Física II
4302112

Lucy V. C. Assali

Escritório: Edifício Alessandro Volta, Bloco C, sala 210
Fone: 3091-7041 **e-mail: lassali@if.usp.br**

Ondas

$1^{\underline{a}}$ Parte

Lucy V. C. Assali

O que é uma onda?

Qualquer sinal que é transmitido de um ponto a outro de um meio, com velocidade definida, sem que haja transporte direto de matéria.

- ✓ distúrbio
- ✓ se propaga
- ✓ leva sinais de um lugar a outro
- ✓ transporta energia (e momento)

Definição:

variação de uma grandeza física que se propaga no espaço ⟶ distúrbio que se propaga e pode levar sinais ou energia (e momento) de um lugar para outro

"Energia em movimento"

Lucy V. C. Assali

Abstração e Conceito

Conceito de onda é abstrato e é novo, pois devemos considerar o movimento de algo que não é matéria, mas energia que se propaga através da matéria.

O mundo é repleto de ondas, sendo os dois tipos mais comuns as ondas <u>mecânicas</u> e as ondas <u>eletromagnéticas</u>.

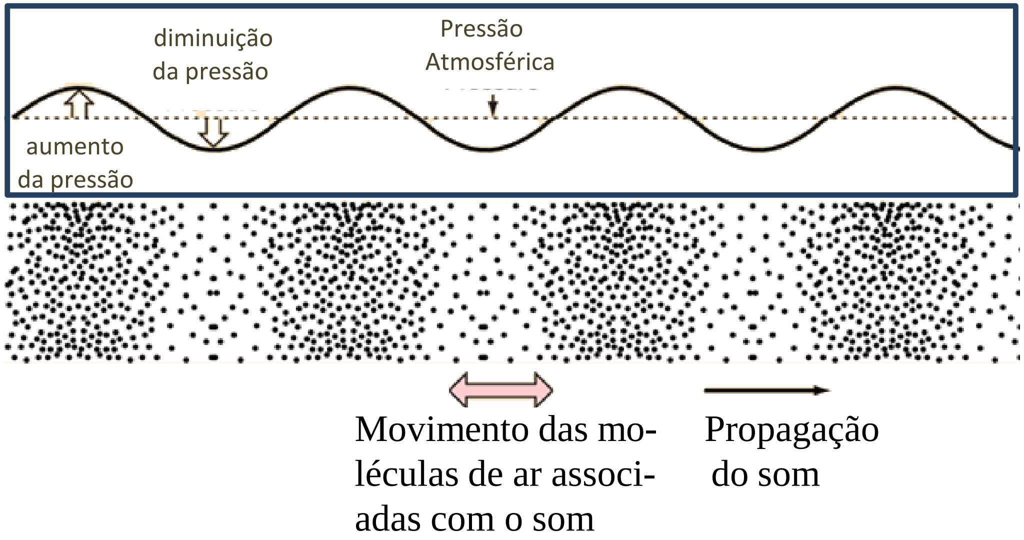
- Ondas Mecânicas: som, água, corda, etc. $\Rightarrow$ algum meio físico deve ser perturbado
- Ondas Eletromagnéticas: luz visível, ondas de radio, raios-X, etc. $\Rightarrow$ não requerem um meio para se propagar

Tipos de ondas: longitudinais ou transversais

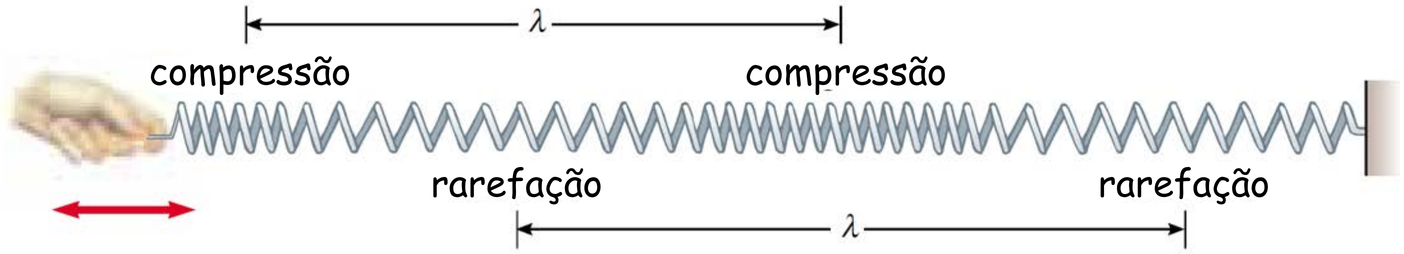
I. Ondas Longitudinais

- ✓ As partículas do meio perturbado se deslocam paralelamente à direção de propagação da onda

Som



Mola

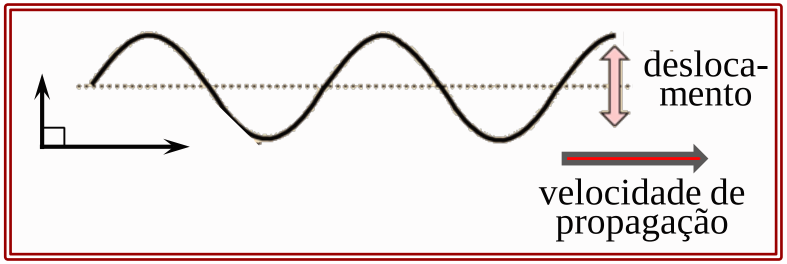


Lucy V. C. Assali

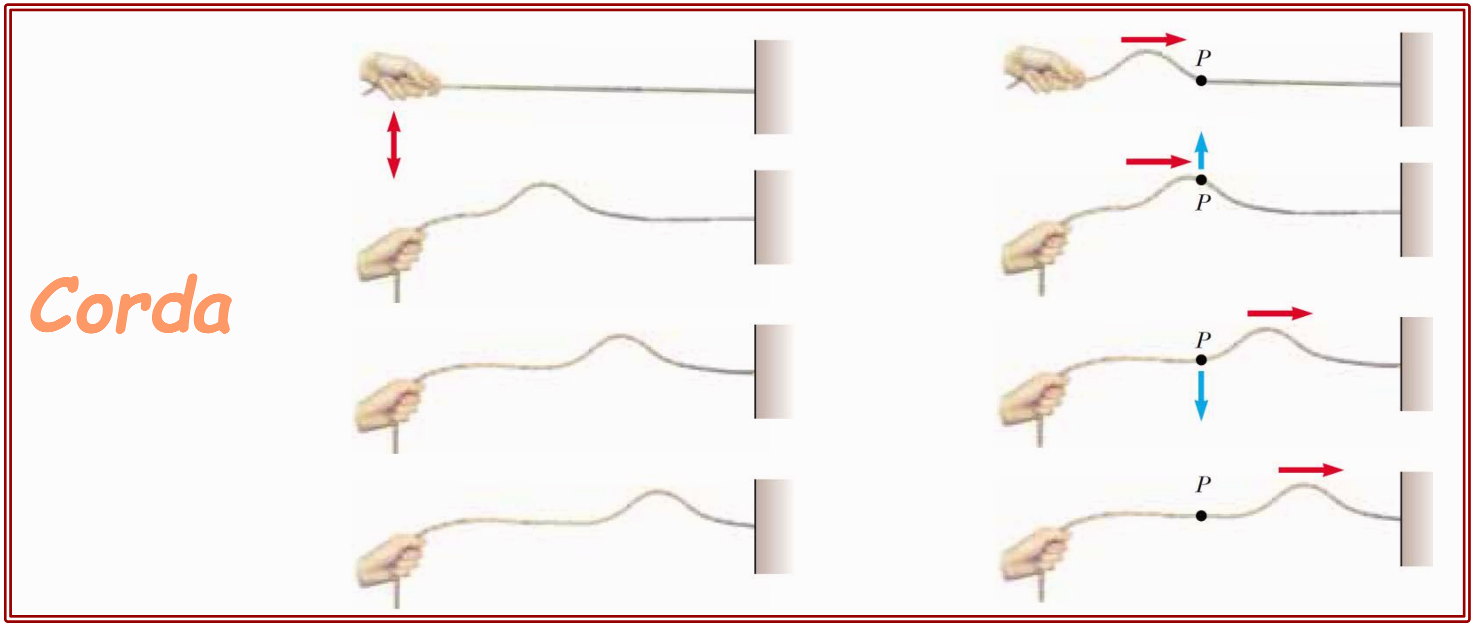
Tipos de ondas: longitudinais ou transversais

II. Ondas Transversais:

- ✓ As partículas do meio perturbado se deslocam perpendicularmente à direção de propagação da onda



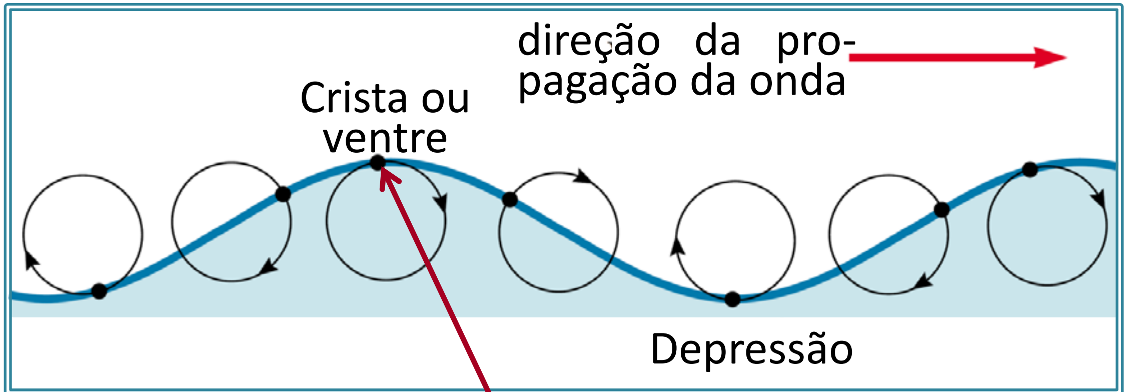
Ondas transversais podem ocorrer em cordas, na superfície de um líquido ou através de um sólido



Obs. as ondas eletromagnéticas (não mecânicas) são ondas transversais

Lucy V.C. Assali

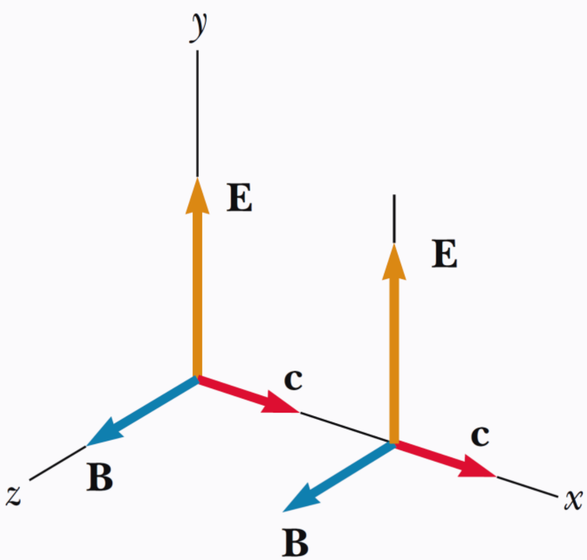
Curiosidade: Ondas na superfície da água não são nem longitudinais nem transversais, mas uma combinação de ambas: partículas na vizinhança da superfície descrevem trajetórias aproximadamente circulares, com componentes tanto na direção de propagação como perpendiculares a ela



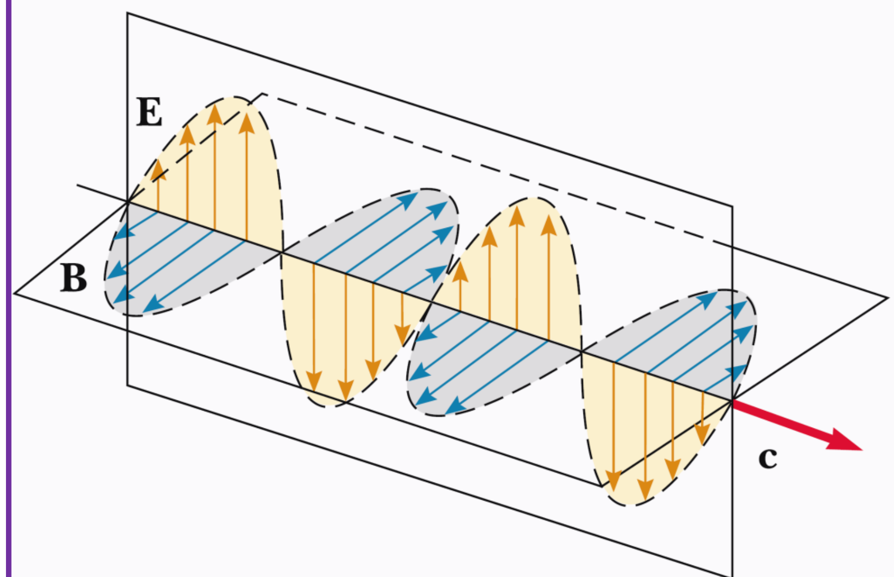
Deslocamentos longitudinais: enquanto a onda passa na superfície da água, as moléculas de água localizadas na crista se movem na direção de propagação da onda, enquanto as moléculas na depressão se movem no sentido oposto. Como a molécula da crista estará em uma depressão depois de ter passado um tempo igual à metade do período, seu movimento na direção de propagação da onda será cancelado por seu movimento no sentido oposto. Isto acontece para todas as moléculas de água perturbadas pela onda, indicando que o deslocamento, em um ciclo completo, é nulo. Assim, apesar de as moléculas apresentarem deslocamento médio nulo, a onda se propaga ao longo da superfície da água.

Lucy V. C. Assali

Curiosidade: *uma onda eletromagnética é uma onda transversal onde os campos elétrico e magnético oscilam, em cada ponto, mantendo-se sempre perpendiculares à direção de propagação.*



Onda eletromagnética se propagando com velocidade $\mathbf{c}$ *na direção do eixo* x. *O campo elétrico é ao longo da direção do eixo* y *e o campo magnético é ao longo da direção do eixo* z, *e ambos dependem somente de* x *e* t.



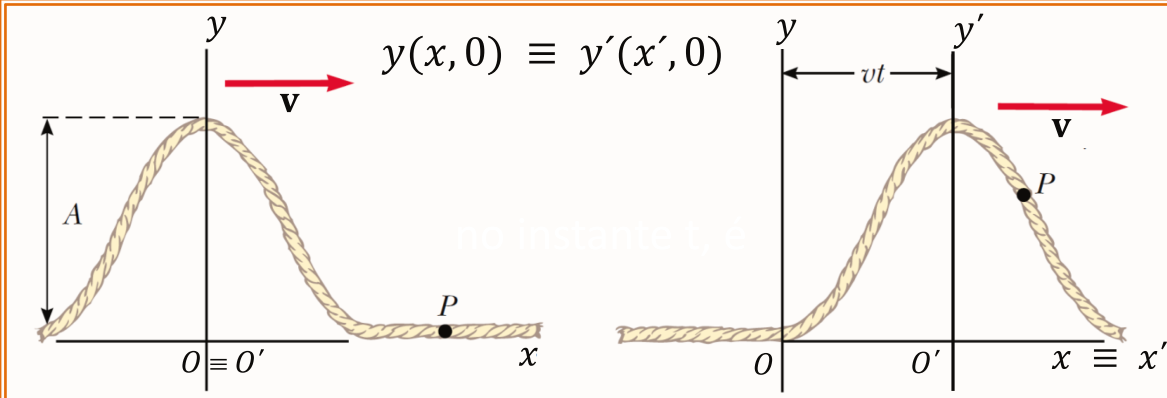
Representação de uma onda eletromagnética senoidal, linearmente polarizada, se propagando na direção do eixo x *com velocidade* $\mathbf{c}$, *em um instante* t. *Note a variação senoidal de* $\mathbf{E}$ *e* $\mathbf{B}$ *com* x.

Lucy V. C. Assali

I. Ondas transversais (corda): uma dimensão

1. Ondas Progressivas

O perfil da onda na corda, num dado instante t, é a forma da corda nesse instante, que é dada pela função $y(x,t)$



pulso em $t = 0$ pulso em $t > 0$

A perturbação se desloca como um todo, com velocidade $\mathbf{v}$, sem mudar de forma e não muda com o tempo no referencial S′

$$y'(x',t) = y'(x',0) = f(x')$$

função só de x' ($= x - \mathrm{v}t$)

no referencial S

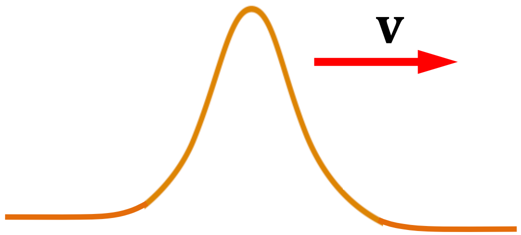
$$y(x,t) = f(x - vt)$$

dá a coordenada y de qualquer ponto P do meio, para qualquer tempo t, e descreve uma onda progressiva que se propaga no sentido positivo de x (para a direita), com velocidade v

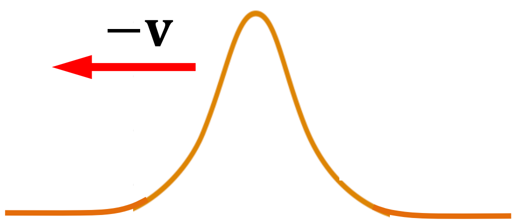
Lucy V. C. Assali

I. Ondas transversais (corda): uma dimensão

1. Ondas Progressivas



Onda progressiva que se propaga para a direita: $$y(x,t) = f(x - vt)$$



Onda progressiva que se propaga para a esquerda: $$y(x,t) = g(x + vt)$$

Podemos considerar ondas que se propagam somente em um sentido, durante intervalos de tempos apreciáveis, numa corda suficientemente longa, ou para qualquer tempo no caso limite ideal de uma corda infinita

Corda finita(real) tem extremidades $\Rightarrow$ refletida na extremidade: onda se propaga para a direita e depois de refletida se propaga para a esquerda:

$$y(x,t) = f(x - vt) + g(x + vt)$$

Lucy V.C. Assali

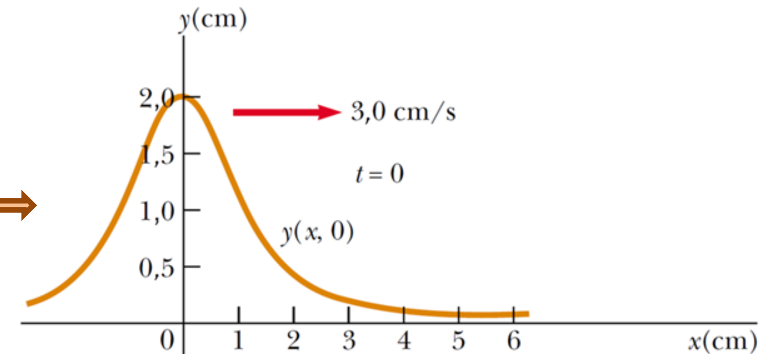
Exemplo: Um pulso se movimentando para a direita

A função de onda do pulso, ao longo do eixo x, é representado pela função de onda:

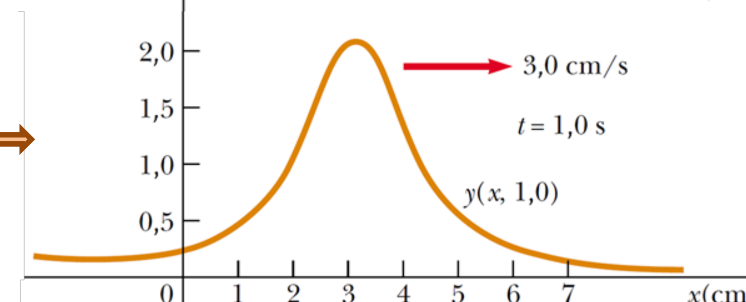
$$y(x,t) = \frac{2}{(x-3\,t)^2+1}$$

onde x e y estão em cm e t em s. Faça gráficos desta função para $t=0, t=1$ s e $t=2$ s. Primeiro devemos notar que esta função é da forma $y(x,t)=f(x-vt)$, com $\mathrm{v}=3$ cm/s

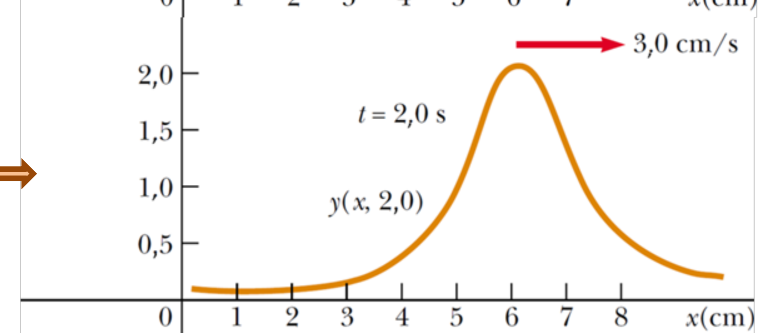
$t=0$ $\quad y(x,0) = \dfrac{2}{x^2+1}$ $\Rightarrow$



$t=1$ s $\quad y(x,1) = \dfrac{2}{(x-3)^2+1}$ $\Rightarrow$

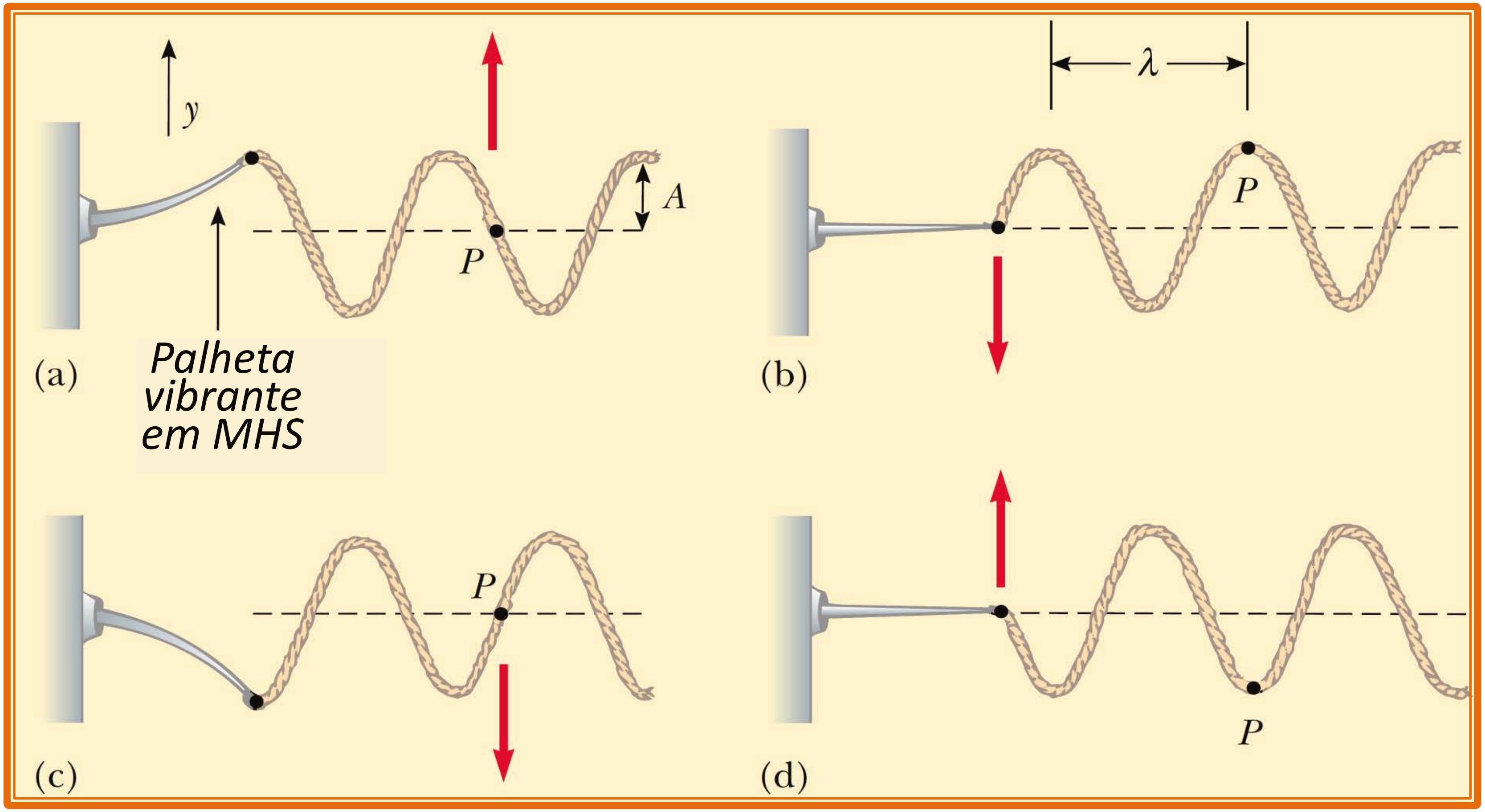


$t=2$ s $\quad y(x,2) = \dfrac{2}{(x-6)^2+1}$ $\Rightarrow$



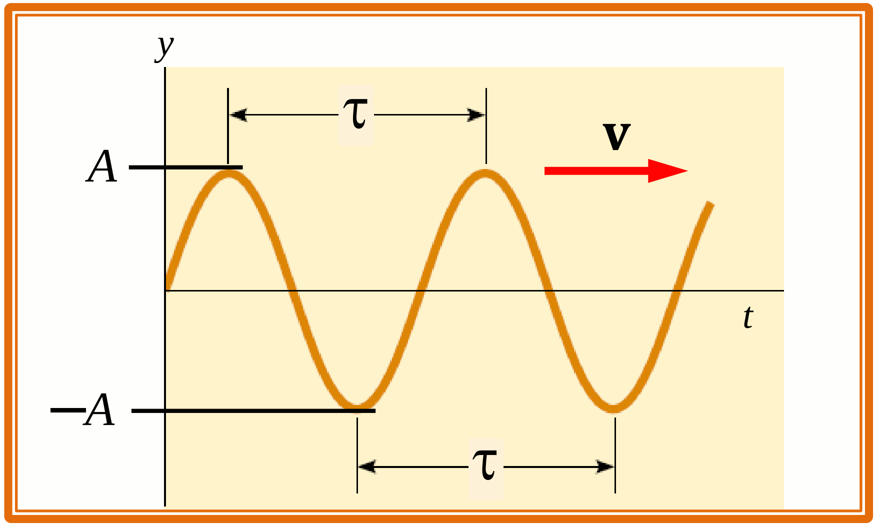
Lucy V. C. Assali

2. Ondas Harmônicas: perturbação corresponde a um MHS

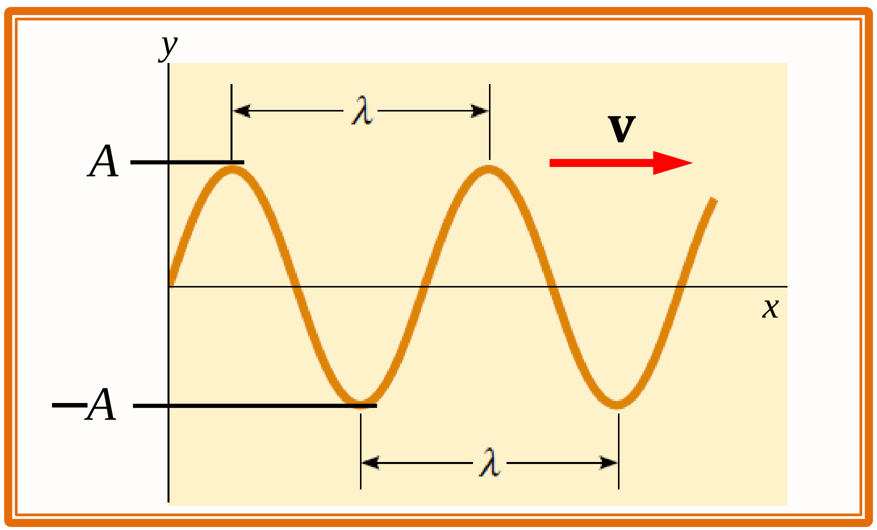


Ondas transversais (corda): uma dimensão

2. Ondas Harmônicas: perturbação corresponde a um MHS



$\tau \Rightarrow$ o período temporal (s)



$\lambda \Rightarrow$ o período espacial (m)

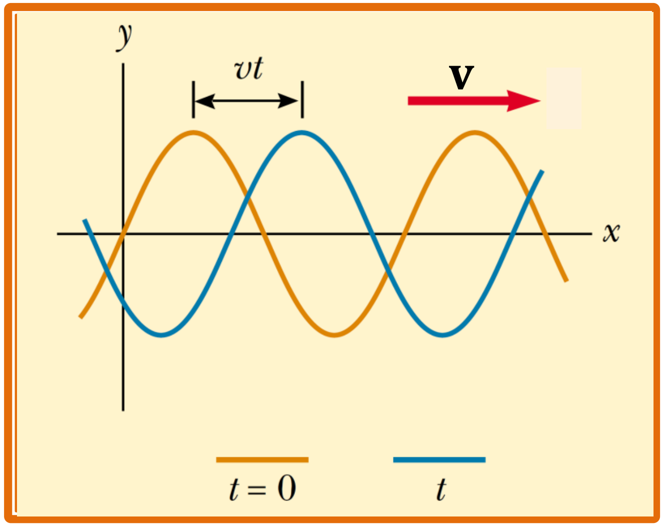
$$\lambda = v\tau \;=\; 2\pi/k$$

número de onda

Lucy V. C. Assali

Ondas transversais (corda): uma dimensão

2. Ondas Harmônicas



A perturbação se desloca, sem mudar de forma e não muda com o tempo no referencial *S'*:

$$f(x') = A\cos\left(\boxed{\frac{2\pi}{\lambda}}\, x'\right)$$

Amplitude da onda

m

rad/m

$$\Longrightarrow\; y(x,t) = A\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right]$$

$$y(x,t) = A\cos[k(x - vt) + \delta] = A\cos[kx - \underbrace{kv}_{\omega}\, t + \delta]$$

$$\boxed{y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \delta)}$$

$$\varphi(x,t) = kx - \omega t + \delta \Rightarrow \text{ Fase da onda (rad)}$$

constante de fase

$$\omega = vk = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{\tau}$$

(rad/s) (rad/m)

Lucy V. C. Assali

Ondas transversais (corda): uma dimensão

2. Ondas Harmônicas

Se acompanharmos o deslocamento com o tempo de um ponto onde a fase é constante (p.e. uma crista de onda, onde $\varphi = 2\pi$), então

$$\varphi(x,t) = kx - \omega t + \delta = \varphi_0 = \text{cte.}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = k\frac{dx}{dt} - \omega = 0 \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v$$

Um ponto onde a fase é constante desloca-se com a velocidade v da onda $\Rightarrow$ v é chamada velocidade de fase

(velocidade de fase = velocidade de um ponto da corda = velocidade da onda)

Outro modo de escrever o perfil da onda harmônica:

$$y(x,t) = \mathrm{Re}\left[A e^{i(kx-\omega t+\delta)}\right]$$

Lucy V. C. Assali

Ondas transversais (corda): uma dimensão

3. A equação de ondas unidimensional (a =?)

$$y(x,t) = f(x') \quad \text{onde} \quad x' = x - vt$$

velocidade: $v = \dfrac{\partial y(x,t)}{\partial t}$

aceleração: $a = \dfrac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$

de um ponto x, que se desloca verticalmente na direção y, no instante t

$$\Rightarrow v = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{df}{dx'}\frac{\partial x'}{\partial t} = \frac{df}{dx'}(-v)$$

$$\Rightarrow a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{df}{dx'}\right](-v) = -v\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{df}{dx'}\right]$$

$$= -v\left[\frac{d}{dx'}\left(\frac{df}{dx'}\right)\underbrace{\frac{\partial x'}{\partial t}}_{-v}\right] = v^2\left[\frac{d^2 f}{dx'^2}\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2\left[\frac{d^2 f}{dx'^2}\right]}$$

3. A equação de ondas unidimensional ($a = ?$)

Como $$\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(x - vt) = 1$$

então

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{df}{dx'}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{df}{dx'} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{d^2 f}{dx'^2}\frac{\partial x'}{\partial x} = \frac{d^2 f}{dx'^2}}$$

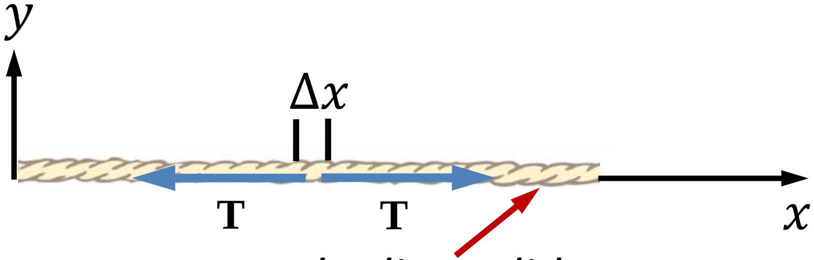
$$a = v^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0}$$

Equação a derivadas parciais linear de 2ª ordem

Lucy V. C. Assali

Cordas Vibrantes

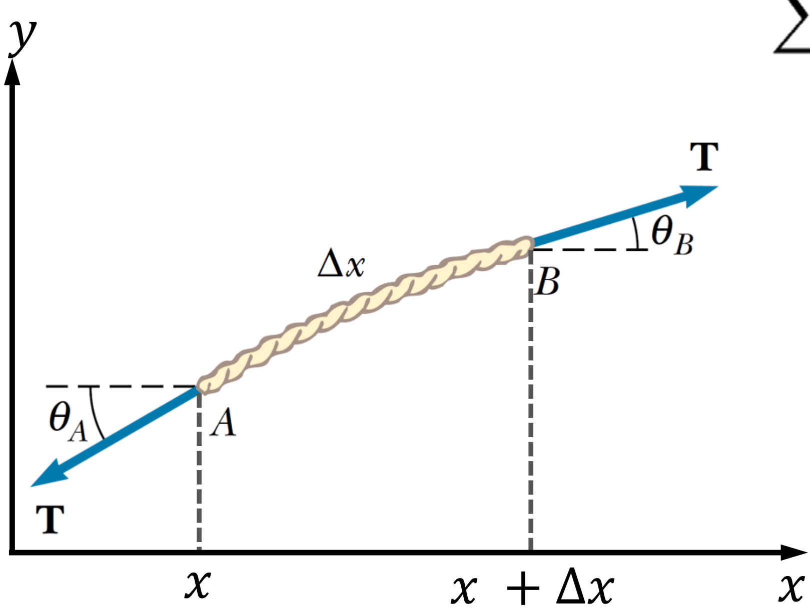
1. Equação de movimento



corda distendida

μ ⇒ *densidade linear de massa (uniforme)*

$$\Delta m = \mu \Delta x$$



$$\theta_A \ll 1 \therefore \text{sen}\theta_A = \text{tg}\theta_A$$
$$\theta_B \ll 1 \therefore \text{sen}\theta_B = \text{tg}\theta_B$$

$$\sum F_y = T\text{sen}\theta_B - T\text{sen}\theta_A = T\text{tg}\theta_B - T\text{tg}\theta_A$$

$$= T\frac{\partial y(x+\Delta x,t)}{\partial x} - T\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

$$= T\Delta x\left[\frac{\frac{\partial y(x+\Delta x,t)}{\partial x} - \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}}{\Delta x}\right]$$

$$\boxed{\sum F_y = T\Delta x\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}}$$

Lucy V. C. Assali

Cordas Vibrantes

1. Equação de movimento

$$\sum F_y = T\Delta x \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \underbrace{\Delta m}_{\mu\Delta x} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$ (3ª Lei de Newton)

$$\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \longrightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Célebre equação de cordas vibrantes obtida por Euler e D'Alembert (1750)

Lucy V. C. Assali

2. O Princípio de Superposição

Sejam $y_1(x,t)$ e $y_2(x,t)$ duas soluções quaisquer da equação de ondas unidimensional. Então, uma combinação linear delas

$$y(x,t) = a\,y_1(x,t) + b\,y_2(x,t)$$

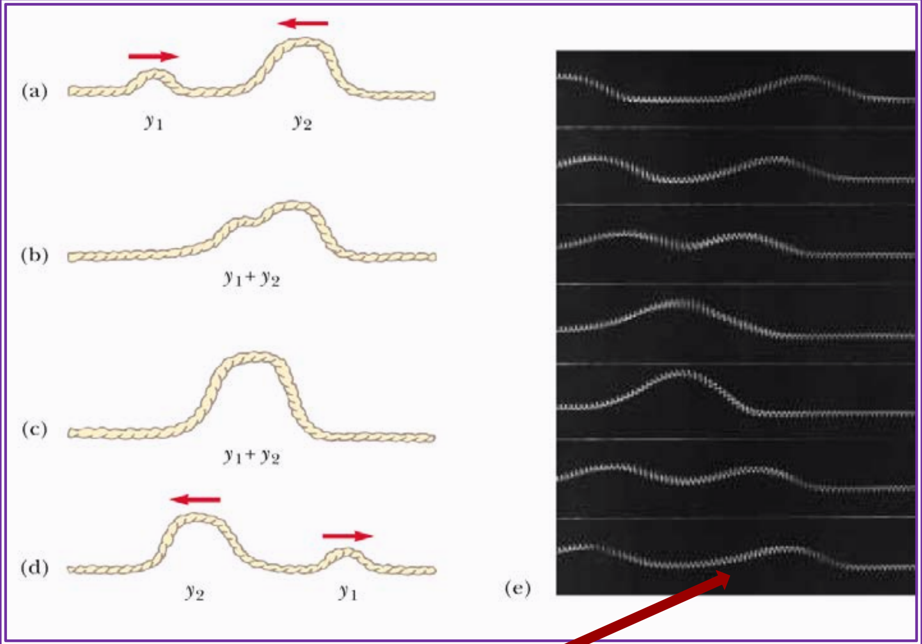
também é solução da equação, pois

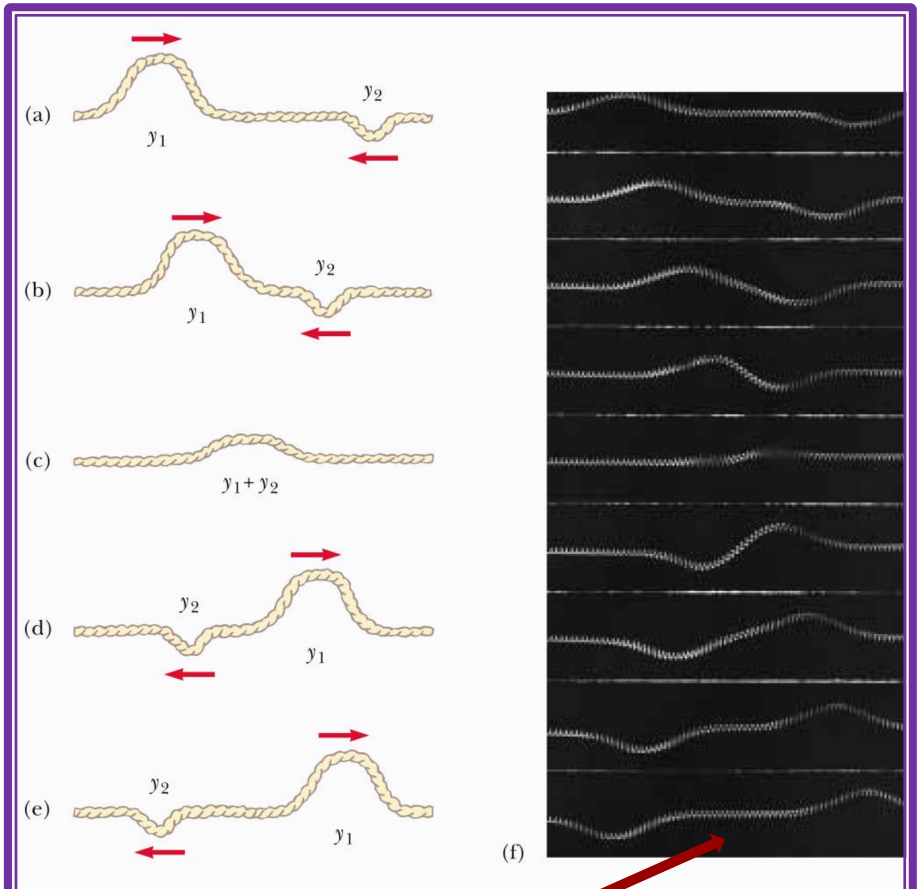
$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}(ay_1 + by_2) = a\frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + b\frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2}$$
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}(ay_1 + by_2) = a\frac{\partial^2 y_1}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 y_2}{\partial x^2}$$

Obs.: Ondas que obedecem a este princípio são chamadas ondas lineares e são caracterizadas por ondas de pequena amplitude

Lucy V. C. Assali

Exemplos do Princípio de Superposição





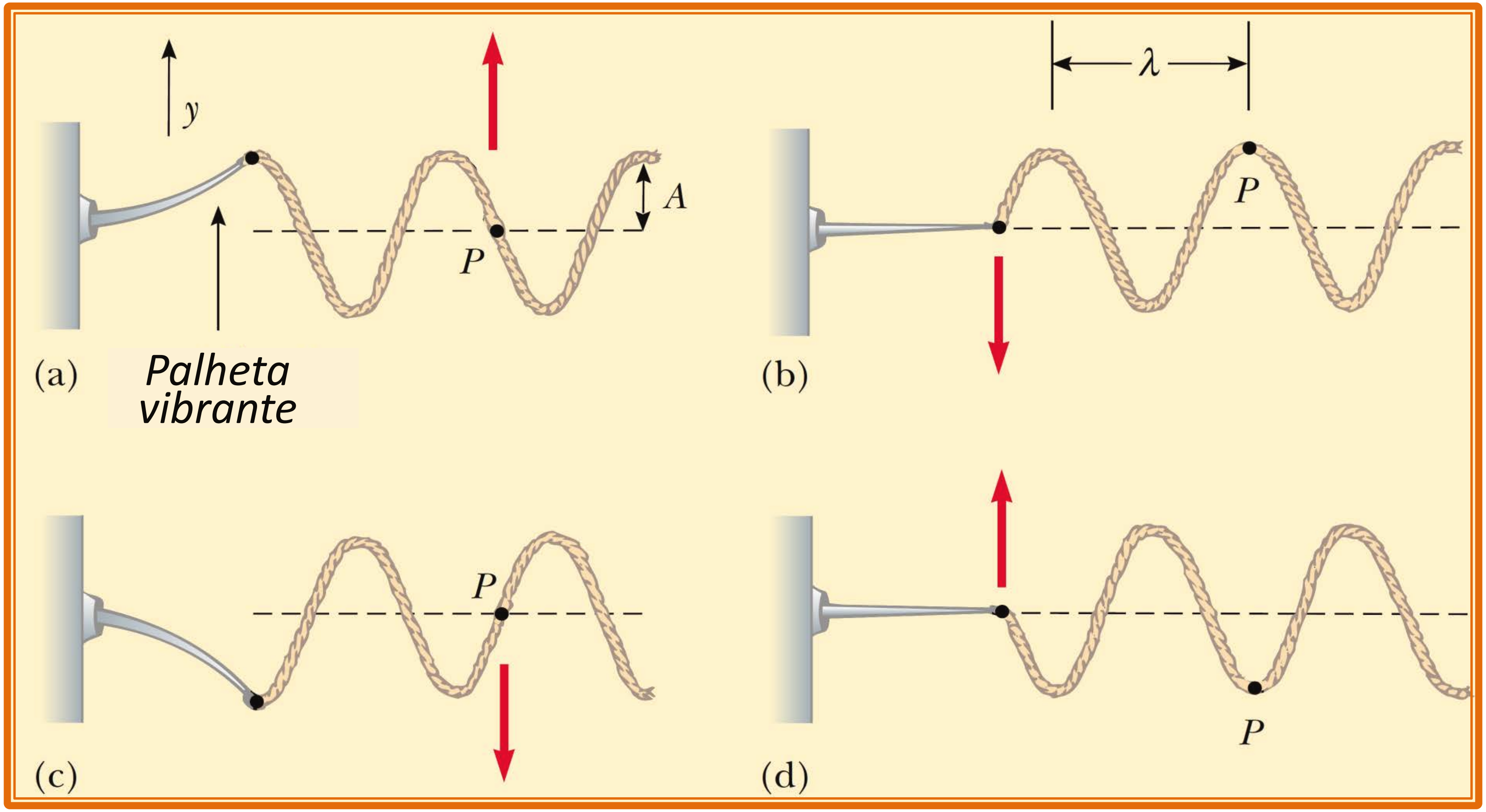
Fotografia da superposição de duas ondas iguais e simétricas que se deslocam em sentidos opostos e os pulsos não estão invertidos um em relação ao outro

Fotografia da superposição de duas ondas simétricas que se deslocam em sentidos opostos e os pulsos estão invertidos um em relação ao outro

Lucy V. C. Assali

Intensidade de uma onda

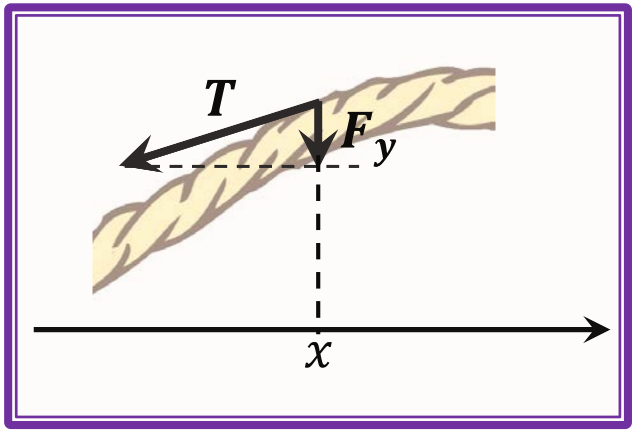
Onda harmônica é gerada na corda através da realização de trabalho para fazer oscilar sua extremidade com MHS $\Rightarrow$ A energia correspondente é transmitida à corda e se propaga com a onda.



Intensidade de uma onda

Onda harmônica é gerada na corda através da realização de trabalho para fazer oscilar sua extremidade com MHS $\Rightarrow$ A energia correspondente é transmitida à corda e se propaga com a onda. *Vamos calcular a energia transmitida pela onda, por unidade de tempo, através de um ponto x da corda:*

$$F_y = -T\frac{\partial y}{\partial x}(x,t)$$



O trabalho realizado sobre esse elemento, por unidade de tempo, que nada mais é que a potência instantânea, corresponde à energia transmitida através de x, por unidade de tempo:

$$P(x,t) = F_y\frac{\partial y}{\partial t} = -T\frac{\partial y}{\partial x}\frac{\partial y}{\partial t}$$

Utilizando $y(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \delta)$:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -k\,A\,\mathrm{sen}\varphi \quad \mathrm{e} \quad \frac{\partial y}{\partial t} = \omega\,A\,\mathrm{sen}\varphi$$

$$\boxed{P(x,t) = \omega\,k\,T\,A^2\,\mathrm{sen}^2(kx - \omega t + \delta)}$$

que oscila com o tempo e com x

Lucy V.C. Assali

Intensidade de uma onda

Em geral, o que interessa não é o valor instantâneo da potência e sim a média sobre um período, que define a intensidade I da onda:

$$\boxed{I = \bar{P} = \frac{1}{2}\,\omega\,k\,T\,A^2 = \frac{1}{2}\,\mu\,v\,\omega^2\,A^2}$$

$$\boxed{T = \mu\,v^2 \quad \text{e} \quad k = \frac{\omega}{v}}$$

Intensidade da onda é proporcional ao quadrado da amplitude, à velocidade da onda e ao quadrado da frequência

Obs.: a média sobre um período da função $\operatorname{sen}^2\varphi$ *vale* 1/2