



Probabilidade



DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS E DE PETRÓLEO
Prof. Regina Meyer Branski



Objetivos

Determinar o número de maneiras que um grupo de objetos pode ser ordenado

Determinar o número de maneiras de se escolher vários objetos de um grupo sem considerar a ordem

Usar os princípios da contagem para encontrar probabilidades



Um arranjo ordenado de objetos

O número de permutações diferentes de n objetos distintos é $n!$ (n fatorial)

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$0! = 1$$

Exemplos:

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$$

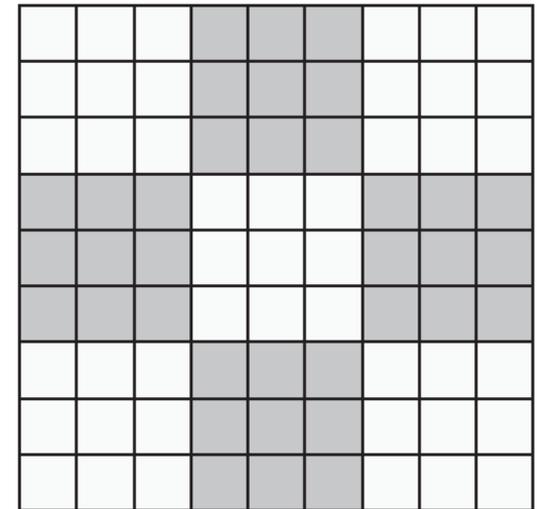
$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$



Exemplo: permutação de n objetos

O objetivo de um Sudoku 9×9 é preencher os espaços para que cada fileira, cada coluna e cada grade de 3×3 contenha os dígitos de 1 até 9. De quantas maneiras diferentes a primeira fileira de um Sudoku 9×9 pode ser preenchida?

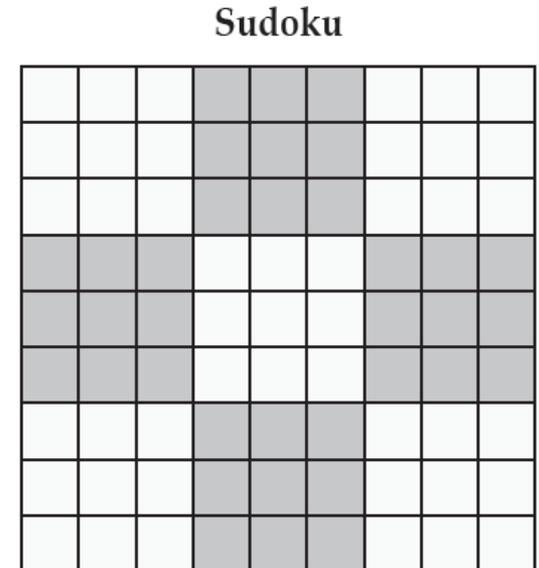
Sudoku





Exemplo: permutação de n objetos

O objetivo de um Sudoku 9 x 9 é preencher os espaços para que cada fileira, cada coluna e cada grade de 3 x 3 contenha os dígitos de 1 até 9. De quantas maneiras diferentes a primeira fileira de um Sudoku 9 x 9 pode ser preenchida?



Solução:

O número de permutações é
 $9! = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 362.880$ maneiras

Arranjo ou Permutação nP



Permutação de n objetos tomados r de cada vez

O número de permutações diferentes de n objetos distintos tomados r de cada vez

$$\blacksquare {}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

em que $r \leq n$

Arranjo ou Permutação nP



Encontre o número de maneiras de formar códigos de 3 dígitos no qual nenhum dígito seja repetido.





Encontre o número de maneiras de formar códigos de 3 dígitos no qual nenhum dígito seja repetido.

Solução:

Você precisa selecionar 3 dígitos de um grupo de 10

- $n = 10, r = 3$



$${}_n P_r = {}_{10} P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 720$$



Quarenta e três carros de corrida começaram na corrida de Daytona 500 em 2007. De quantas maneiras os carros podem terminar em primeiro, segundo e terceiro?

Solução:

Você precisa escolher 3 carros de um grupo de 43

- $n = 43, r = 3$

$${}_n P_r = {}_{43} P_3 = \frac{43!}{(43 - 3)!} = \frac{43!}{40!} = 43 \cdot 42 \cdot 41 = 74.046$$



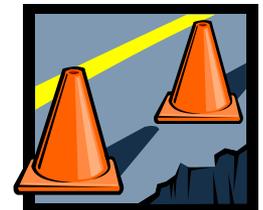


Combinação de n objetos tomados r de cada vez
Uma seleção de r objetos de um grupo de n objetos sem considerar a ordem

$${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$



Um departamento estadual de transportes planeja desenvolver uma nova seção de uma rodovia interestadual e recebe 16 ofertas de concorrência para o projeto. O Estado planeja contratar quatro das empresas na concorrência. Quantas combinações diferentes de quatro empresas podemos selecionar entre as 16 empresas da concorrência.

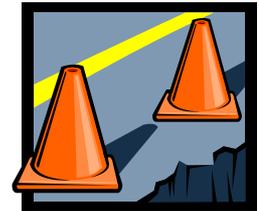




Solução:

- Você precisa escolher 4 empresas de um grupo de 16
 - $n = 16, r = 4$
 - A ordem não importa

$$\begin{aligned} {}_n C_r &= {}_{16} C_4 = \frac{16!}{(16-4)! 4!} \\ &= \frac{16!}{12! 4!} \\ &= \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12!}{12! \cdot 4!} \\ &= 1.820 \text{ combinações diferentes.} \end{aligned}$$



Exercício 4.1



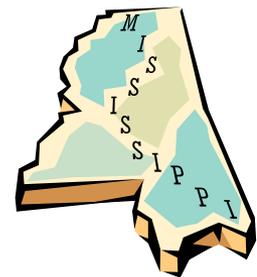
Uma junta de conselheiros estudantis consiste em 17 membros. Três membros servem como presidente, secretário e webmaster. Cada membro tem a mesma probabilidade de servir em uma dessas posições. Qual é a probabilidade de selecionar aleatoriamente os três membros que ocupam cada posição? R. 0,0002



Exercício 4.2



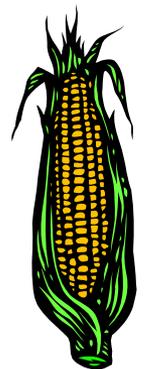
Você tem 11 letras consistindo em um M, quatro I, quatro S e dois P. Se as letras forem ordenadas aleatoriamente, qual a probabilidade que essa ordem forme a palavra *Mississippi*? R. 0,000029



Exercício 4.3



Um fabricante de alimentos analisa uma amostra de 400 grãos de milho para a presença de uma toxina. Na amostra, três grãos têm níveis perigosamente altos da toxina. Se quatro grãos forem selecionados aleatoriamente da amostra, qual a probabilidade de que exatamente um grão tenha um nível perigosamente alto da toxina? R. 0,0296





Objetivos

Determinar o número de maneiras que um grupo de objetos pode ser ordenado

Determinar o número de maneiras de se escolher vários objetos de um grupo sem considerar a ordem

Usar os princípios da contagem para encontrar probabilidades

Permutação Distinguível



O número de permutações distinguíveis de n objetos, em que n_1 é de um tipo, n_2 de outro e assim por diante

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdots n_k!}$$

em que $n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k = n$

Permutação Distinguível



Um empreiteiro planeja desenvolver uma subdivisão da seguinte maneira: 6 casas de um andar, 4 sobrados e 2 casas com vários planos. De quantas maneiras distintas as casas podem ser organizadas? R. 13.860

