AGA0503 - 1º Semestre de 2018 - Exercício de Programação 2

Devolução: 10/05 (será descontado 1/2 ponto por dia de atraso)

1) **Método de Gauss (3 pontos)**

Construa um programa que o resolva sistemas lineares pelo método de eliminação de Gauss usando **pivotamento parcial**. O programa deve ser capaz de resolver um sistema de n equações. Sugere-se que sejam implementadas duas subrotinas, uma para o cálculo da eliminação e outra para a substituição para trás, usando o esquema visto em aula de armazenar os multiplicadores e os pivotamentos feitos. O programa deve ser capaz de detectar se o sistema é indeterminado ou mal-condicionado.

Teste o programa com o sistema abaixo:

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 4 \\ 6 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Entregar por email:

- Saída do programa, com a solução do sistema acima
- Código fonte

2) **O problema do círculo (2 pontos)**

No seções 2.1.1 e 5.2.2 da apostila descrevemos o problema do círculo, que consiste em achar a equação do círculo que passa por três pontos quaisquer do plano (x, y). Escreva uma subrotina para ser usada com o programa da seção 2.1.1 que:

* Construa a matrix 3x3 do sistema linear bem como o vetor de termos independentes, dadas as coordenadas dos três pontos;
* **Normalize** a matriz;
* Calcule a equação do círculo, resolvendo o sistema por um método de Gauss com pivotamento parcial (usando a subrotina do exercício 1), determinando a, b, r
* Calcule o determinante e avise o usuário se o sistema for mal condicionado (aplique uma condição para tal a seu critério), indederminado ou bem condicionado.

Para testar a rotina, forneça:

a) três pontos que estejam numa mesma reta (sistema sem solução)

b) três pontos que estejam próximos à uma mesma reta (sistema mal condicionado)
c) três pontos que resultem em um sistema bem-comportado.

Entregar por email:
- saída do programa, mostrando um exemplo de cada caso acima
- Código fonte

3) Método de Gauss-Seidel (3 pontos)

Faça um programa que resolva um sistema linear pelo método de Gauss-Seidel. Dada uma matriz *A* de *n* x *n* e um vetor de termos independendes, o programa deve:

* Verificar se a matriz satisfaz o critério das linhas
* Verificar se a matriz satisfaz o critério de Sassenfeld
* Resolver o sistema pelo método de Gauss-Seidel usando como critério de convergência: $\max\{|(x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)})/x_i^{(k+1)}|, i = 1, ..., n\} < 10^{-5}$.
* O programa deve ser capaz de resolver um sistema de *n* equações.

Testar o programa com o sistema do exercício 1 e com o sistema abaixo, partindo do seguinte valor inicial para a solução: [100, 100, 100, 100]

$$\begin{bmatrix} 10 & -2 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -1 & -1 \\ 1 & 1/2 & -6 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -9 \\ 17 \end{bmatrix}$$

Entregar por email:
- saídas com os resultados
- Código fonte

4) Decomposição LU (2 pontos)

Resolva para o sistema abaixo a decomposição LU, feita a partir do algorítmo de Crout. Não é necessário empregar o pivotamento.

Entregar resolução feita à mão, mostrando a solução passo a passo.

$$\begin{bmatrix} 18 & -9 & -3 \\ 3 & 15 & -9 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$