

PTC 5822 – INTRODUÇÃO A PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

1ª. PROVA - 08/04/2014

1. No experimento de se retirar 2 cartas, sucessivamente, de um maço de cartas comum, sem recolocar-se a primeira carta de volta, determine:
 - (a) $P(B)$, a probabilidade de se retirar um ás preto como segunda carta;
 - (b) $P(A|B)$, a probabilidade de que a primeira carta tenha sido um ás preto, dado que a segunda é um ás preto.
2. Uma urna contém uma bola vermelha e nove bolas brancas. Em um jogo, uma pessoa sorteia uma bola, e se ela tirar a bola vermelha, ela ganha o jogo.
 - (a) Qual a probabilidade de ela ganhar em uma única tentativa?
 - (b) Qual a probabilidade de ela ganhar em 5 tentativas?
3. A função densidade de probabilidade conjunta de duas variáveis aleatórias contínuas x e y é dada por

$$f_{xy}(x, y) = xy e^{-(x^2+y^2)/2}, x > 0, y > 0.$$

- (a) Determine todas as densidades marginais e condicionais;
 - (b) x e y são independentes? Por quê?
4. Mostre que, se duas variáveis aleatórias são relacionadas por $y = ax + b$, onde a e b são duas constantes arbitrárias, o coeficiente de correlação r será igual a 1 se $a > 0$, e -1 se $a < 0$. (Lembre-se que r relaciona a covariância com as variâncias das v.a.'s, e é adimensional.)
 5. A tensão na saída de um gerador, no instante $t = 0$, é dada por $v = A \cos(\theta)$, onde θ é uma variável aleatória com função densidade de probabilidade uniforme no intervalo entre $-\pi$ e π . Determine a função densidade de probabilidade e a função distribuição (cumulativa) de probabilidade da variável aleatória v .

Expressões úteis

- $$P(A_i, B) = \frac{P(A_i B)}{P(B)} = \frac{P(B|A_i) P(A_i)}{P(B)} = \frac{P(B|A_i) P(A_i)}{P(B|A_1) P(A_1) + \dots + P(B|A_n) P(A_n)}.$$
- $$P[k \text{ em } n] = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$
- $$\frac{d}{dx}(\arccos x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$
- $$\sin(\arccos x) = -\sin(-\arccos x) = \sqrt{1-x^2}$$