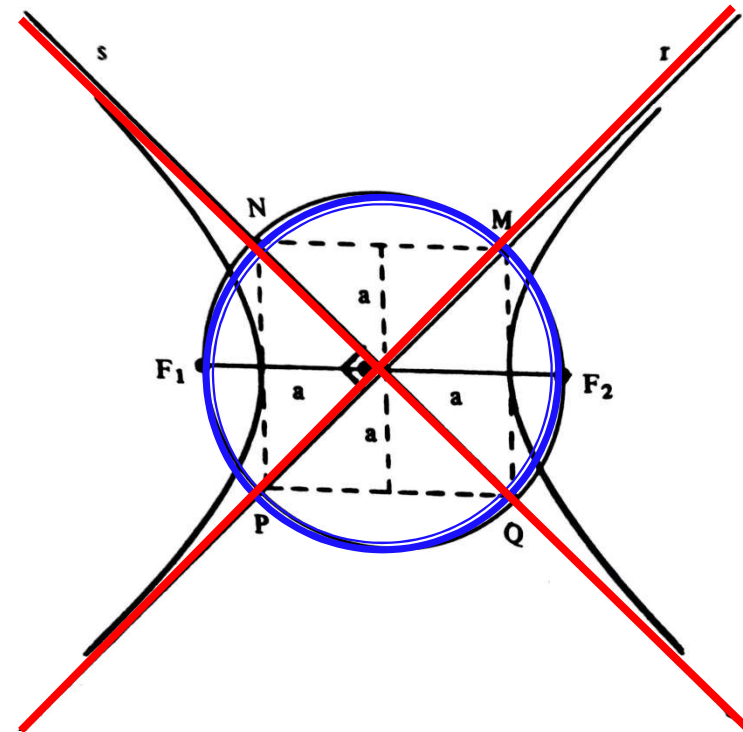
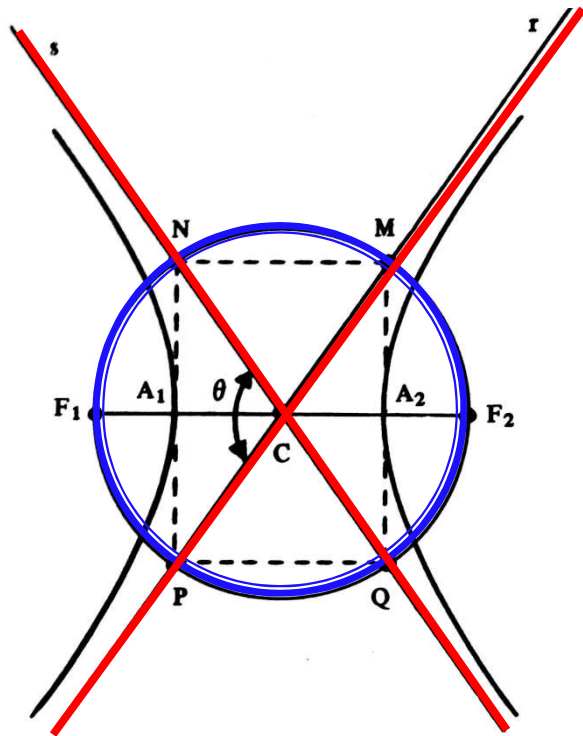
$$e = \frac{c}{a}$$

$$a < c \rightarrow e > 1$$

θ = abertura da
hipérbole

$$e = \frac{c}{a}$$

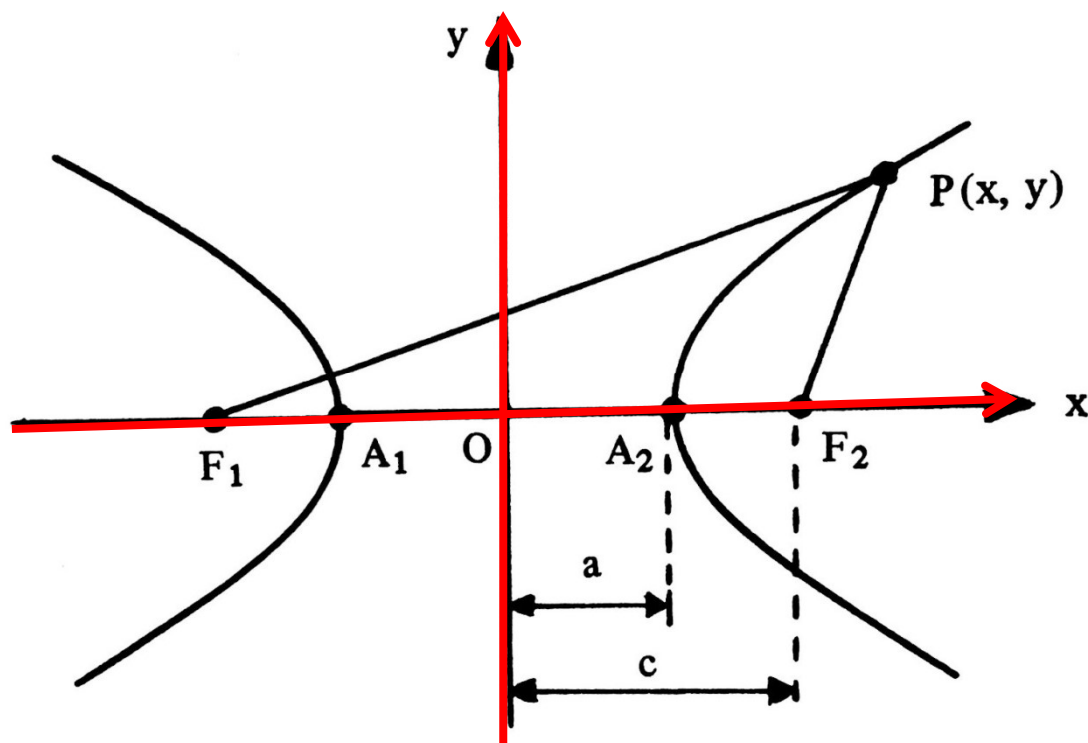
$$a < c \rightarrow e > 1$$



$a = b \rightarrow$ Hipérbole equilátera

Equação da hipérbole de centro na origem do sistema

1º caso: o eixo real está sobre o eixo dos x

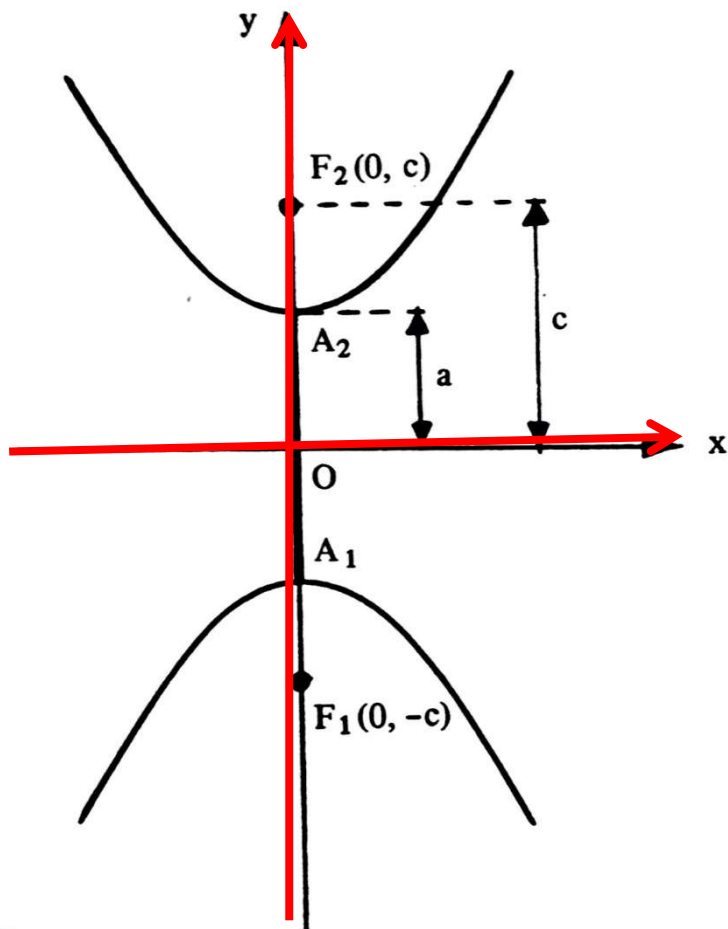


Equação reduzida da hipérbole:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Equação da hipérbole de centro na origem do sistema

2º caso: o eixo real está sobre o eixo dos y



Equação reduzida da hipérbole:

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$