

Métodos numéricos - TP1

Ricardo Afonso Angélico

Abril 2019

Problema

Um cilindro longo de raio a com temperatura inicial $T(r, t = 0) = 0$ é imerso em meio com temperatura T_∞ em $t = 0$. O principal mecanismo de transferência de calor entre o cilindro e o meio ao seu redor é a convecção. O coeficiente de transferência de calor por convecção é h . A temperatura em um ponto localizado a uma distância r do eixo de axissimetria no instante t é dada por[1]:

$$T(r, t) = T_\infty \left[1 - 2ah \sum_{i=1}^{\infty} \exp(-\beta_i^2 \alpha t / a^2) \frac{J_0(\beta_i r / a)}{(\beta_i^2 + a^2 h^2) J_0(\beta_i)} \right] \quad (1)$$

sendo β_i as raízes da equação:

$$\beta J_1(\beta) - ah J_0(\beta) = 0 \quad (2)$$

e J_α as funções de Bessel do primeiro tipo.

Pede-se:

- As primeiras n raízes da eq. (2). Desenvolva uma função para determiná-las. Apresente as dez primeiras raízes ($\beta_1, \dots, \beta_{10}$) em uma tabela.
- Plote o perfil de temperatura para três instantes distintos.
- Plote o histórico de temperatura dos pontos localizados em $r = 0$, $a/2$ e a .
- Determine o tempo mínimo necessário para que a diferença máxima de temperatura entre o corpo e o meio ao redor seja inferior a 1°C .

Dados:

- Coeficiente de transferência de calor por convecção: $h = 10 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$
- Raio do cilindro: $a = 0.1 \text{ m}$
- Difusividade térmica do meio: $\alpha = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$
- Temperatura do meio: 50°C

Entrega

A data máxima para entrega do TP1 é 19/04 às 23h50. Devem ser entregues:

- relatório sucinto (máximo de duas páginas) com os itens pedidos. Descreva o procedimento utilizado para a resolução numérica do problema; e
- rotina computacional desenvolvida (um único arquivo).

Material de apoio

- Funções de Bessel:
<http://mathworld.wolfram.com/BesselFunctionoftheFirstKind.html>
https://en.wikipedia.org/wiki/Bessel_function
<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.special.jv.html#scipy.special.jv>

Referências

- [1] H.S. Carslaw and J.C. Jaeger. *Conduction of heat in solids*. Oxford science publications. Clarendon Press, 1959.