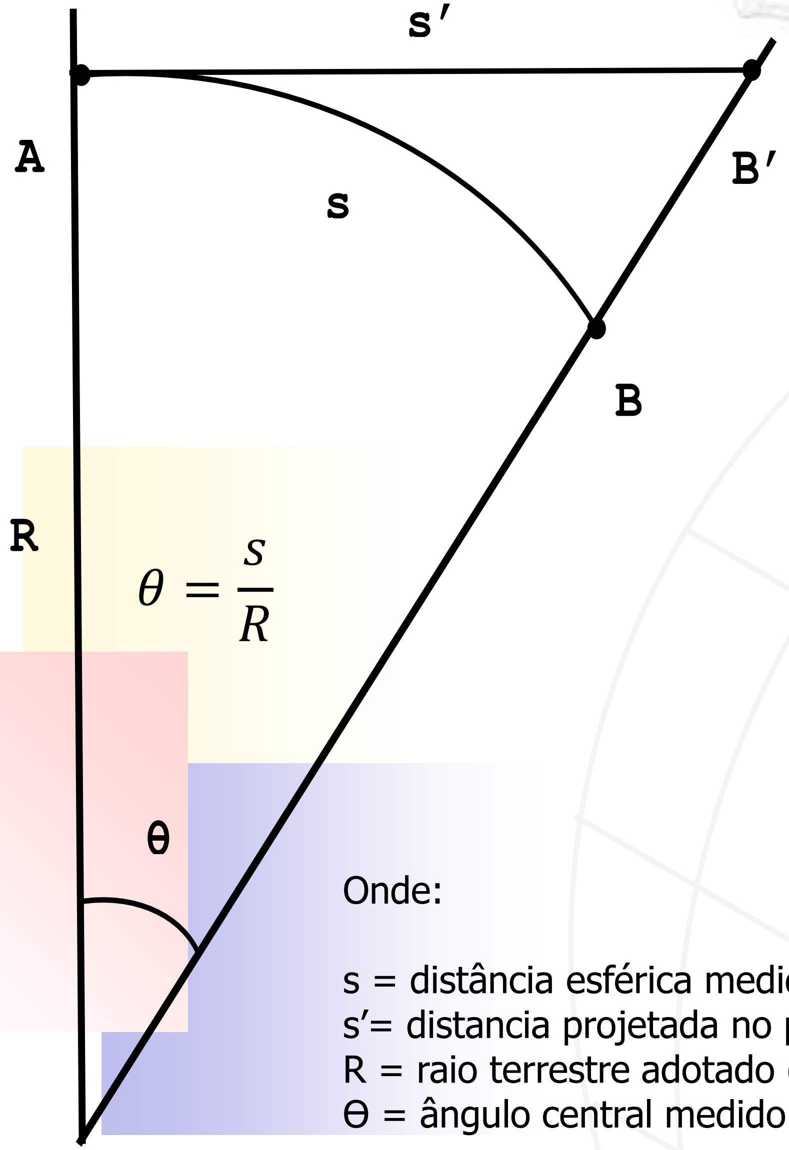
PTR 3111 – GEOMÁTICA I

Efeitos da Curvatura

Terra Plana e conceitos associados

- Limite da topografia: 25 a 30km;
- Efeito da curvatura dentro dos limites: aceitável
- Plano topográfico local
- Vertical do lugar
- Plano meridiano / linha N-S

Efeitos da curvatura
(erros de aproximação)



Erro absoluto

$$\Delta s = \frac{s^3}{3R^2}$$

Erro relativo

$$\frac{\Delta s}{s} = \frac{s^2}{3R^2}$$

Onde:

s = distância esférica medida entre A e B
s′= distancia projetada no plano topográfico entre A e B
R = raio terrestre adotado (6371 km)
Θ = ângulo central medido entre as verticais que passam por A e B

Efeito da curvatura na distância

distância (s) (km)	erro absoluto (Δs) (mm)	erro relativo (Δs/s)
0,1	0,0000082	1 / 12.176.892.300
0,5	0,001	1 / 487.075.692
1	0,008	1 / 121.768.923
5	1,027	1 / 4.870.757
10	8,212	1 / 1.217.689
25*	128,317	1 / 194.830
30	221,731	1 / 135.299
50	1026,534	1 / 48.708

* Limite do plano topográfico em planimetria

Qual a distância máxima para um dado erro absoluto?

Dado um erro absoluto (Δs) de 10 cm
Partindo da equação do erro absoluto

$$\Delta s = \frac{s^3}{3R^2}$$

Temos a equação para o cálculo da distância (s)

$$s = \sqrt[3]{3\Delta s R^2}$$

Que resulta em uma distância de ≈ 23 km

Qual a distância para um determinado erro relativo?

Dado um erro relativo (Δs/s) de 1/5.000
Partindo da equação do erro relativo

$$\frac{\Delta s}{s} = \frac{s^2}{3R^2}$$

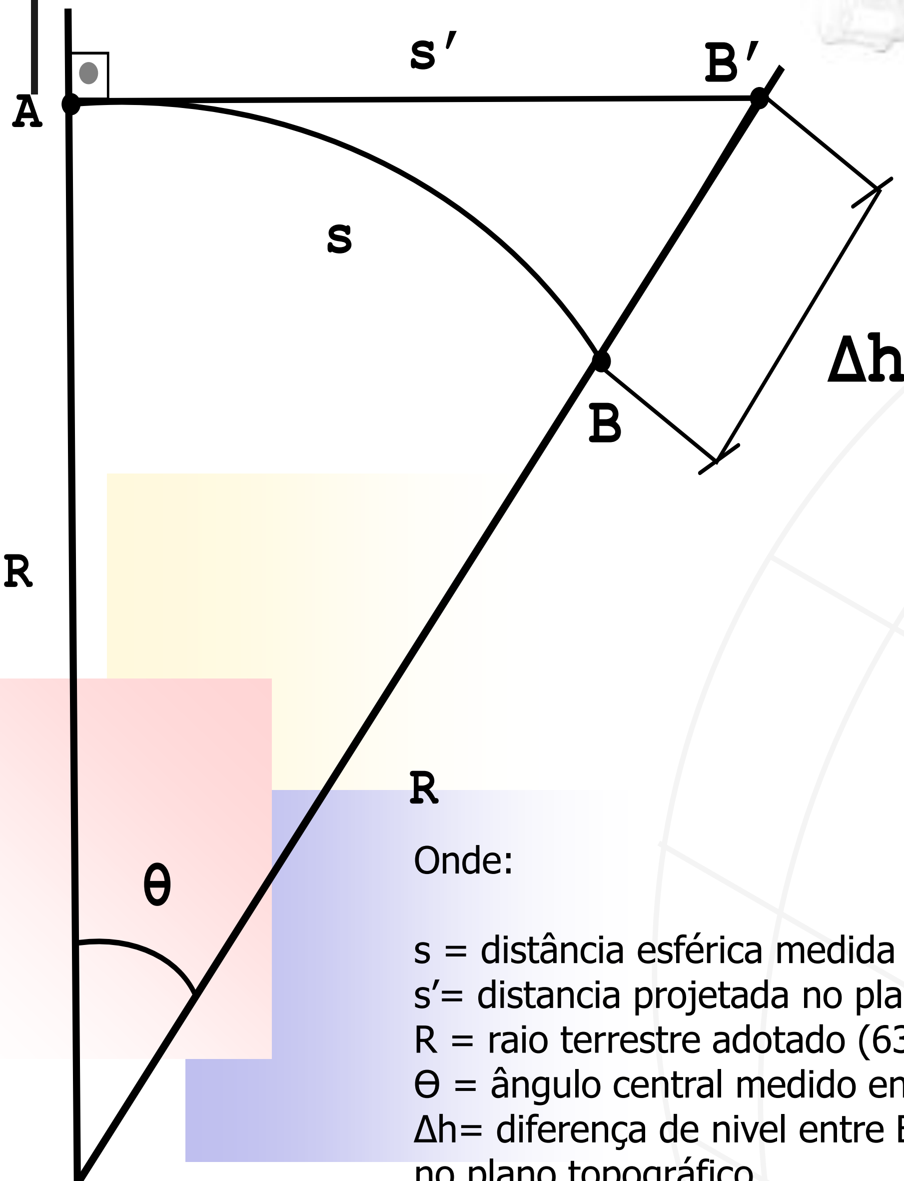
Temos a equação para o cálculo da distância (s)

$$s = R\sqrt{3\,\frac{\Delta s}{s}}$$

Que resulta em uma distância de ≈ 156 km

Para um erro relativo (Δs/s) de 1/10.000, resulta em uma distância de ≈ 110 km

Efeito da curvatura na altimetria



$$\cos\theta = \frac{R}{R+\Delta h}$$

$$\Delta h = R\left(\frac{1}{\cos\theta}\right)\text{-}1$$

$$\Delta h = \frac{s^2}{2R}$$

Onde:

s = distância esférica medida entre A e B
s′= distancia projetada no plano topográfico entre A e B
R = raio terrestre adotado (6371 km)
Θ = ângulo central medido entre as verticais que passam por A e B
Δh= diferença de nivel entre B (mesma altitude de A) e B″, projeção de B no plano topográfico

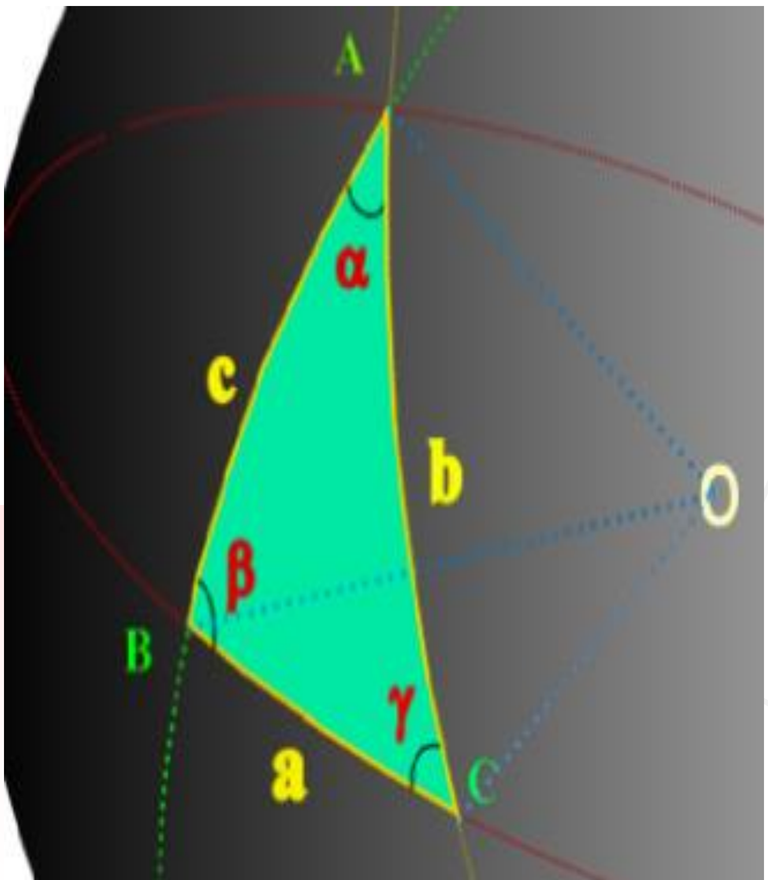
Efeito da curvatura na altimetria

distância (s) (km)	diferença de nível (Δh) (mm)	diferença de nível (Δh) (m)
0,1*	0,78	0,0008
0,5	19,62	0,0196
1	78,48	0,0785
5	1962,02	1,9620
10	7848,06	7,8481

* Limite do plano topográfico em altimetria

Efeito da curvatura nos ângulos

$$\alpha + \beta + \gamma = 180 + \varepsilon$$



$$\varepsilon = \frac{S}{R^2}$$

Onde:
S = área do triângulo;
R = raio da Terra (6.371km);
ε = excesso esférico (em radianos).

Efeito da curvatura nos ângulos

Dado um triângulo com ε = 1", calcular sua área e a ordem de grandeza dos lados.

Partindo da equação do excesso esférico:

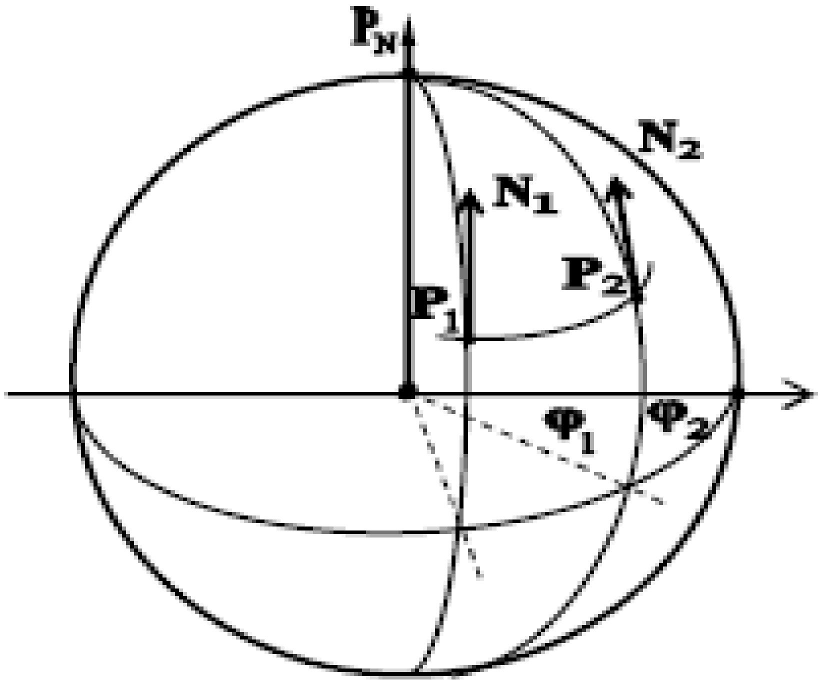
$$\varepsilon = \frac{S}{R^2}$$

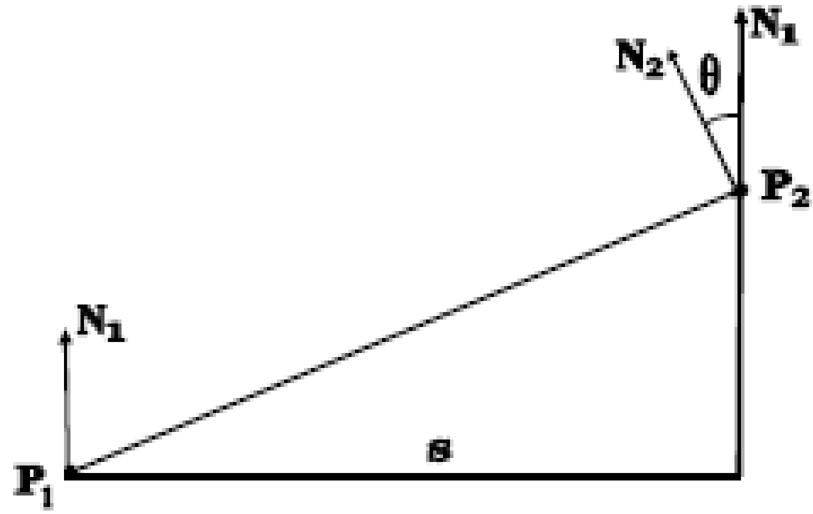
Temos a equação para o cálculo da área (S) do triângulo:

$$S = \varepsilon R^2$$

Portanto temos uma área (S) de aproximadamente 196,7 km^2 e lados da ordem de 20 km

Efeito da curvatura nos azimutes





$$\theta = \frac{s}{R} \sin \varphi$$

Onde:

s = distância esférica medida entre P1 e P2;
R = raio terrestre adotado (6371 km);
Θ = efeito angular chamado de convergência meridiana (em radianos).

Efeito da curvatura nos azimutes: Exemplos

- 1) Seja

  φ = -23° 30' (São Paulo) e

  s = 1 km

  então, θ = 13";

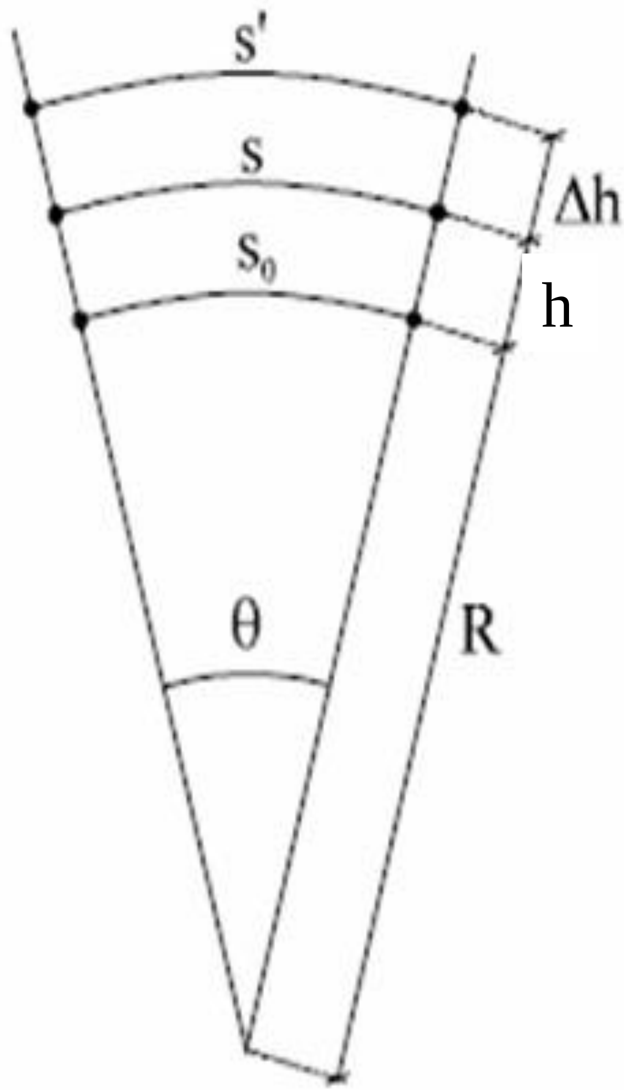
- 2) Seja

  φ = -23° 30' e

  θ = 1’

  então, s = 4,6 km.

Efeito da altitude nas distâncias



A partir da relação básica temos:

$$\theta = \frac{S_0}{R} = \frac{S}{R+h} = \frac{S'}{R+h+\Delta h}$$

Transporte de uma distância (S') para a altitude h

$$\Delta S = S' - S = \frac{S\,\Delta h}{R+h} = \frac{S'\,\Delta h}{R+h+\Delta h}$$

Transporte para o nível do mar (redução ao geóide)

$$\Delta S_0 = S - S_0 = \frac{S_0\,\Delta h}{R} = \frac{S\,\Delta h}{R+h}$$

Onde:

S_0 = distância medida ao nível do mar;
S = distancia medida na altitude h;
S'= distância medida na altitude h + Δh
R = raio terrestre, no nível do mar.

Efeito da altitude nas distâncias: Exemplo

- Dados:

  h = 800 m

  S = 1.000 m

  ↓

  Δs = 12,6 cm (em relação ao geoide)

- Δs/s = 1/5.000

  ↓

  Δh = 1.274 m (máximo desnível)

  Limite de Δh = 500 a 1.000 m