

## Planejamento de produção: Previsão de Demanda

Aula 7 – parte 2

**Mauro Osaki**

TES/ESALQ-USP  
Pesquisador do Centro de Estudos  
Avançados em Economia Aplicada  
Cepea/ESALQ/USP

Fone: 55 19 3429-8841  
Fax: 55 19 3429-8829  
E-mail: maosaki@esalq.usp.br  
http://www.cepea.esalq.usp.br

51

## Objetivos desta apresentação

- Previsão de demanda quantitativa
- Regressão linear
- Regressão múltiplas
- Exemplos
- Exercícios

52

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

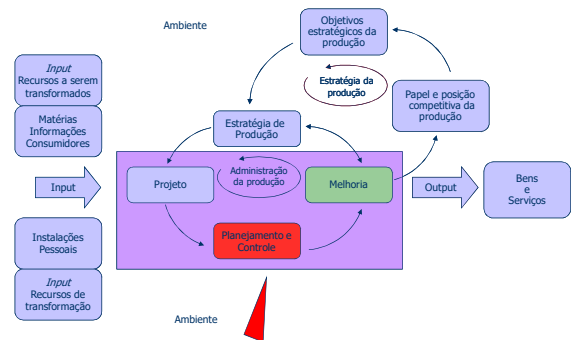
## Referencial teórico

- CHASE, R.B; JACOBS, F.R.; AQUALIANO, N.J. **Administração da produção para a vantagem competitiva**. 10 ed. Porto Alegre: Bookmann, 2006 – CAP. 12.
- SLACK, N., CHAMBERS, S., HARLAND, C., JOHNSTON, R., **Administração da produção**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2002

53

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

## Modelo geral da administração da produção



Fonte: Slack et. al (2002)

54

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

## Uso de Regressão:

- **Regressão Linear Simples**
  - As variáveis dependentes guardam uma relação linear com uma variável independente.
- **Regressão Linear Múltipla**
  - A variável dependente guarda uma relação linear com mais de uma variável independente.

55

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

## Análise de Regressão Linear

- Trata-se de relacionamento funcional entre duas ou mais variáveis correlacionadas;
- Utilizada para prever uma variável dada outra variável;
- O relacionamento funcional é geralmente desenvolvido a partir de dados observados;
- A regressão é útil para realizar previsão de grande ocorrências e planejamento agregado da produção;

56

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

### Regressão linear (RL)

**Y = a + bX**

Onde:  
 Y = variável dependente  
 X = variável independente  
 a = Intercepto (valor de Y quando X = 0)  
 b = Coeficiente angular

**Limitação**  
 Os dados passados e as projeções futuras supostamente devem encaixar numa linha reta.

57 Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

### Método dos Mínimos Quadrados

- O método tenta ajustar a linha aos dados que **minimizam a soma dos quadrados da distância vertical** entre cada ponto.

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

Onde:  
 a = Intercepto (valor de Y quando X = 0)  
 b = Coeficiente angular  
 $\bar{y}$  = Média de todos os ys  
 $\bar{x}$  = Média de todos os xs  
 x = Valor de x a cada ponto de dados  
 y = Valor de y a cada ponto de dados  
 n = número de pontos  
 Y = Valor da variável dependente calculada com a equação da regressão.

58

### Exemplos: Regressão Linear simples

As vendas de uma empresa para uma linha de produto durante os 12 trimestres dos últimos três anos são os seguintes:

Ano	Período (x)	Venda (y)
Ano 1	1	600
	2	1550
	3	1500
	4	1500
Ano 2	5	2400
	6	3100
	7	2600
	8	2900
Ano 3	9	3800
	10	4500
	11	4000
	12	4900

A empresa quer prever cada trimestre do quarto ano, isto é trimestres 13, 14, 15 e 16.

$$Y = a + bX \quad a = \bar{y} - b\bar{x} \quad b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

59

Ano	x	y	xy	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	Y
	Período	Venda				Previsão
Ano 1	1	600				
	2	1.550				
	3	1.500				
	4	1.500				
Ano 2	5	2.400				
	6	3.100				
	7	2.600				
	8	2.900				
Ano 3	9	3.800				
	10	4.500				
	11	4.000				
	12	4.900				
Ano 4	13					?
	14					?
	15					?
	16					?
Soma						
Média						

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

Y = a + bX

60 Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

### Resolução

#### 1º Passo: Cálculo do xy e da média de x e y.

Ano	Período	y	cálculo	xy
		Venda	x*y	
Ano 1	1	600	1*600 =	600
	2	1.550	2*1550 =	3.100
	3	1.500	3*1500 =	4.500
	4	1.500		
Ano 2	5	2.400		
	6	3.100		
	7	2.600		
	8	2.900		
Ano 3	9	3.800		
	10	4.500		
	11	4.000		
	12	4.900	12*4900 =	58.800

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = \frac{1+2+\dots+12}{12} = \frac{78}{12} = 6,5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{12} y_i}{12} = \frac{600+1550+\dots+4900}{12} = \frac{33350}{12} = 2779,17$$

61

### Resolução

#### 2º Passo: Cálculo do x<sup>2</sup> e y<sup>2</sup>.

Ano	Período	Venda	xy	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	
Ano 1	1	600	600	1*1 =	1	600*600 =	360.000
	2	1.550	3.100	2*2 =	4	1550*1550 =	2.402.500
	3	1.500	4.500				
	4	1.500	6.000				
Ano 2	5	2.400	12.000				
	6	3.100	18.600				
	7	2.600	18.200				
	8	2.900	23.200				
Ano 3	9	3.800	34.200				
	10	4.500	45.000				
	11	4.000	44.000				
	12	4.900	58.800	12*12 =	144	4900*4900 =	24.010.000
Soma	78	33.350	268.200	650	650	112.502.500	
Média	6,5	2779,17					

62 Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

### Resolução

3º Passo: Cálculo do a, b e Y (previsão).

Ano	x Período	y Venda	xy	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	Y Previsão
Ano 1	1	600	600	1	360.000	
	2	1.550	3.100	4	2.402.500	
	3	1.500	4.500	9	2.250.000	
	4	1.500	6.000	16	2.250.000	
Ano 2	5	2.400	12.000	25	5.760.000	
	6	3.100	18.600	36	9.610.000	
	7	2.600	18.200	49	6.760.000	
	8	2.900	23.200	64	8.410.000	
Ano 3	9	3.800	34.200	81	14.440.000	
	10	4.500	45.000	100	20.250.000	
	11	4.000	44.000	121	16.000.000	
	12	4.900	58.800	144	24.010.000	
<b>Soma</b>	<b>78</b>	<b>33.350</b>	<b>268.200</b>	<b>650</b>	<b>112.502.500</b>	
<b>Média</b>	<b>6,5</b>	<b>2779,17</b>				

Cálculo do intercepto, inclinação e Y

63

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

### Cálculo do intercepto, inclinação e Y

Inclinação

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n(\bar{x})^2} = \frac{268200 - (12 * 6,5 * 2779,17)}{650 - 12 * (6,5^2)} = \frac{51425}{143} = 359,61$$

Intercepto

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 2779,17 - 359,61 * 6,5 = 441,67$$

$$= (D20 - (C21 * B20)) / (E20 - 12 * (B21^2))$$

64

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

### Resolução

3º Passo: Y (previsão).

$$Y = a + bx$$

Ano	x Período	y Venda	Y Previsão
Ano 1	1	600	441,7+359,6 (1) = 801,3
	2	1.550	441,7+359,6 (2) = 1.160,9
	3	1.500	1.520,5
	4	1.500	1.880,1
Ano 2	5	2.400	2.239,7
	6	3.100	2.599,4
	7	2.600	2.959,0
	8	2.900	3.318,6
Ano 3	9	3.800	3.678,2
	10	4.500	4.037,8
	11	4.000	4.397,4
	12	4.900	4.757,1

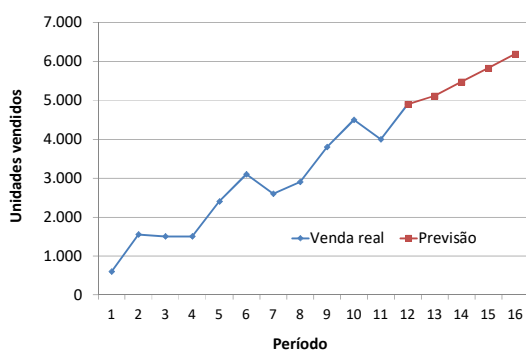
65

### Previsão

Cálculo para a previsão de venda para os trimestres 13, 14, 15 e 16.

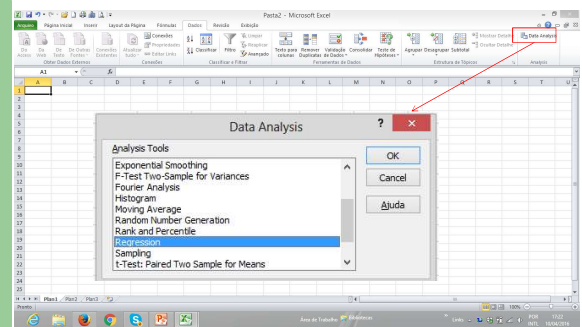
Ano	x Período	y Venda	xy	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	Y Previsão
Ano 1	1	600	600	1	360.000	801,3
	2	1.550	3.100	4	2.402.500	1.160,9
	3	1.500	4.500	9	2.250.000	1.520,5
	4	1.500	6.000	16	2.250.000	1.880,1
Ano 2	5	2.400	12.000	25	5.760.000	2.239,7
	6	3.100	18.600	36	9.610.000	2.599,4
	7	2.600	18.200	49	6.760.000	2.959,0
	8	2.900	23.200	64	8.410.000	3.318,6
Ano 3	9	3.800	34.200	81	14.440.000	3.678,2
	10	4.500	45.000	100	20.250.000	4.037,8
	11	4.000	44.000	121	16.000.000	4.397,4
	12	4.900	58.800	144	24.010.000	4.757,1
Ano 4	13					5.116,7
	14					5.476,3
	15					5.835,9
	16					6.195,5
<b>Soma</b>	<b>78</b>	<b>33.350</b>	<b>268.200</b>	<b>650</b>	<b>112.502.500</b>	
<b>Média</b>	<b>6,5</b>	<b>2779,17</b>				

66



67

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP



68

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

69

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		x	y	xy	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	Y
3	Ano	Período	Venda				Previsão MQO
4	Ano 1	1	600				
5		2	1.550				
6		3	1.500				
7	Ano 2	4	1.500				
8		5	2.400				
9		6	3.100				
10	Ano 3	7	2.600				
11		8	2.900				
12		9	3.800				
13		10	4.500				
14		11	4.000				
15		12	4.900				
16		13					

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

70

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics				
Multiple R	0,964016			
R Square	0,929386			
Adjusted R Square	0,926505			
Standard Error	363,8778			
Observations	12			

ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	18493221	18493221	139,6695	3,37E-07
Residual	10	1324071	132407,1		
Total	11	19817292			

	Coefficient	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95,0%	Upper 95,0%
Intercept	441,6667	223,9513	1,972155	0,076869	-57,3279	940,6613	-57,3279	940,6613
X Variable 1	359,6154	30,42899	11,81818	3,37E-07	291,8154	427,4154	291,8154	427,4154

Observation	Predicted Y	Residuals
1	801,2821	-201,282
2	1160,897	389,1026
3	1520,513	-20,5128
4	1880,128	-380,128
5	2239,744	160,2564
6	2599,359	500,641
7	2958,974	-358,974
8	3318,59	-418,59
9	3678,205	121,7949
10	4037,821	462,1795
11	4397,436	-397,436
12	4757,051	142,9487

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

71

## Previsão com tendência e sazonalidade

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

72

## Decomposição de uma série temporal

Trata-se de dados ordenados cronologicamente que possam conter um ou mais componentes de demanda.

A decomposição de uma série temporal significa identificar e separar os dados

- Tendência** (😊) Visualização gráfica e observação da direção da série.
- Sazonalidade** (😊) Visualização gráfica e comparando o mesmo período na série.
- Cíclica** (😐) Requer série de dados longos.
- Autocorrelação** (😡) Requer uma sofisticação na modelagem e conhecimento econométrico.
- Aleatório** (😡) Qualquer coisa que tenha sobrado e não identificado no modelo.

😊 Fácil    😐 Médio    😡 Difícil

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

73

## Variação SAZONAL

Quando a série contém efeitos sazonais e de tendência ao mesmo tempo, tem-se que entender como se relacionam entre si. Examina-se dois tipos de variação sazonal:

**Variação sazonal**

- Aditiva** Presume que a quantidade sazonal é uma CONSTANTE, não importando qual seja a quantidade da tendência ou da média.  
Previsão = Tendência + Sazonal
- Multiplicativa** A tendência é multiplicada pelos fatores sazonais. Ela reflete a experiência real, então quanto maior for a série básica projetada, maior será a variação ao redor desta.  
Previsão = Tendência X Sazonal

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

74

## Fator ou Índice SAZONAL

Fator sazonal é a quantidade de correção necessária numa série temporal para se ajustar à estação do ano.

$$f_{st} = \frac{y_{it}}{\bar{y}_t}$$

$f_{st}$ : fator de sazonal no tempo  $t$   
 $y_{it}$ : quantidade média de produto  $y$  no período  $i$  no tempo  $t$   
 $\bar{y}_t$ : quantidade de produto  $y$  no período  $i$  para o total de  $n$  ano no tempo  $t$   
 $n$ : total de ano  $n$

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

## Demanda com eliminação do fator SAZONAL

Demanda com correção necessária na série temporal

$$y_{it}^* = \frac{y_{it}}{fs_t}$$

$y_{it}^*$ : quantidade de produto  $y$  sem sazonalidade no período / no tempo  $t$   
 $y_{it}$ : quantidade (observada) de produto  $y$  no período  $i$  no tempo  $t$   
 $fs_t$ : Fator de sazonal no tempo  $t$

75

## Exemplos: Regressão Linear simples

As vendas de uma empresa para uma linha de produto durante os 12 trimestres dos últimos três anos são os seguintes:

Ano	Período	Venda
Ano 1	1	600
	2	1550
	3	1500
	4	1500
Ano 2	5	2400
	6	3100
	7	2600
	8	2900
Ano 3	9	3800
	10	4500
	11	4000
	12	4900

A empresa quer prever cada trimestre do quarto ano, isto é trimestres 13, 14, 15 e 16.

76

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

Passos:

- 1) Determinar o fator sazonal
- 2) Eliminar a sazonalidade dos dados originais;
- 3) Desenvolver regressão por MQO para os dados com eliminação de sazonalidade;
- 4) Projetar a demanda para cada trimestre do ano 4;
- 5) Criar previsão para cada trimestre do ano 4 pelo fator sazonal;

77

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

x	y	x2	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres $\bar{y}_t$	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	Demanda sem sazonalidade	Previsão c/ sazonalidade
Ano	Período	Venda							
Ano 1	1	600							
	2	1.550							
	3	1.500							
	4	1.500							
Ano 2	5	2.400							
	6	3.100							
	7	2.600							
	8	2.900							
Ano 3	9	3.800							
	10	4.500							
	11	4.000							
	12	4.900							
Ano 4	13								
	14								
	15								
	16								
Soma									

$fs_t$ : fator de sazonal no tempo  $t$   
 $\bar{y}_t$ : quantidade média de produto  $y$  no período  $i$  no tempo  $t$   
 $y_{it}$ : quantidade de produto  $y$  no período  $i$  para o total de  $n$  no tempo  $t$   
 $n$ : total de ano  $n$

78

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

## Passo 1. Fator Sazonal

Calcula-se a média para os mesmos trimestres no período de 3 anos

x	y	x2	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres $\bar{y}_t$
Ano	Período	Venda			
Ano 1	1	600	1	801,3	=ARRED(MÉDIA(C4:C12);1)
	2	1.550	4	3.050,0	
	3	1.500	9	2.700,0	
	4	1.500	16	1.880,1	
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	
	6	3.100	36	2.599,4	
	7	2.600	49	2.959,0	
	8	2.900	64	3.318,6	
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	
	10	4.500	100	4.037,8	
	11	4.000	121	4.397,4	
	12	4.900	144	4.757,1	
Ano 4	13			5.116,7	
	14			5.476,3	
	15			5.835,9	
	16			6.195,5	
Soma	78	33.350	650		
Média	6,5	2779,17			

79

## Passo 1. Fator Sazonal

x	y	x2	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres $\bar{y}_t$	Fator sazonal ( $f_{it}$ )
Ano	Período	Venda				
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	2266,7/(33350/12)= 0,82
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	3050,0/(33350/12)= 1,10
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	2700,0/(33350/12)= 0,97
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	3100,0/(33350/12)= 1,12
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7		0,82
	6	3.100	36	2.599,4		1,10
	7	2.600	49	2.959,0		0,97
	8	2.900	64	3.318,6		1,12
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2		0,82
	10	4.500	100	4.037,8		1,10
	11	4.000	121	4.397,4		0,97
	12	4.900	144	4.757,1		1,12
Ano 4	13			5.116,7		
	14			5.476,3		
	15			5.835,9		
	16			6.195,5		
Soma	78	33.350	650		12,00	
Média	6,5	2779,17				

80

Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

**Passo 2: Eliminar a sazonalidade dos dados originais**

x	y	x <sup>2</sup>	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	xy
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	0,82	=ARRED((C4/4);1)	735,7
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	1,10	1.412,4	2.824,8
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	0,97	1.544,0	4.632,0
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	1,12	1.344,8	5.379,2
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	0,82	2.942,6	14.713,0	
	6	3.100	36	2.599,4	1,10	2.824,7	16.948,2	
	7	2.600	49	2.959,0	0,97	2.676,2	18.733,4	
	8	2.900	64	3.318,6	1,12	2.599,9	20.799,2	
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	0,82	4.659,1	41.931,9	
	10	4.500	100	4.037,8	1,10	4.100,4	41.004,0	
	11	4.000	121	4.397,4	0,97	4.117,3	45.290,3	
	12	4.900	144	4.757,1	1,12	4.392,9	52.714,8	
Ano 4	13			5.116,7				
	14			5.476,3				
	15			5.835,9				
	16			6.195,5				
Soma	78	33.350	650		12,00	33350		265706,5
Média	6,5	2779,17				2779,17		

Para eliminar o efeito sazonal sobre os dados, dividem-se os dados originais pelo fator sazonal.

**Passo 3: Regressão linear mínimos quadrados**

x	y	x <sup>2</sup>	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	xy
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	0,82	735,7	735,7
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	1,10	1.412,4	2.824,8
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	0,97	1.544,0	4.632,0
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	1,12	1.344,8	5.379,2
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	0,82	2.942,6	14.713,0	
	6	3.100	36	2.599,4	1,10	2.824,7	16.948,2	
	7	2.600	49	2.959,0	0,97	2.676,2	18.733,4	
	8	2.900	64	3.318,6	1,12	2.599,9	20.799,2	
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	0,82	4.659,1	41.931,9	
	10	4.500	100	4.037,8	1,10	4.100,4	41.004,0	
	11	4.000	121	4.397,4	0,97	4.117,3	45.290,3	
	12	4.900	144	4.757,1	1,12	4.392,9	52.714,8	
Ano 4	13			5.116,7				
	14			5.476,3				
	15			5.835,9				
	16			6.195,5				
Soma	78	33.350	650		12,00	33350		265706,5
Média	6,5	2779,17				2779,17		

**Inclinação**

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2} = \frac{265706,5 - (12 * 6,5 * 2779,17)}{650 - 12 * (6,5^2)} = 342,2$$

**Intercepto**

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 2779,17 - 342,2 * 6,5 = 555,0$$

**SUMMARY OUTPUT**

Regression Statistics				
Multiple R	0,929098			
R Square	0,862653			
Adjusted R Square	0,850689			
Standard Error	512,798			
Observations	12			

ANOVA					
	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	16743299	16743299	63,67197	1,2E-05
Residual	10	2629618	262961,8		
Total	11	19372917			

Coefficients: Standard Error						
	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95,0%	Upper 95,0%
Intercept	555,0076	315,6054	1,758549	0,109116	-148,205	1258,22
X Variable 1	342,1783	42,88233	7,979472	1,2E-05	246,6305	437,7261

**RESIDUAL OUTPUT**

Observations	Predicted Y	Residuals
1	897,1859	-161,486
2	1239,354	173,0358
3	1581,543	-37,5425
4	1923,721	-578,921
5	2265,899	676,7008
6	2608,078	216,6225
7	2950,256	-274,056
8	3292,434	-692,534
9	3634,612	1024,488
10	3976,791	123,6092
11	4318,969	-201,569
12	4661,147	-268,247

**Passo 4) Projetar a demanda para cada trimestre do ano 4**

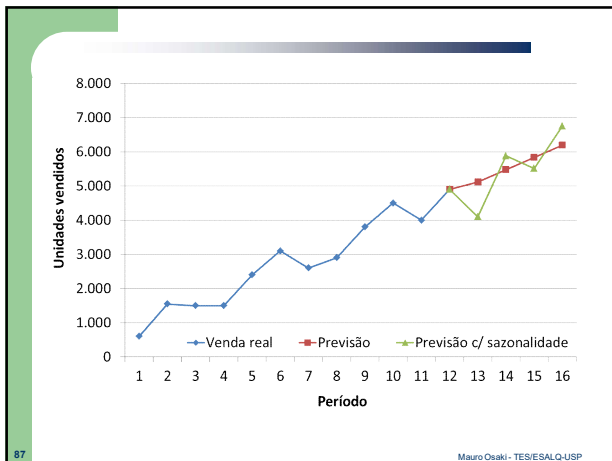
x	y	x <sup>2</sup>	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	xy	Demanda sem sazonalidade
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	0,82	735,7	735,7	
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	1,10	1.412,4	2.824,8	
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	0,97	1.544,0	4.632,0	
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	1,12	1.344,8	5.379,2	
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	0,82	2.942,6	14.713,0		
	6	3.100	36	2.599,4	1,10	2.824,7	16.948,2		
	7	2.600	49	2.959,0	0,97	2.676,2	18.733,4		
	8	2.900	64	3.318,6	1,12	2.599,9	20.799,2		
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	0,82	4.659,1	41.931,9		
	10	4.500	100	4.037,8	1,10	4.100,4	41.004,0		
	11	4.000	121	4.397,4	0,97	4.117,3	45.290,3		
	12	4.900	144	4.757,1	1,12	4.392,9	52.714,8		
Ano 4	13			5.116,7					5.003,3
	14			5.476,3					5.345,5
	15			5.835,9					5.687,7
	16			6.195,5					6.029,9
Soma	78	33.350	650		12,00	33350		265706,5	
Média	6,5	2779,17				2779,17			

**Y = 555 + 342,2 (13) = 5003,3**

**Passo 5) previsão para cada trimestre do ano 4 pelo fator sazonal**

x	y	x <sup>2</sup>	Y	Previsão MQO	Média dos mesmos trimestres	Fator sazonal	Demanda com eliminação de sazonalidade (y)	xy	Demanda sem sazonalidade	Previsão / sazonalidade
Ano 1	1	600	1	801,3	2.266,7	0,82	735,7	735,7		
	2	1.550	4	1.160,9	3.050,0	1,10	1.412,4	2.824,8		
	3	1.500	9	1.520,5	2.700,0	0,97	1.544,0	4.632,0		
	4	1.500	16	1.880,1	3.100,0	1,12	1.344,8	5.379,2		
Ano 2	5	2.400	25	2.239,7	0,82	2.942,6	14.713,0			
	6	3.100	36	2.599,4	1,10	2.824,7	16.948,2			
	7	2.600	49	2.959,0	0,97	2.676,2	18.733,4			
	8	2.900	64	3.318,6	1,12	2.599,9	20.799,2			
Ano 3	9	3.800	81	3.678,2	0,82	4.659,1	41.931,9			
	10	4.500	100	4.037,8	1,10	4.100,4	41.004,0			
	11	4.000	121	4.397,4	0,97	4.117,3	45.290,3			
	12	4.900	144	4.757,1	1,12	4.392,9	52.714,8			
Ano 4	13			5.116,7					5.003,3	4.080,7
	14			5.476,3					5.345,5	5.866,4
	15			5.835,9					5.687,7	5.525,71
	16			6.195,5					6.029,9	6.726,0
Soma	78	33.350	650		12,00	33350		265706,5		
Média	6,5	2779,17				2779,17				

**Y = 5003,3 x 0,82 = 4080,7**



### Regressão Linear Múltipla:

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4X_4$$

Onde:

- Y = quantidade de pizza demanda
- a = intercepto.
- $X_1$  = preço médio do pedaço de pizza.
- $X_2$  = preço médio da educação.
- $X_3$  = preço médio do refrigerante.
- $X_4$  = localização do campus.

88 Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP

## Exercícios

89

### Exercício 1

Suponha uma empresa tenha vendido uma média de 1000 toneladas de bacalhau a cada ano durante 10 anos. Na média, foram vendidas 200 toneladas na primavera, 350 no verão, 300 no outono e 150 no inverno.

- Calcule o fator sazonal
- A empresa espera aumentar a venda em 10% no próximo ano, qual a quantidade de produto para cada estação?

**Quantidade média de venda de bacalhau para cada estação durante 10 anos**

Estação	Venda
Primavera	200
Verão	350
Outono	300
Inverno	150
<b>Ano</b>	<b>1000</b>

90

### Exercício 2 – Tendência e Fator Sazonalidade via MQO

A empresa possui o seguinte quadro de venda trimestral para dois anos:

Ano	Trimestre	Quantidade
Ano 1	1	300
	2	200
	3	220
	4	530
Ano 2	5	520
	6	420
	7	400
	8	700

- Encontre a equação linear pelo MQO;
- Calcule o fator sazonal médio para cada trimestre;
- Calcule a previsão de venda para cada trimestre do ano 3 incluindo a tendência e fator sazonal.

91 Mauro Osaki - TES/ESALQ-USP