

# **PESQUISA OPERACIONAL I**

## **– INTRODUÇÃO**

# Regra do Jogo

1-2

## Provas

1ª Prova:

6 ou 9 de maio

2ª Prova:

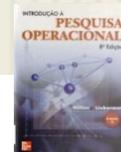
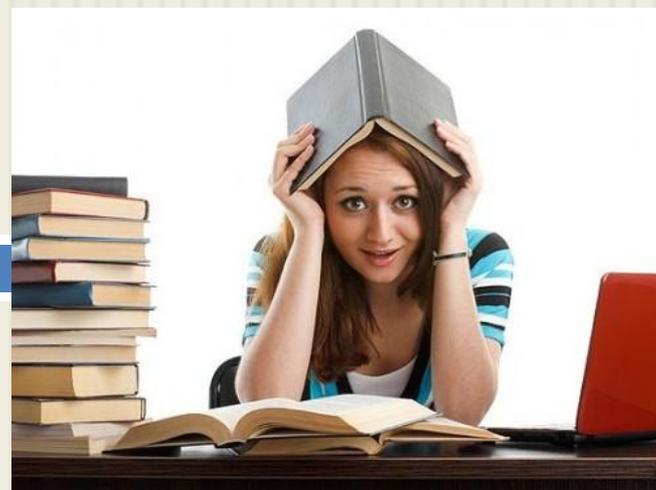
10 ou 13 de junho

Substitutiva:

24 ou 27 de junho

MAN

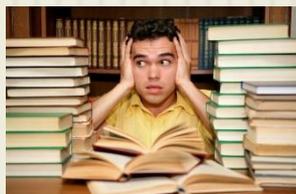
ADM



## Bibliografia

Hillier, F. S., Lieberman, G. J. Introdução à Pesquisa Operacional, McGraw-Hill, 2006

Lachtermacher, G. Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões, Campus, 2004

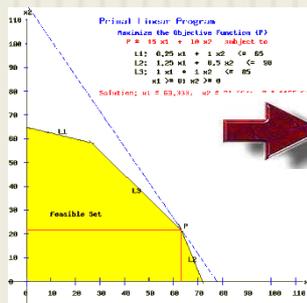


## Média

P = Média das Provas

T = Média dos Testes

Média =  $0.7 * P + 0.3 * T$

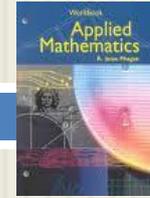


Capítulo 1



po1fearp@gmail.com

# Pesquisa Operacional



1-3



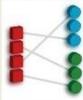
## Uso da matemática e da computação para a tomada de decisão

## Otimização

➔ Programação da Produção 

➔ Problemas de Finanças e Investimentos 

➔ Problemas de Localização 

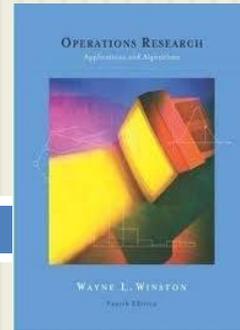
➔ Problemas de Designação 

➔ Logística e Distribuição 





# Pesquisa Operacional



1-4



## 1) II Guerra Mundial



## 2) Idade de Ouro – anos 50 e 60



## 3) Crise e Declínio



- ## 4) Retomada
- bom uso de recursos escassos
  - competitividade

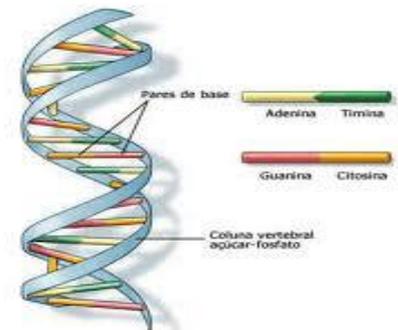




# Pesquisa Operacional

1-5

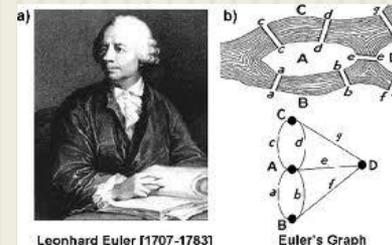
Modelo Matemático



A aplicação de Pesquisa Operacional começa a partir da construção de um **modelo** para o problema

## Exemplos de modelo:

- uma equação
- um desenho
- um conjunto de equações e um objetivo



# Pesquisa Operacional

1-6

**Problema Real**

**Modelo**

**Solução**

Uma companhia pode fabricar 2 produtos (**P1** e **P2**) a partir de 2 matérias primas (**A** e **B**) cujas disponibilidades máximas são respectivamente **12** e **8**. Para produzir **P1** utiliza-se **2** unidades de cada uma das matérias primas e **1** unidade de mão de obra. Para produzir **P2** utiliza-se **3** unidades de **A**, **1** unidade de **B** e **1** unidade de mão de obra. O produto **P1** fornece um lucro unitário de **\$2** e o produto **P2** um lucro unitário de **\$3**. A agência financiadora exige a absorção de um mínimo de **5** unidades de mão de obra. **O que fazer?**

**Variáveis**

$x_1$  = quantidade **P1**  
 $x_2$  = quantidade **P2**

**Função-objetivo**

$\max f = 2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2$

**Restrições**

$2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 \leq 12$

$2 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 \leq 8$

$1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 \geq 5$

$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$

$x_1 = 3$   
 $x_2 = 2$   
 $f = \$12$

Capítulo 1

**MO**

**A**

**B**

# Pesquisa Operacional

## SOFTWARES



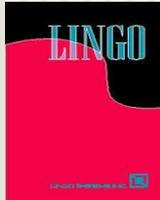
1-7



### 1) Planilhas de Cálculo – **Excel SOLVER**



### 2) Softwares de Otimização



— **LINGO** (Lindo Systems)

— **CPLEX** (Microsoft) – prêmio 2004



# Problema do Fazendeiro

## O PROBLEMA

1-8

Um fazendeiro precisa decidir quantos hectares plantar de milho e arroz. Para cada hectare de milho plantado recebe lucro de **\$5** e para o arroz **\$2**. Por razões técnicas a área de milho não pode exceder **3 hectares** e a de arroz não deve ser maior que **4 hectares**. O milho necessita do cuidado de **1 pessoa** por hectare e o arroz de **2 pessoas**. O número total de pessoas disponíveis é **9**. Qual deve ser a decisão do fazendeiro para obter lucro máximo?



# Problema do Fazendeiro

## O MODELO

1-9

### Variáveis

$x_i$  = área com milho, arroz

### Função-objetivo

$\max f = 5 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2$

### Restrições

$x_1 \leq 3$

$x_2 \leq 4$

$x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 9$

$x_i \geq 0$

Lucro

Área de milho

Área de arroz

Mão de obra

Restrições físicas



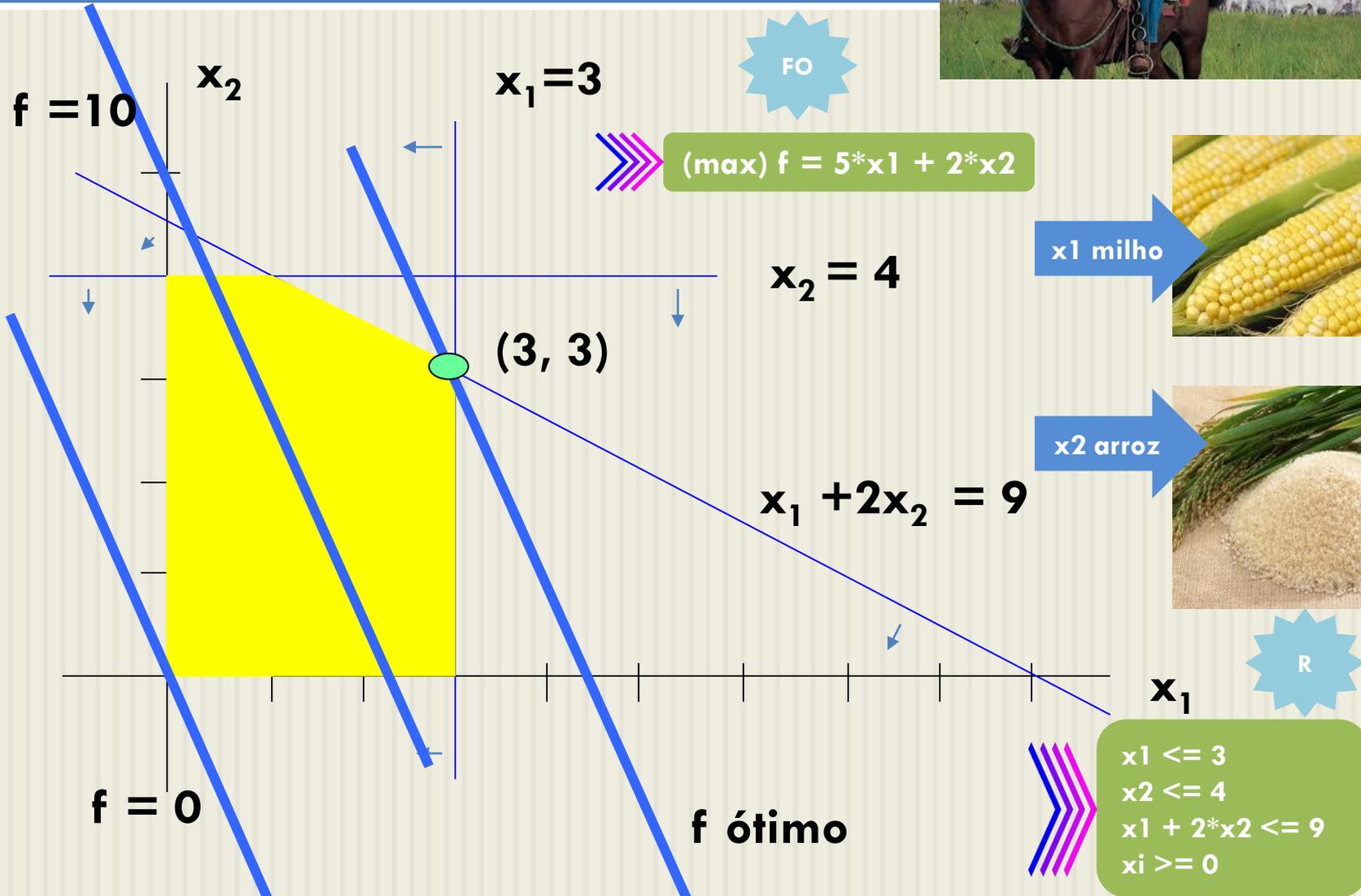


# Problema do Fazendeiro

## SOLUÇÃO GRÁFICA

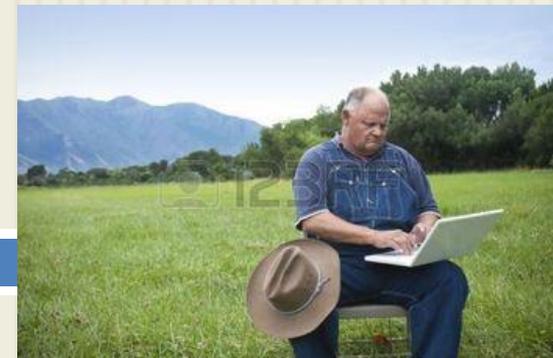


1-10



# Problema do Fazendeiro

## SOLUÇÃO EXCEL & LINGO



1-11

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Variáveis						
3	x1	x2					
4		3	3				
5							
6	Função-objetivo						
7		5	2	21			
8							
9	Restrições						
10		1		3		3	
11			1	3		4	
12		1	2	9		9	
13							



Lindo Systems - LINGO

```

Lingo 14.0 - Solution Report - Lingo1
File Edit LINGO Window Help

Lingo1 - Model - Lingo1
max = 5*x1 + 2*x2;
x1 <= 3;
x2 <= 4;
x1 + 2*x2 <= 9;
x1 >= 0;
x2 >= 0;
end
    
```



Microsoft-Excel-SOLVER

Parâmetros do Solver

Definir Objetivo:

Para:  Máx.  MÍN.  Igual de:

Alterando Células Variáveis:

Sujeito às Restrições:

- \$D\$10 <= \$F\$10
- \$D\$11 <= \$F\$11
- \$D\$12 <= \$F\$12

Tomar Variáveis Restritas Não Negativas

Selecionar um Método de Solução: LP Simplex

Método de Solução: Seleccione o mecanismo GRG Não Linear para Problemas do Solver suaves e não lineares. Seleccione o mecanismo LP Simplex para Problemas do Solver lineares. Seleccione o mecanismo Evolutionary para problemas do Solver não suaves.

Resolva



```

Objective value: 21.00000
Infeasibilities: 0.000000
Total solver iterations: 1
Elapsed runtime seconds: 0.06

Model Class: LP

Total variables: 2
Nonlinear variables: 0
Integer variables: 0

Total constraints: 6
Nonlinear constraints: 0

Total nonzeros: 8
Nonlinear nonzeros: 0

Variable Value
X1 3.000000
X2 3.000000
    
```

# Problema do Fazendeiro

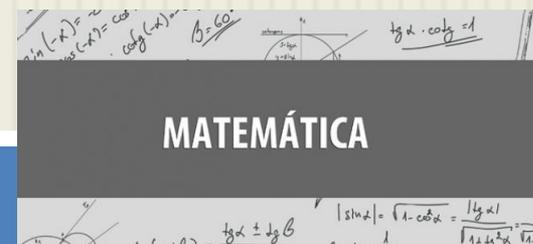
## SOLUÇÃO SIMPLEX

1-12

Base

Pivô

	x1	x2	x3	x4	x5	
	5	2	0	0	0	f
x3	1	0	1	0	0	3
x4	0	1	0	1	0	4
x5	1	2	0	0	1	9
	0	2	-5	0	0	f-15
x1	1	0	1	0	0	3
x4	0	1	0	1	0	4
x5	0	2	-1	0	1	6
	0	0	-4	0	-1	f-21
x1	1	0	1	0	0	3
x4	0	0	0.5	1	-0.5	1
x2	0	1	-0.5	0	0.5	3



# Pesquisa Operacional

## TÉCNICAS

1-13

### Técnicas

1) Programação Linear em Números Reais

2) Programação Linear em Números Inteiros

3) Programação Não Linear

4) Programação Dinâmica

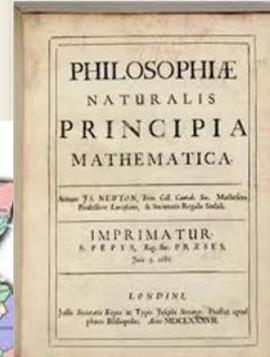
5) Programação Multiobjetivo

6) Heurísticas e Metaheurísticas

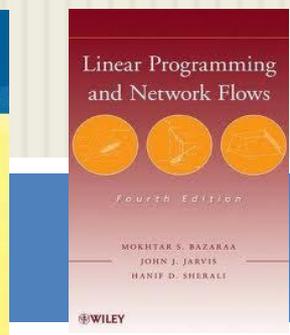
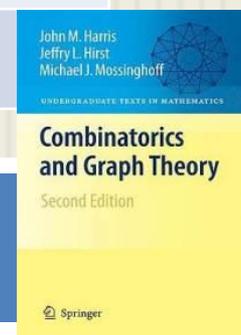
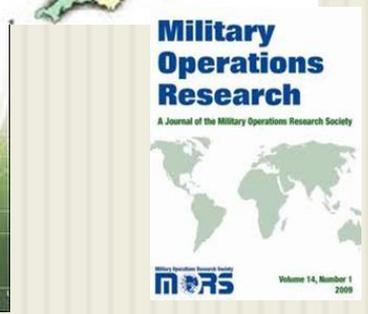
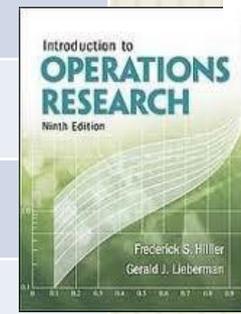
7) Teoria dos Grafos

Programação Linear

Programação Inteira



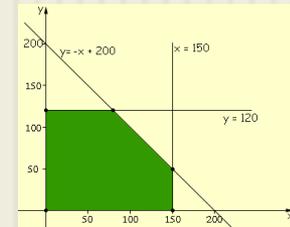
1687



## Capítulo 1



# Programação Linear



1-14

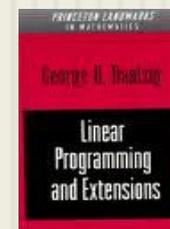
## Resolução de problemas com função-objetivo linear e restrições lineares

1) Método **SIMPLEX** NP



PO Stanford

Dantzig (1914 – 2005)



informs

AWARD



2) Método dos elipsóides  $O(n^4 L)$



CC Rutgers

Khachian (1952 – 2005)

3) Método dos pontos interiores  $O(n^{3.5} L)$



CC Bell Lab

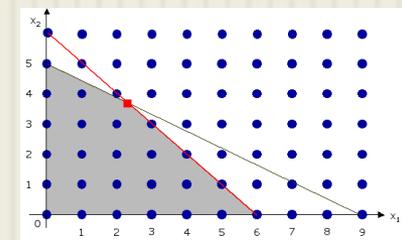
Karmarkar (1957 – )



Capítulo 1



# Programação Inteira



1-15

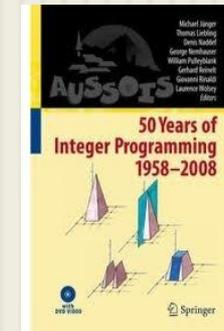
Resolução de problemas com função-objetivo linear e restrições lineares

## 1) Planos de Corte



CC IBM

Gomory (1929 – )



## 2) Branch and Bound, Branch and Cut, Branch and Price

## 3) Enumeração Implícita (0/1)



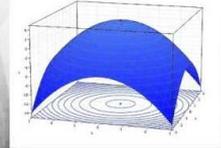
Capítulo 1



Administração  
Carnegie Mellon

Balas (1922 – )





# Programação Não Linear

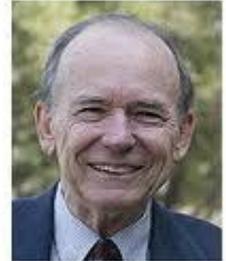


1-16

Resolução de problemas com função-objetivo e/ou restrições não lineares

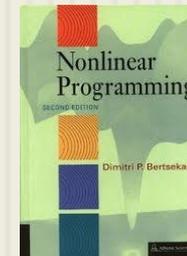
- 1) **Gradiente reduzido, projetado, conjugado** (programas convexos)
- 2) **Branch and Bound** (não convexos)

DAVID G. LUENBERGER  
Linear  
and  
Nonlinear  
Programming  
SECOND EDITION



Luenberger (1937 – )

Administração  
Stanford



Bertsekas (1942 – )

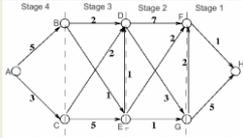
EE MIT

informs 1997

**Otimalidade:** Kuhn-Tucker ou  
Karush-Kuhn-Tucker



Capítulo 1



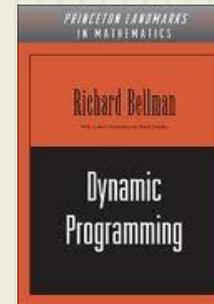
# Programação Dinâmica



1-17

Resolução de problemas que podem ser decompostos em estágios, estados e decisões elementares

- Caminho Mínimo
- Investimento

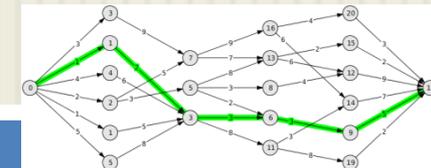


Bellman (1920 – 1984)

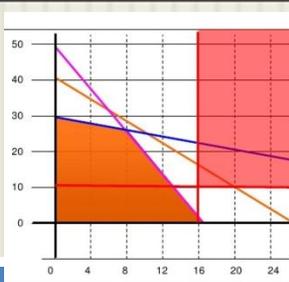
MA, California

## Princípio da Otimalidade de Bellman

- Equação de Transição de Estado
- Forward & Backward & Imbedding
- Recuperação da Trajetória



Capítulo 1



# Programação Multiobjetivo



1-18

Resolução de problemas com dois ou mais objetivos conflitantes

- Minimizar custo e maximizar conforto (ônibus)
- Minimizar peso e maximizar potência (peça)

1) Substituir todas as funções-objetivo pela média ponderada

2) Goal Programming

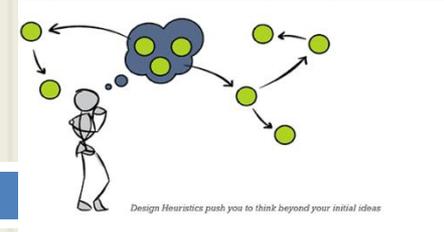
**Decisão: Pareto**



Pareto (1848 – 1923)



# Heurísticas



1-19

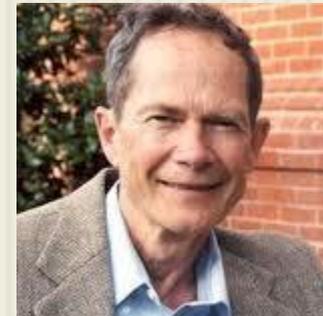
- **Decisão com base no bom senso e experiência**
- **Busca de ótimos locais**

1) **Simulated annealing**

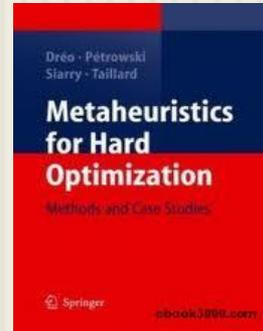
2) **Busca Tabu**

**Metaheurísticas**

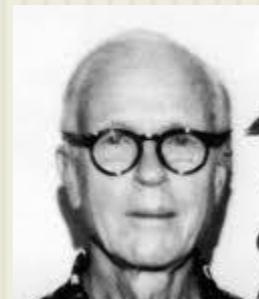
3) **Heurística Greedy (gulosa)**  
**— Teoria dos matróides**



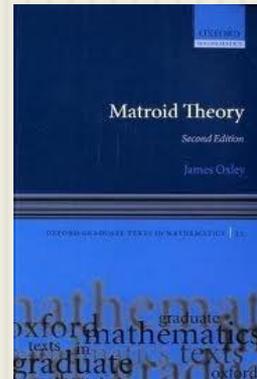
**Glover (1937 - )**



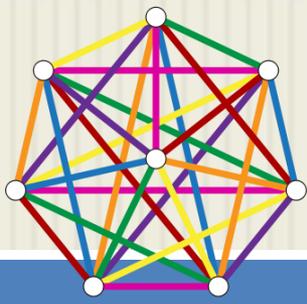
**CC Colorado**



**MA Harvard**



**Whitney (1907 - 1989)**



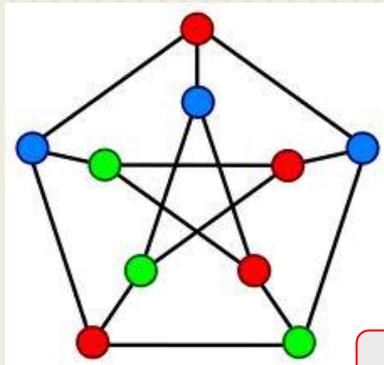
# Teoria dos Grafos



1-20

Problemas de Redes

Estudo de estruturas matemáticas que modelam relações entre os pares de objetos de uma coleção



Problemas

$G(V, A)$

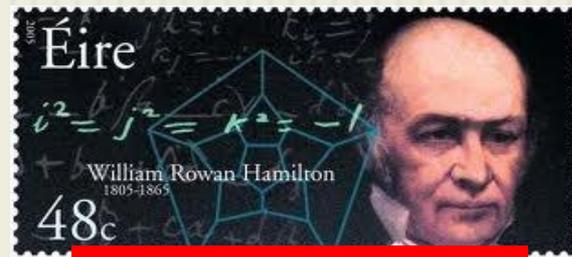
$V =$  Vértices

$A =$  Arestas

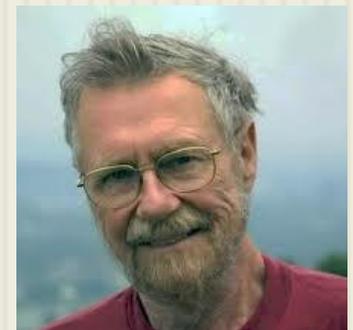


Euler (1707 – 1783)

- Caixeiro viajante
- Carteiro chinês
- Caminho mínimo
- Coloração



Hamilton (1805 – 1865)



Dijkstra (1930 – 2002)

Capítulo 1



# Pesquisa Operacional

## LIVROS

1-21

➔ Hillier, F. S., Lieberman, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**, McGraw-Hill, 2006



➔ Lachtermacher, G. **Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões**, Campus, 2004



➔ Puccini, A. L. **Introdução à Pesquisa Operacional**, Livros Técnicos, 1980



➔ Ramalhete, M., Guerreiro, J., Magalhães, A. **Programação Linear**, McGraw-Hill, 1984



➔ Wagner, H. M. **Pesquisa Operacional**, Prentice Hall, 1986



Capítulo 1

# Pesquisa Operacional

## REVISTAS



1-22

Periódico	Editora	Fator de Impacto
0025-1909 Management Science	INFORMS	2.227
0305-0548 Computers & Operations Research	Elsevier	2.116
0377-2217 European Journal of Operational Research	Elsevier	2.093
0925-5273 International Journal of Production Economics	Elsevier	2.068
0030-364X Operations Research	INFORMS	1.576
0360-8352 Computers & Industrial Engineering	Elsevier	1.491
0160-5682 Journal of the Operational Research Society	Palgrave	1.009
0956-5515 Journal of Intelligent Manufacturing	Springer	0.938
0020-7543 International Journal of Production Research	Taylor & Francis	0.803

Fator de Impacto = citações recebidas / artigos publicados (2 anos)

JCR

