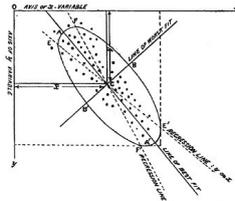


## HISTÓRICO DO PCA

Descrito inicialmente por Karl Pearson no artigo, “*On lines and planes of closest fit to systems of points in space*”, *Philosophical Magazine*, 1901.



1857 - 1936



*“In many physical, statistical, and biological investigations it is desirable to represent a system of points in plane, three or higher dimensional space by the best-fitting straight line or plane” (Pearson, 1901).*

Prof. Edson Kitani - 04/2015

202

202

203

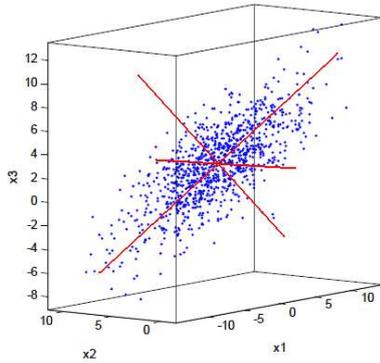
**Aula 12**  
(de 15)  
**do Prof. Emilio**  
**de PSI3471 de**  
**03-abr-2019**  
**se encerrou aqui**

© Prof. Emilio Del Moral Hernandez

203

203

## Para 3 Dimensões



$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i$$

$$\Sigma_{\mathbf{x}} = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^n (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})^T$$

$$\bar{\mathbf{x}} = [0 \quad 5 \quad 2]^T$$

$$\Sigma_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 25 & -1 & 7 \\ -1 & 4 & -4 \\ 7 & -4 & 10 \end{bmatrix}$$

Extraído de Osuna 2002

Prof. Edson Kitani - 04/2015

204

204

## Exemplo Numérico com Matlab

```
x = [1, 2; 3, 3; 3, 5; 5, 4; 5, 6; 6, 5; 8, 7; 9, 8]
```

```
figure(1)
```

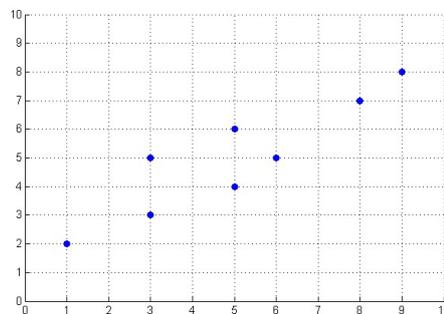
```
scatter(x(:,1),x(:,2))
```

Media = mean(x)

$$\bar{\mathbf{x}} = [5 \quad 5]^T$$

Sigma = cov(x,1)<sup>Nota</sup>

$$\Sigma_{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 6,25 & 4,25 \\ 4,25 & 3,5 \end{bmatrix}$$



A normalização é realizado para N.

Prof. Edson Kitani - 04/2015

205

205

## Autovalores ( $\lambda$ ) e Autovetores ( $v$ )

Associado a cada matriz quadrada  $A = ((a_{ij}))$  de ordem  $n$ , temos uma função

$$f(\lambda) = |A - \lambda I| = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix}$$

chamada de Função Característica da matriz  $A$ . E a função

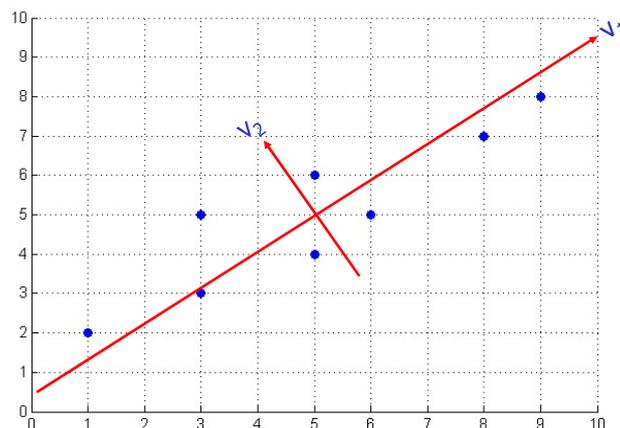
$$f(\lambda) = |A - \lambda I| = 0,$$

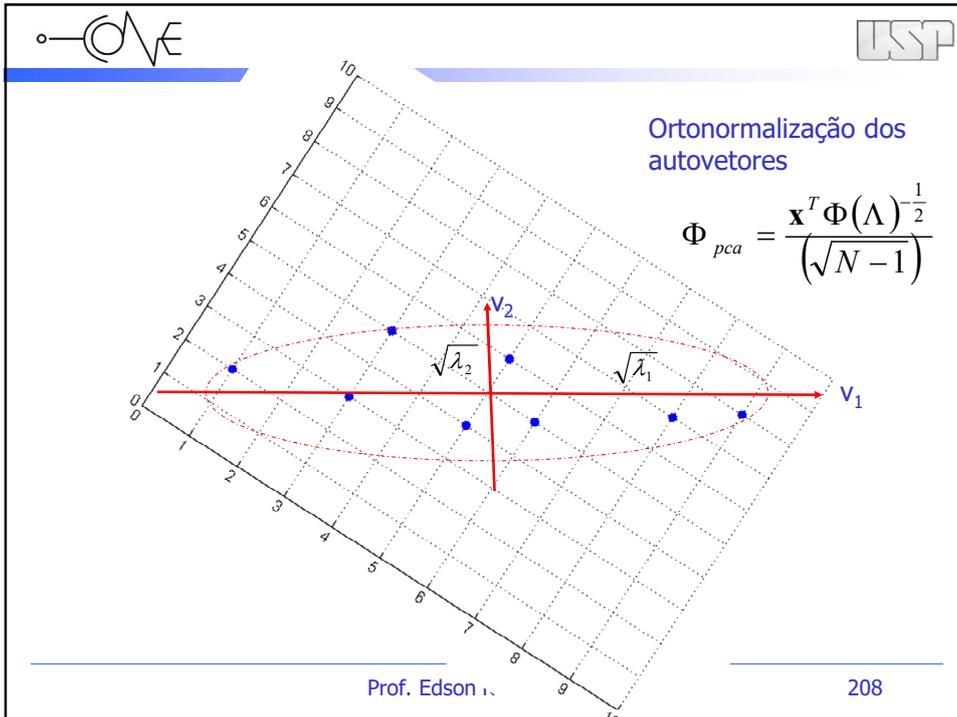
que pode ser expressa na forma polinomial

$$c_0 \lambda^n + c_1 \lambda^{n-1} + \dots + c_{n-1} \lambda + c_n = 0$$

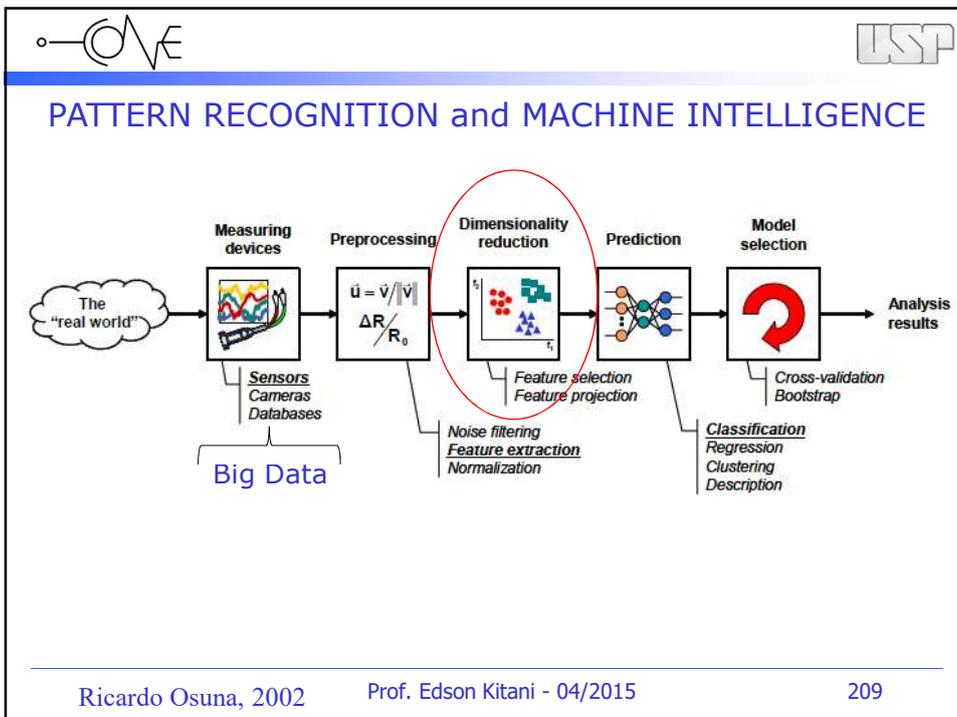
é chamada de Equação Característica da matriz  $A$ .

## Exemplo Numérico





208



209

## TORNARAM O PCA FAMOSO COM EIGENFACES



Alex 'Sandy' Pentland dirige o MIT's Human Dynamics Laboratory e o MIT Media Lab



Matthew Turk é professor na UCLA University of California – Computer Science Department

Matthew Turk & Alex Pentland

*Eigenfaces for recognition* *Journal of Cognitive Neuroscience* 1991

Prof. Edson Kitani - 04/2015

211

211

## IMAGEM DAS COMPONENTES PRINCIPAIS

Conjunto de treinamento: 100



As 4 primeiras componentes principais, ou eigenfaces.



Média

1ª PC

2ª PC

3ª PC

4ª PC

Prof. Edson Kitani - 04/2015

212

212

## RECONSTRUÇÃO DE UMA IMAGEM



Original

1 PCs

10 PCs

50 PCs

99 PCs

## IMAGEM DAS COMPONENTES PRINCIPAIS

Conjunto de treinamento: 100



As 4 primeiras componentes principais, ou eigenfaces.



Média

1ª PC

2ª PC

3ª PC

4ª PC

## CONCLUSÃO

- O PCA retém as informações mais expressivas.
- Uma imagem de face pode ser representada economicamente em uma base vetorial menor do que a base original.
- As transformações são lineares.
- O PCA não altera o formato da distribuição dos dados.
- É o mais robusto e eficiente Redutor de Dimensionalidade

## REFERÊNCIAS

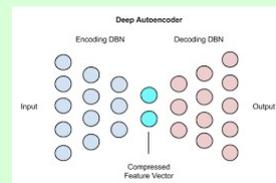
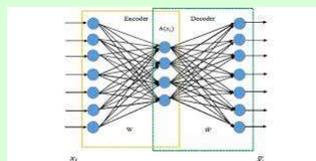
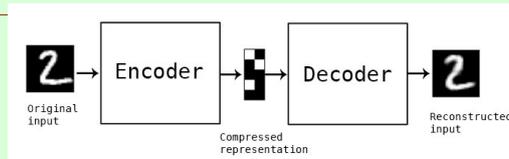
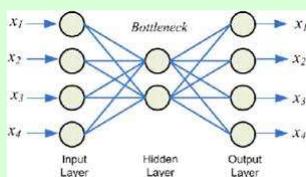
- [1] CHELLAPPA, Rama; WILSON, Charles; SIROHEY, Saad. *Human and Machine Recognition of Faces: A Survey*. Proceedings of the IEEE, vol 83 no.5, May 1995.
- [2] KITANI, E.C., THOMAZ, C.E. "Um Tutorial sobre Análise de Componentes Principais para Reconhecimento Automático de Faces", Relatório Técnico, Depto Engenharia Elétrica, FEI-SP, 01/2006.
- [3] TURK, Matthew; PENTLAND, Alex. *Eigenfaces for Recognition*. Journal of Cognitive Science, vol. 3 no 1, MIT 1991.
- [4] ZHAO, Weny; CHELLAPPA, Rama; KRISHNASWAMY, Arvindli. *Discriminant Analysis of Principal Components for Face Recognition*. IEEE, 1998.
- [5] FUKUNAGA, Keinosuke, "Introduction to Statistical Pattern Recognition", 2ª ed., Boston, MA: Academic Press, 1990.
- [6] OSUNA, Ricardo Gutierrez, "Principal Components Analysis, Lecture Notes" 9, Texas A&M University, Texas, 2004, disponível em [www.courses-cs.tamu.edu/rgutier/cs790-w02](http://www.courses-cs.tamu.edu/rgutier/cs790-w02), acessado em 20/12/2005.
- [7] SIROVICH, L. KIRBY, M, "Low-dimensional Procedure for the Characterization of Human Faces", Journal of the Optical Society of America, vol. 4, pp 519-524, 1987.
- [8] THOMAZ, Carlos Eduardo, "Estudo de Classificadores para Reconhecimento Automático de Faces", Tese de Mestrado, 104 pg., PUC RJ, 1999.

- [9] JOLLIFE, I.T., "Principal Components Analysis", Springer-Verlag, London. UK, 2002.
- [10] PEARSON, K. "On lines and planes of closest fit to system of point in space", Philosophical Magazine, 2: pp 550-572, 1901, disponível em <http://pbil.univ-lyon1.fr/R/pearson190.pdf>, acessado em 06/05/2006.
- [11] BARTLETT, M. S., et al., "Face Recognition by Independent Component Analysis", IEEE Transactions on Neural Networks, vol 13, no. 6, November, 2002.
- [12] JAIN, Anil, et al. "Biometrics: A Grand Challenge", Presentation, disponível em <http://biometrics.cse.msu.edu>, acessado em 10/10/2005.

217

## Autoencoders e Stacked Auto-encoders (imagens da internet)

219



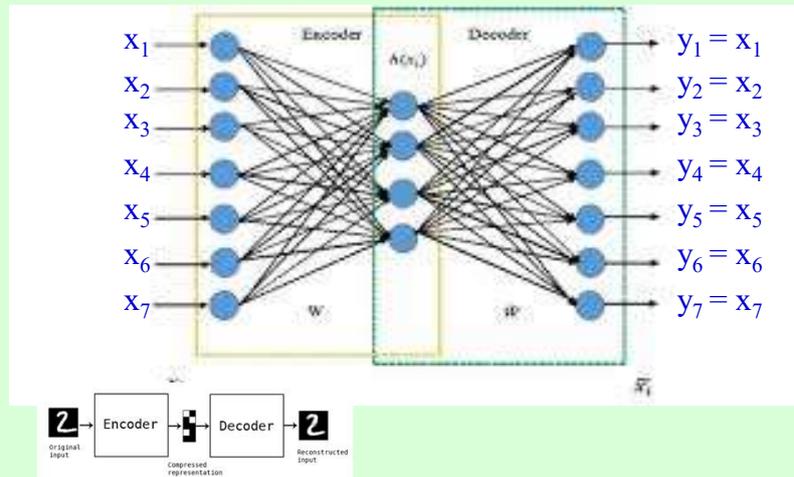
Algumas ferramentas em Deep Learning

219

219

## Um autoencoder detalhado (imagem da internet, adaptada)

220



Um pouquinho de Deep Learning

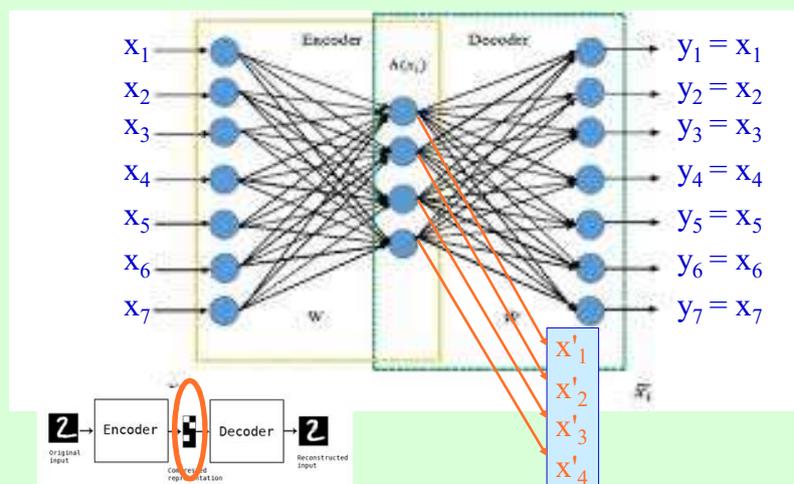
© Prof. Emilio Del Moral Hernandez

220

220

## Um autoencoder detalhado (imagem da internet, adaptada)

221



Algumas ferramentas em Deep Learning

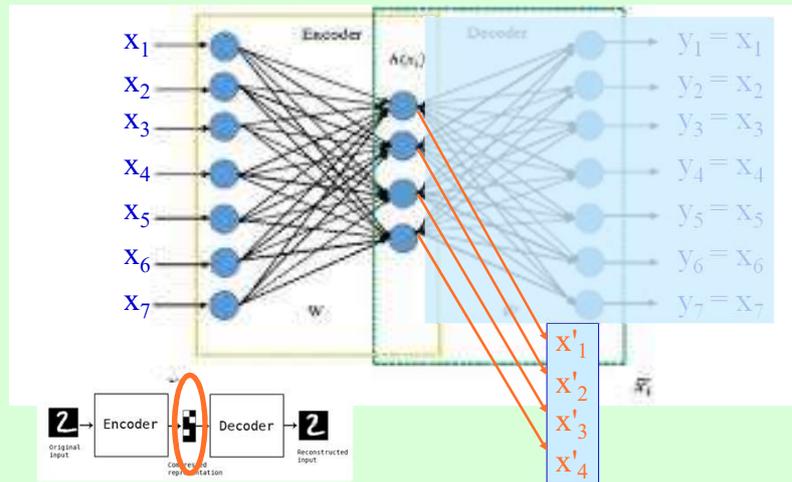
© Prof. Emilio Del Moral Hernandez

221

221

## Um autoencoder detalhado (imagem da internet, adaptada)

222



Algumas ferramentas em Deep Learning

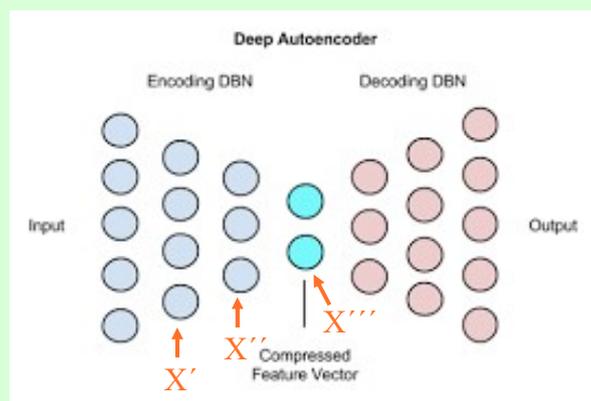
© Prof. Emilio Del Moral Hernandez

222

222

## Autoencoders e Stacked Auto-encoders (imagens da internet)

223



Algumas ferramentas em Deep Learning

© Prof. Emilio Del Moral Hernandez

223

223

*Note que nesta técnica, o primeiro estágio da “solução em dois estágios” também é uma rede neural (não só o segundo estágio é uma RNA), mas esse primeiro estágio é uma RNA específica, desenhada apenas para a codificação compacta de variáveis; ela não realiza a regressão ou o reconhecimento, que são feitos pela segunda rede neural.*

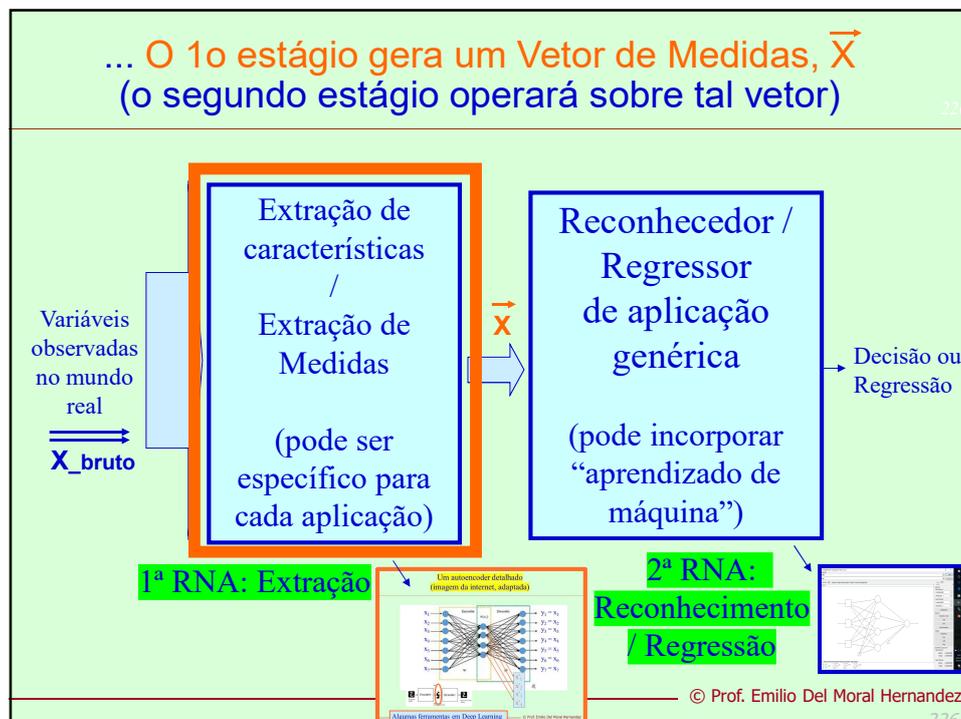
225

© Prof. Emilio Del Moral – EPUSP

224

... O 1o estágio gera um Vetor de Medidas,  $\vec{X}$   
(o segundo estágio operará sobre tal vetor)

226



226

**Aula 13**  
(de 15)  
**do Prof. Emilio**  
**de PSI3471 de**  
**08-abr-2019**

**Seguiu em outros slides >>>>**