

Geometria Analítica

Terceira Lista de Exercícios

11 de março de 2019

1. Determine a projeção do vetor $\mathbf{a} = (4, 3, 2, 1)$ ao longo do vetor $\mathbf{b} = (1, 1, 1, 1)$, a projeção de $\mathbf{b}$ ao longo de $\mathbf{a}$ e o ângulo compreendido entre $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$.
2. Use métodos vetoriais para determinar os cossenos dos ângulos do triângulo formado pelos pontos: $(2, -1, 1)$, $(1, -3, -5)$ e $(3, -4, -4)$.
3. Sejam $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c} \in V_n$ vetores não-nulos. Se o ângulo entre $\mathbf{a}$ e $\mathbf{c}$ é igual ao ângulo entre $\mathbf{b}$ e $\mathbf{c}$, prove que $\mathbf{c}$ é ortogonal ao vetor $\|\mathbf{b}\|\mathbf{a} - \|\mathbf{a}\|\mathbf{b}$.
4. Seja θ o ângulo entre dois vetores não-nulos $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in V_n$, demonstre que

$$\|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|^2 = \|\mathbf{a}\|^2 + \|\mathbf{b}\|^2 - 2\|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|\cos\theta.$$

5. Suponha que tenhamos definido o produto interno de dois vetores $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n), \mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in V_n$ pela seguinte expressão:

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum_{k=1}^n |a_k b_k|.$$

Quais das propriedades do teorema 2.2 continuariam válidas com respeito a essa nova definição?
A desigualdade de Cauchy-Schwarz é satisfeita por esse produto interno?