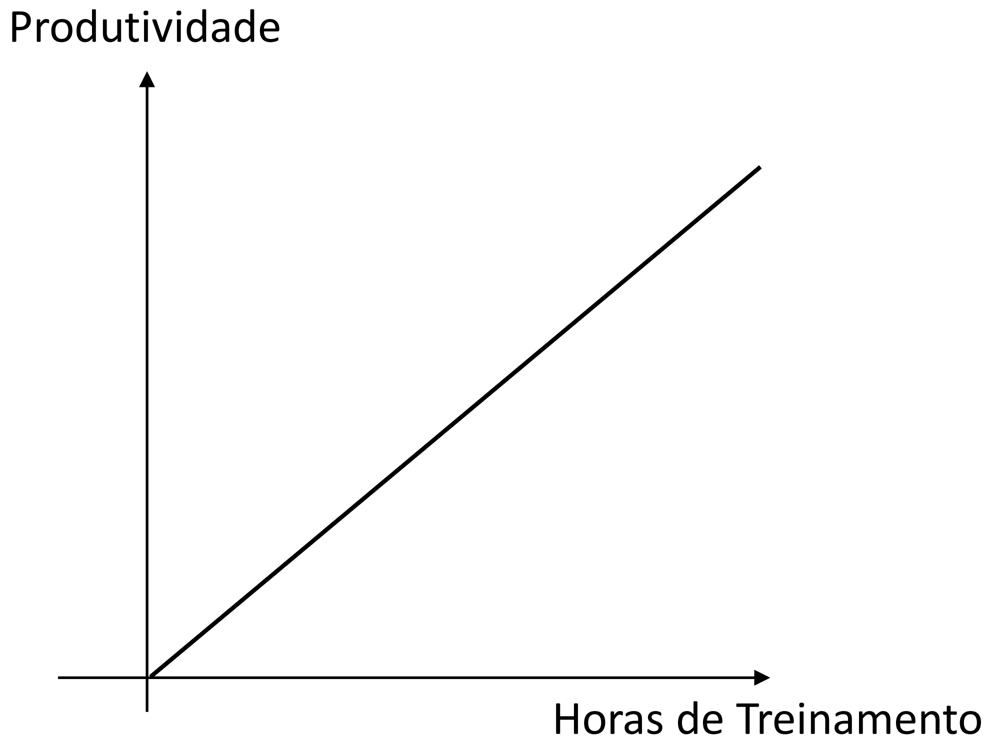
Apresentação

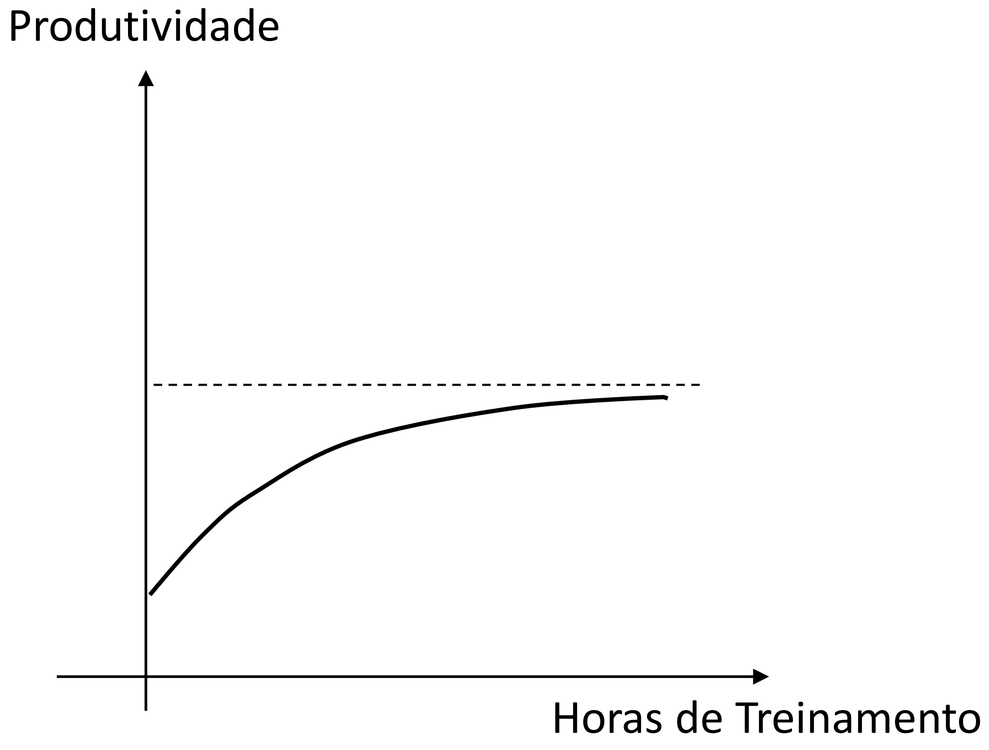
Prólogo

- O que é causalidade?
- Como aumentar a produtividade de uma empresa?
  - Seleção
  - Automação
  - Treinamento
  - Terceirização
  - Etc

Prólogo

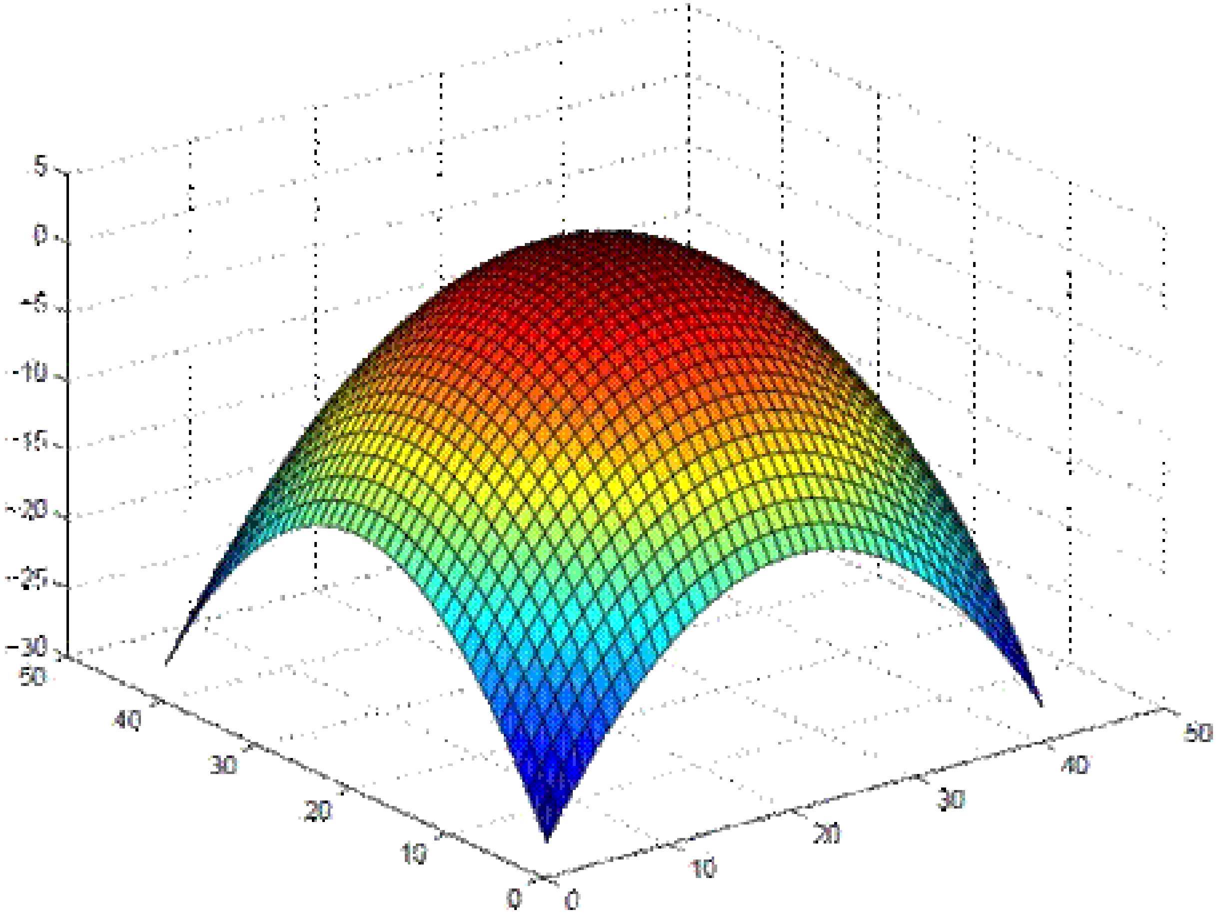


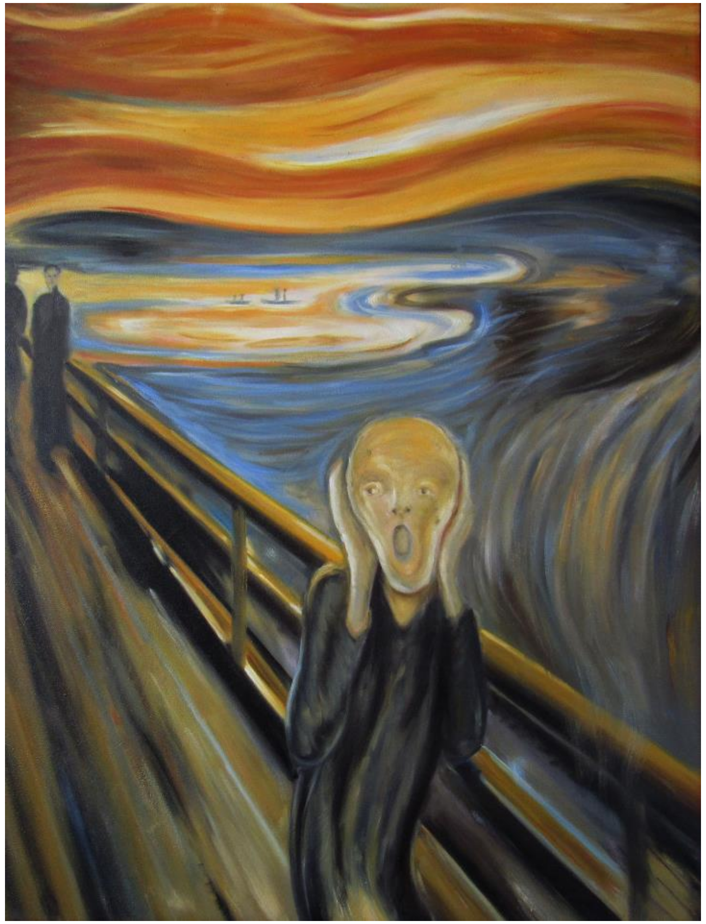
Produtividade
Horas de Treinamento



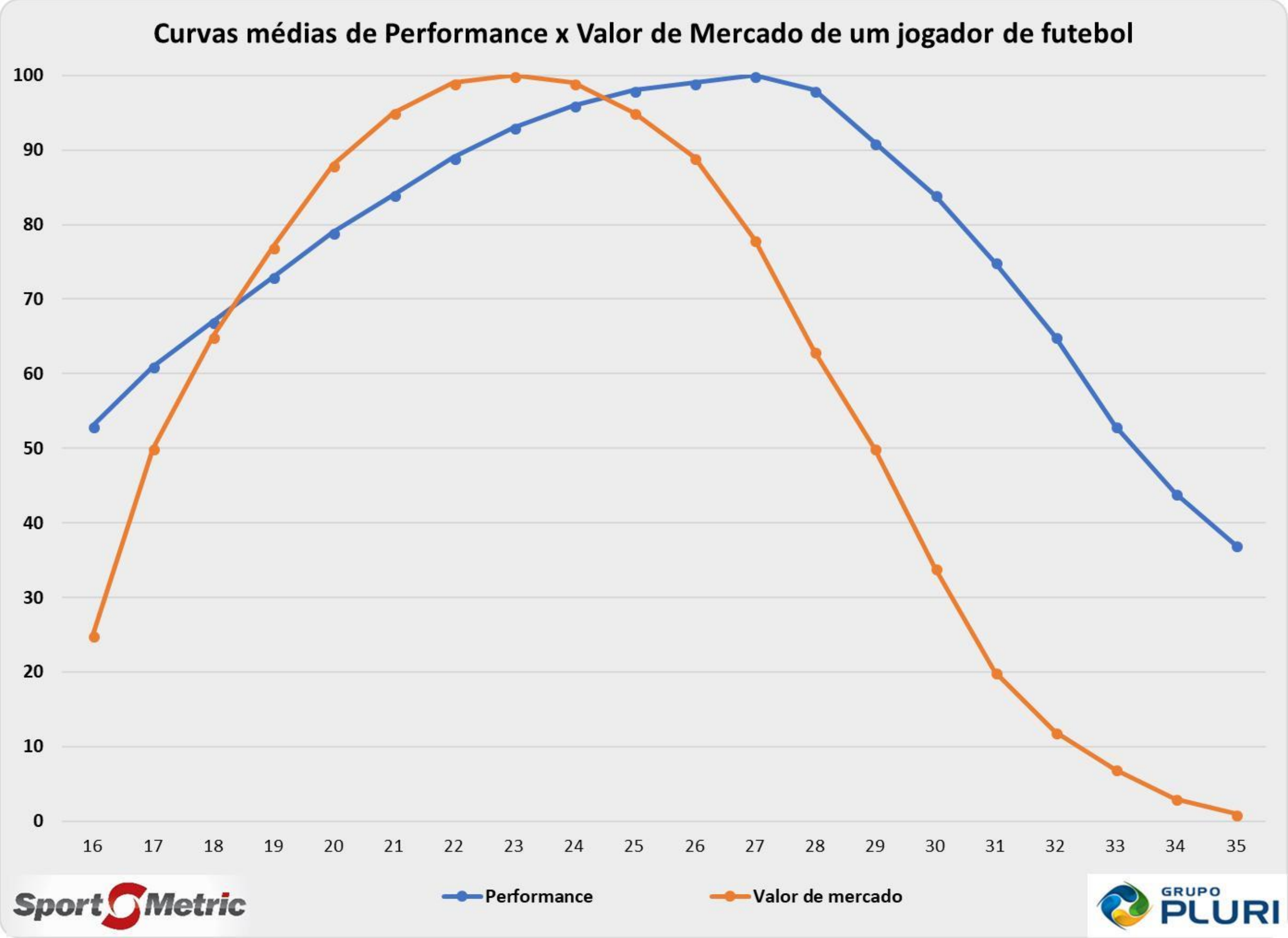
Produtividade
Horas de Treinamento

Prólogo





Coisa de acadêmico...

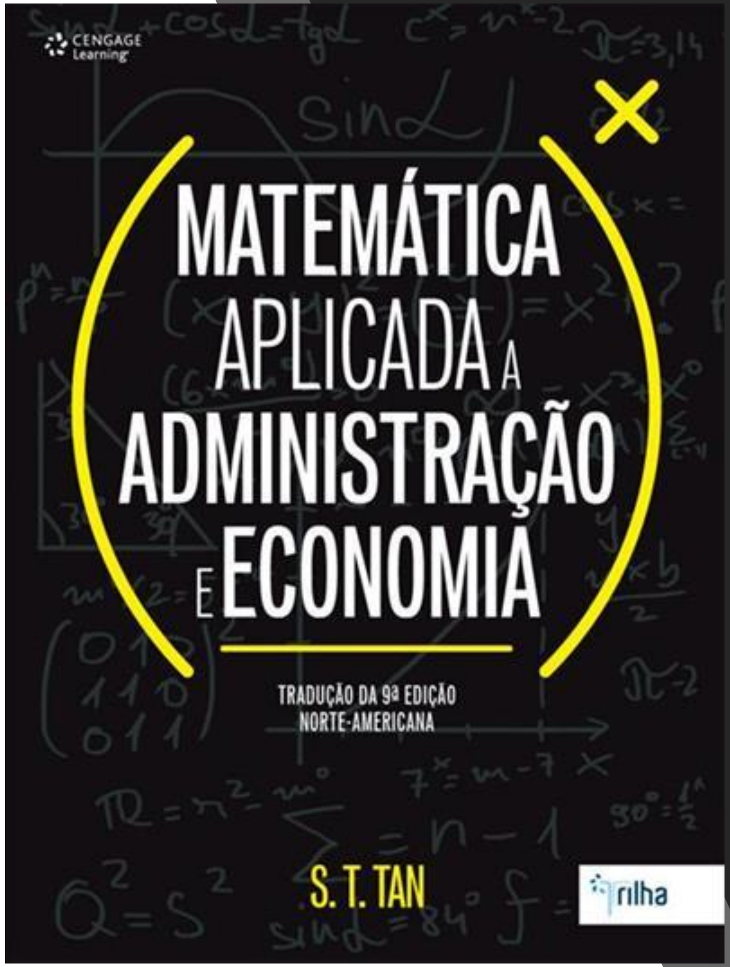


RCC-0218

- Cálculo a uma variável
- O que veremos nesse curso?
  - **FUNÇÕES**
  - Limites
  - Taxas de variação
  - Análise gráfica de funções
  - Cálculo de áreas determinadas por gráficos de funções

RCC-0218

- O que precisamos ter sob domínio?
  - Conjuntos numéricos e suas relações
  - Álgebra de polinômios
  - Equações e inequações
  - Potenciação/Radiação/Fatoração
  - Exponenciais e logaritmos



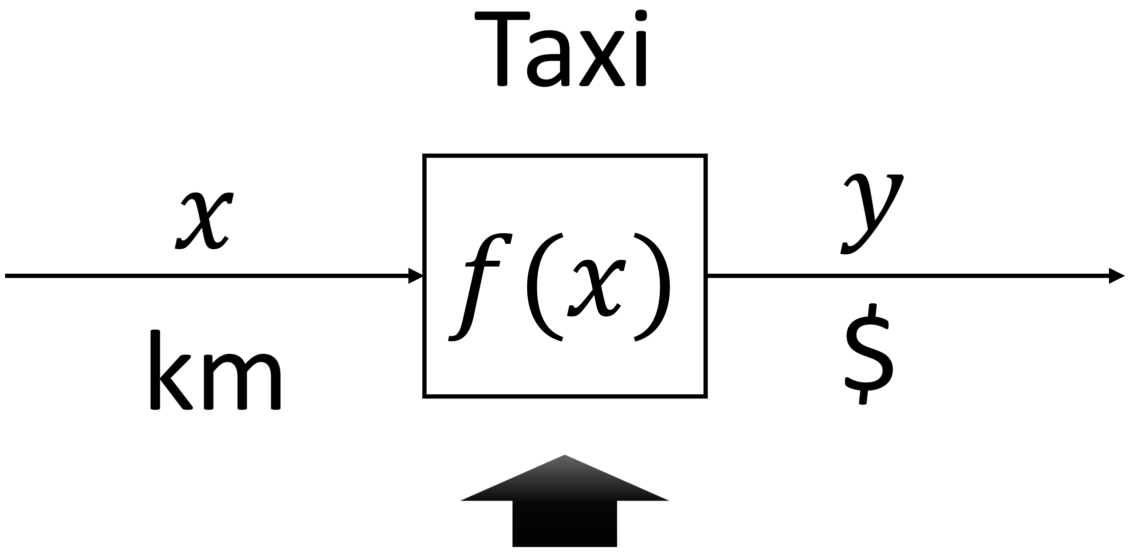
RCC-0218

- Aulas expositivas e exercícios em sala (muitos)
- Livro:
  - TAN, S. T. **Matemática aplicada à administração e economia** (tradução da 9ª edição norte-americana). São Paulo: Cengage Learning, 2014.
- Ferramentas sugeridas para auxiliar nos estudos
  - Kahn Academy
  - Me Salva
  - Matematica Rio
  - Prof. Ferreto
  - Etc

RCC-0218

- Datas das provas:
  - P1 – 02/05 (40%)
  - P2 – 28/06 (60%)
- Reaval
  - Julho - sem data definida
  - Presença $\geq$ 70%
  - Média do semeste $\geq$ 3

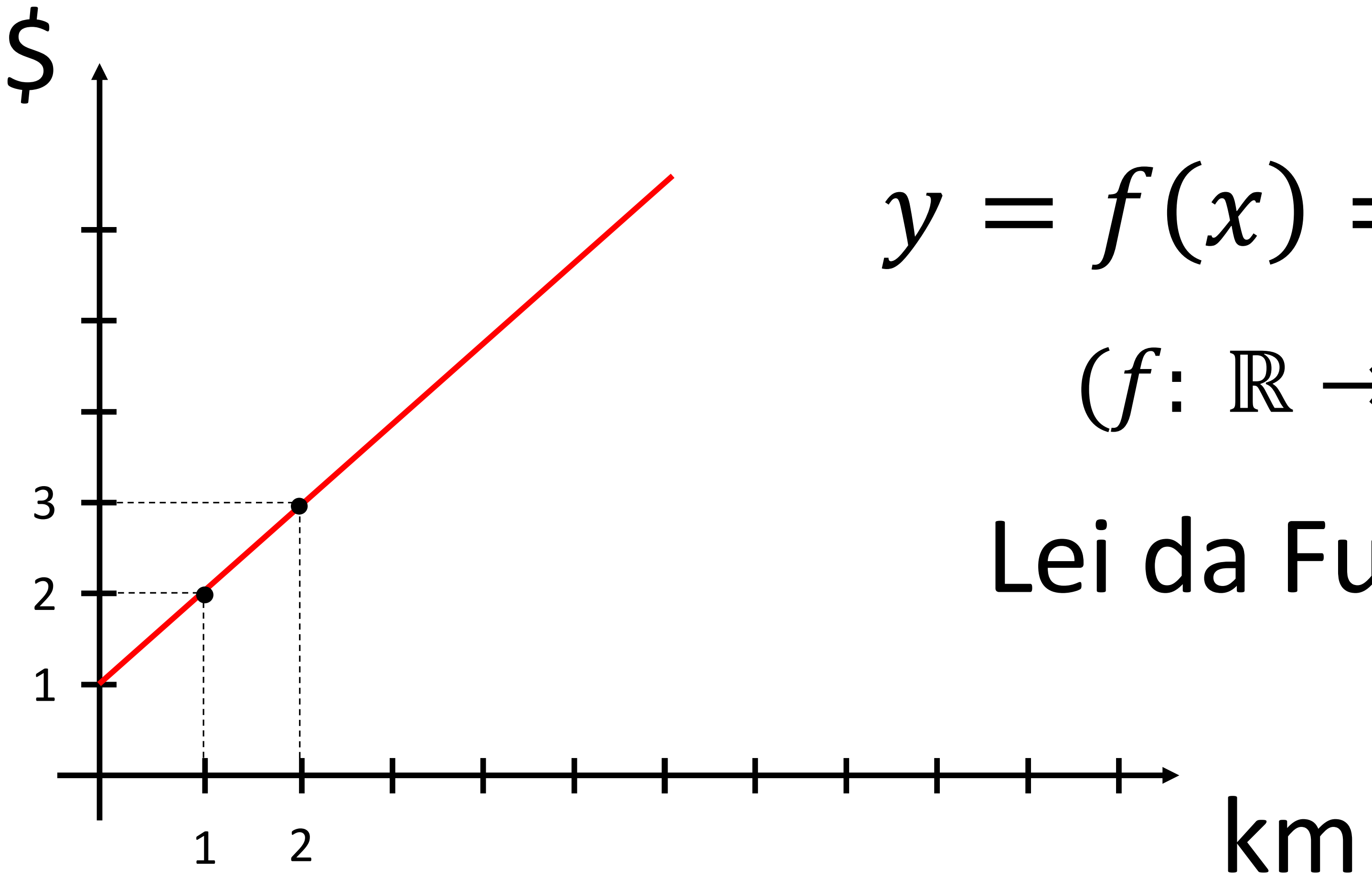
Conceitos Iniciais



$$y = f(x)$$

Lei ou regra que transforma ordenadamente uma coisa em outra

Conceitos Iniciais



$$y = f(x) = x + 1$$

$$(f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R})$$

Lei da Função

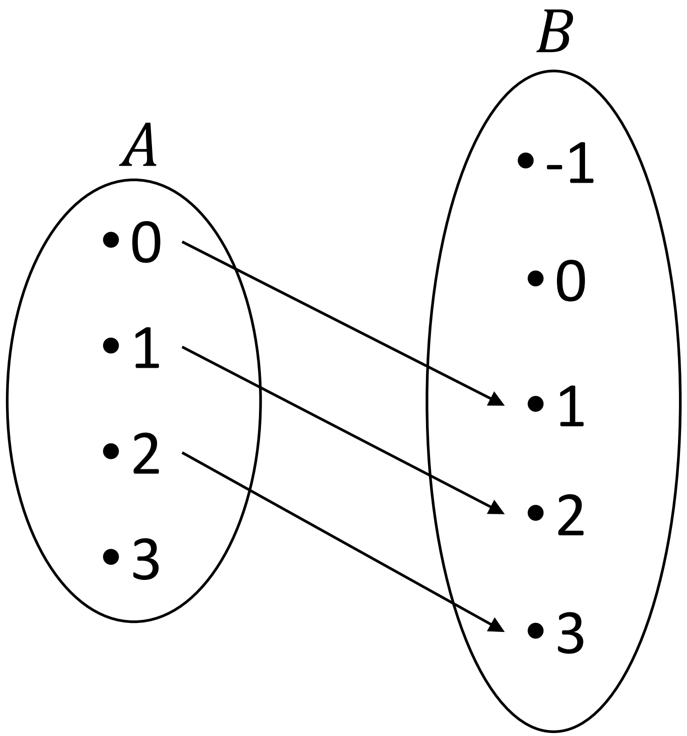
Conceitos Iniciais

- Dados dois conjuntos...

$$A = \{0,1,2,3\}$$

$$B = \{-1,0,1,2,3\}$$

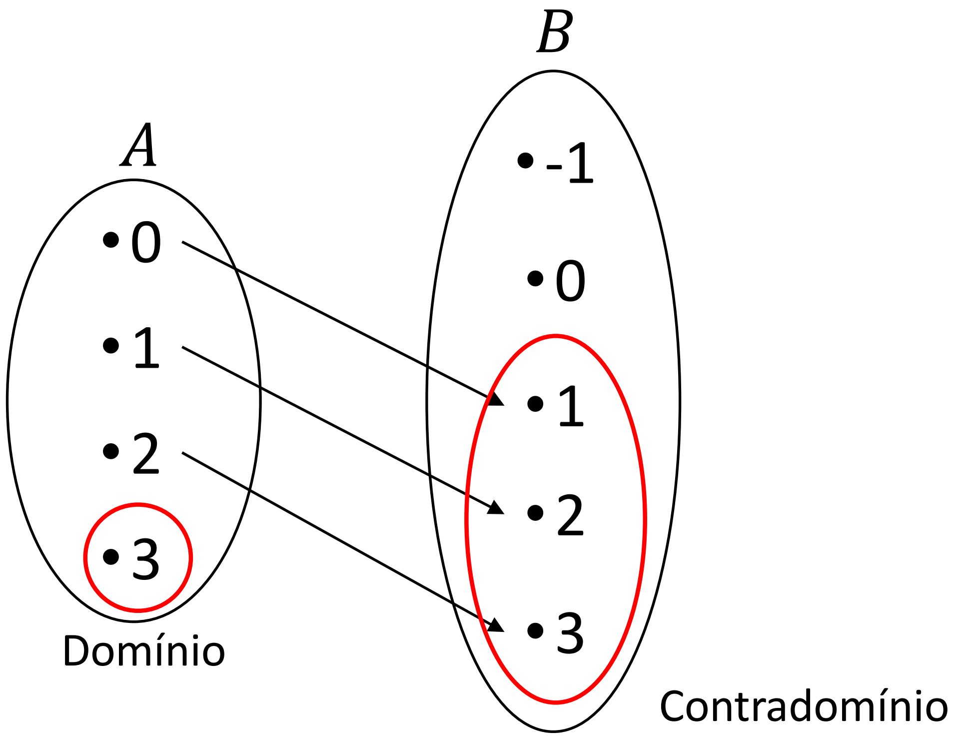
$$A \times B = \{(x,y) | x \in A \ e \ y \in B\}$$



- Associe cada elemento de A ao seu sucessor imediato em B
- Formalmente: $R = \{(x,y) \in A \times B | y = x + 1\}$

Conceitos Iniciais

- **Funções são um tipo particular de relação:**
  - Regra que associa **cada** elemento do conjunto A a um **único** elemento do conjunto B
  - Temos uma função em $A \times B$?



- O conjunto ”origem” é o **Domínio**
- O conjunto ”destino” é o **Contradomínio**
- Os elementos do Contradomínio com equivalentes no Domínio formam o conjunto **Imagem**

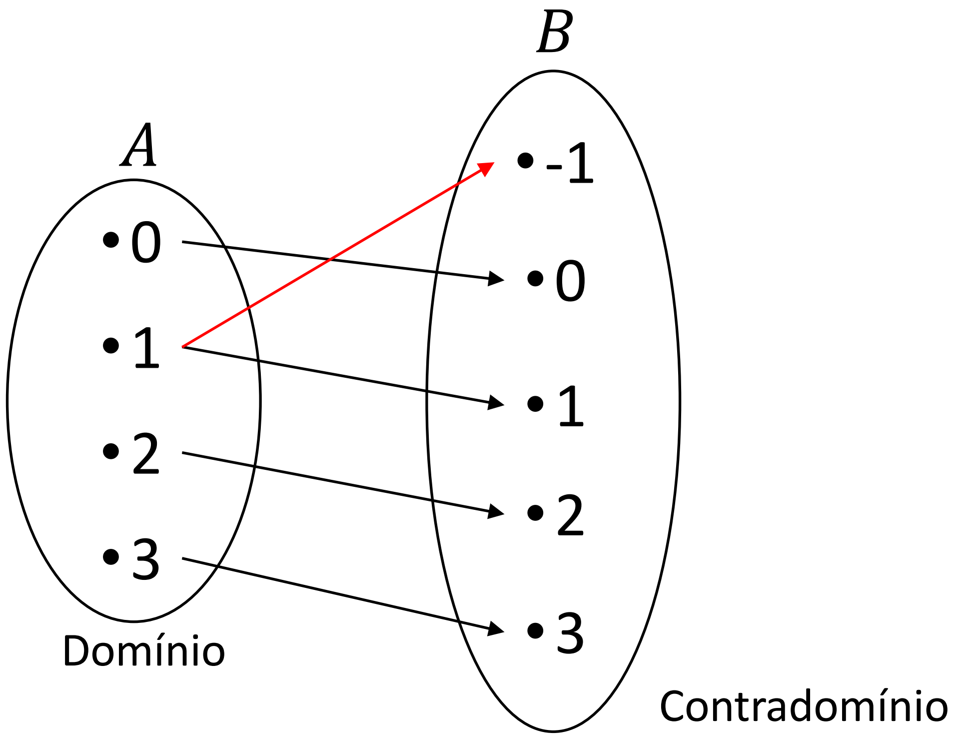
FUN~~ÇÃ~~O!?!?

Funções: Conceitos Iniciais

- Usando o mesmo conjunto...

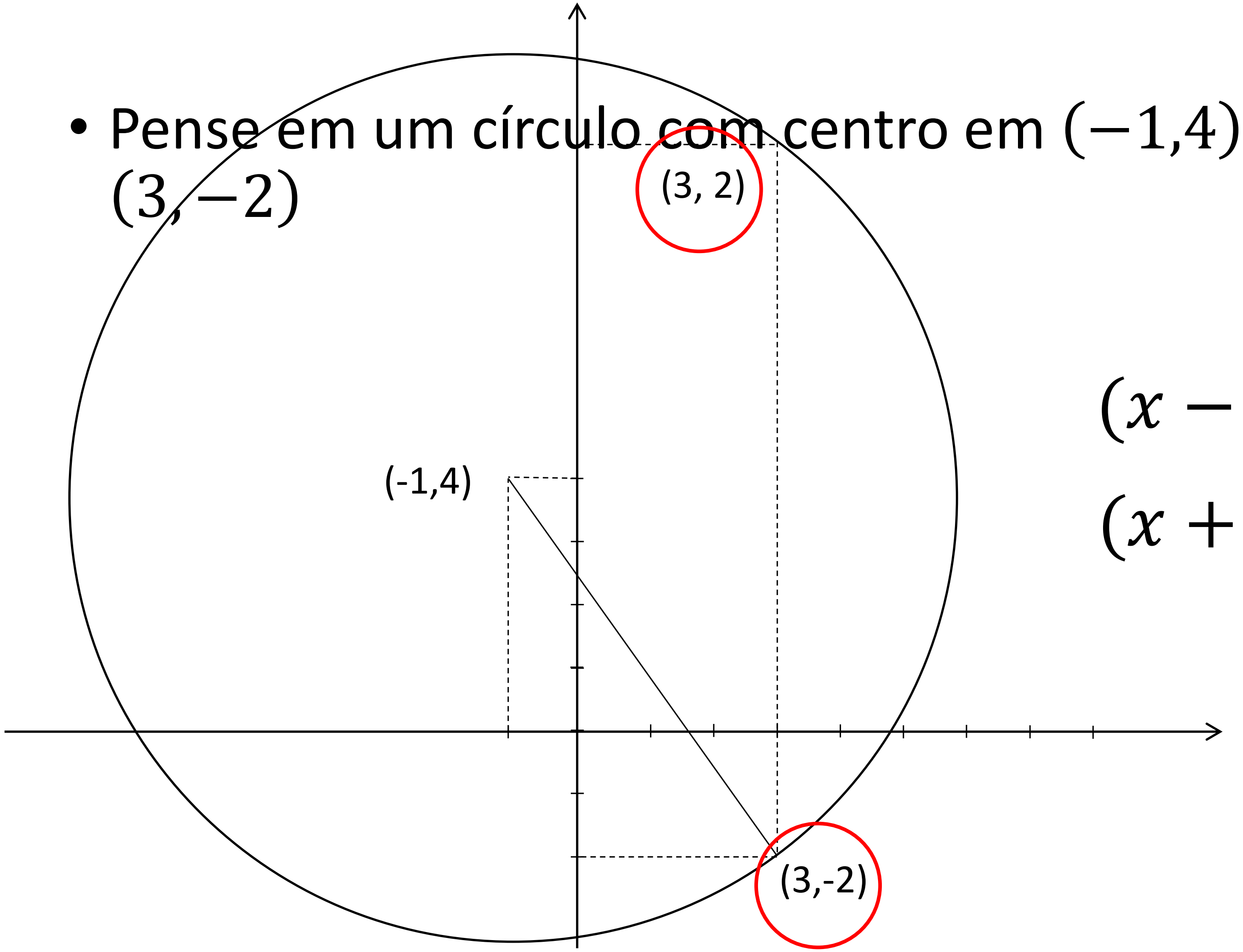
$$R = \{(x, y) \in A \times B | \boldsymbol{y^2 = x^2}\}$$

- Cada elemento do Domínio só pode ter uma única Imagem
- Só poder sair uma única flecha de cada elemento do Domínio!!!!!
- Logo, a **relação** proposta não é uma função
- Em suma... Nem toda relação entre conjuntos é uma função!!!!!!



Teste da Reta Vertical

- Pense em um círculo com centro em $(-1,4)$ e cujo raio passa em $(3,-2)$



$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2$$

$$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 52$$

Funções: Conceitos Iniciais

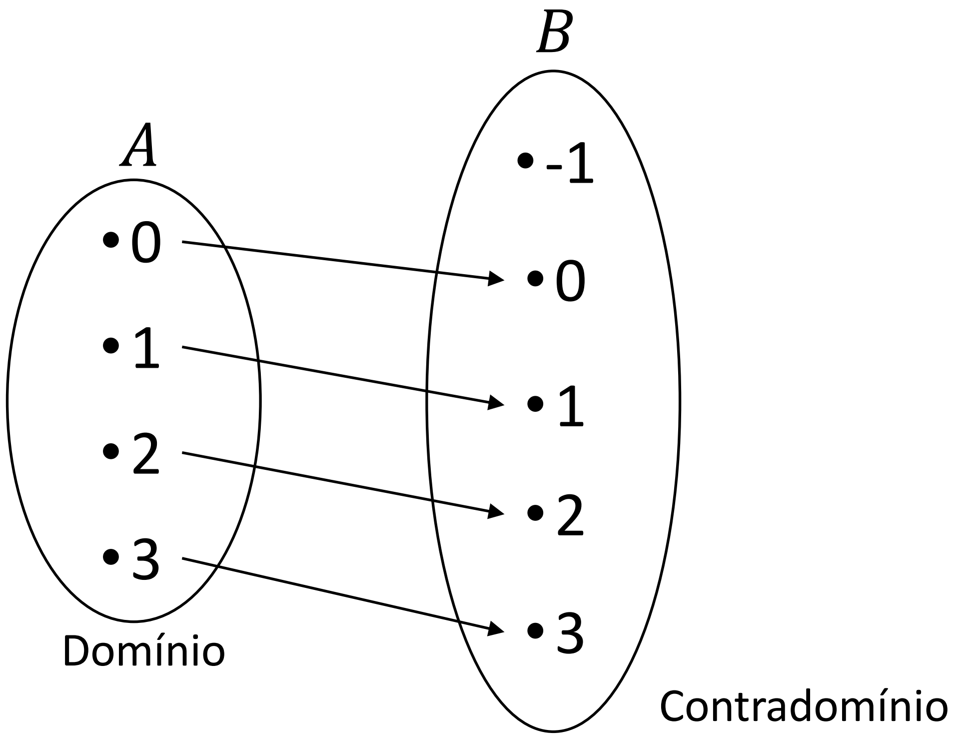
- Usando o mesmo conjunto...

$R = \{(x, y) \in A \times B | \boldsymbol{y} = \boldsymbol{x}\}$

$D = A$

$CD = B$

$Im = \{0, 1, 2, 3\}$



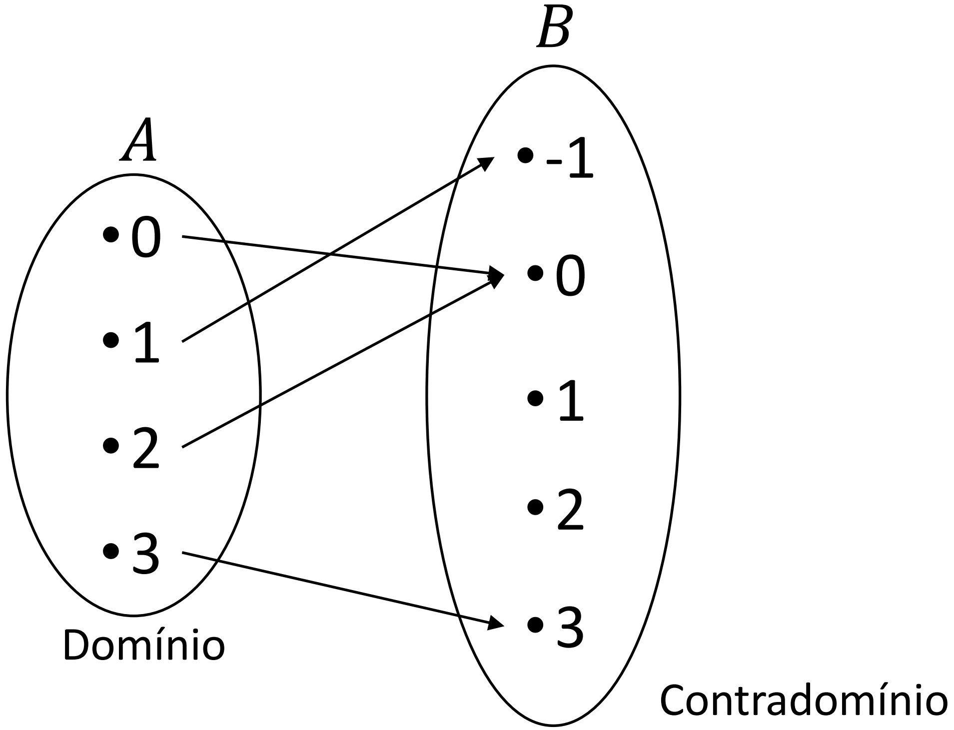
Temos uma função aqui!!!

Funções: Conceitos Iniciais

- Usando o mesmo conjunto...

$R = \{(x, y) \in A \times B | \boldsymbol{y = x^2 - 2x}\}$

x	$y = x^2 - 2x$
0	0
1	-1
2	0
3	3



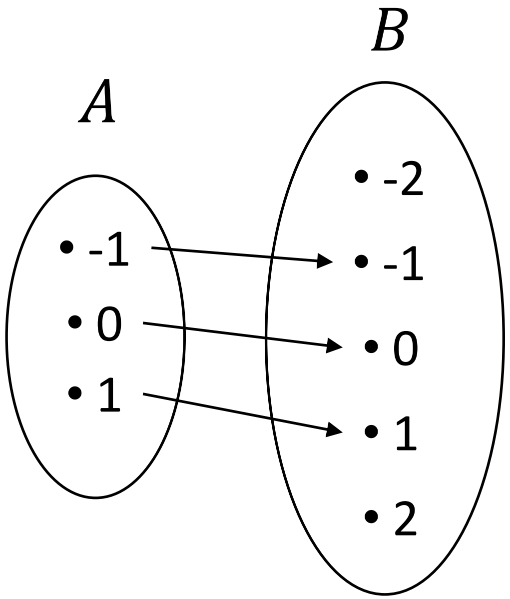
Aqui também!!!

Um pouco mais sobre Domínio e Imagem

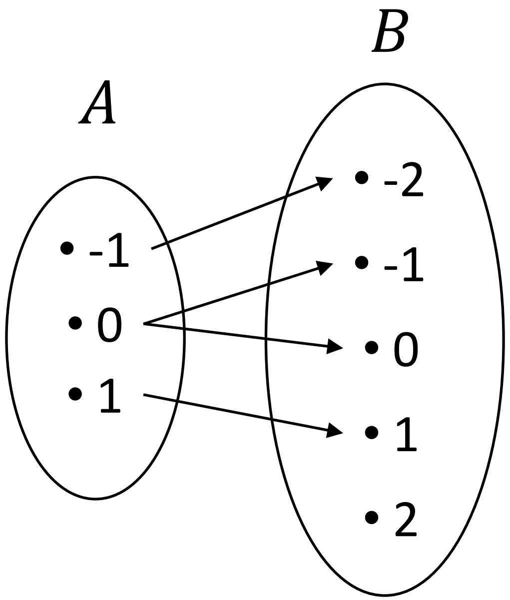
- Em resumo...
- Se x e y estão relacionados pela função $y = f(x)$ ...
  - Conjunto de todas as entradas **permitidas** (x) é chamado "domínio de $\boldsymbol{f(x)}$"
  - O conjunto de todas as saídas (y) que **resultam** quando x varia sobre o domínio é denominado "imagem de $\boldsymbol{f(x)}$"
  - A imagem é um suconjunto do Contra-Domínio

Funções

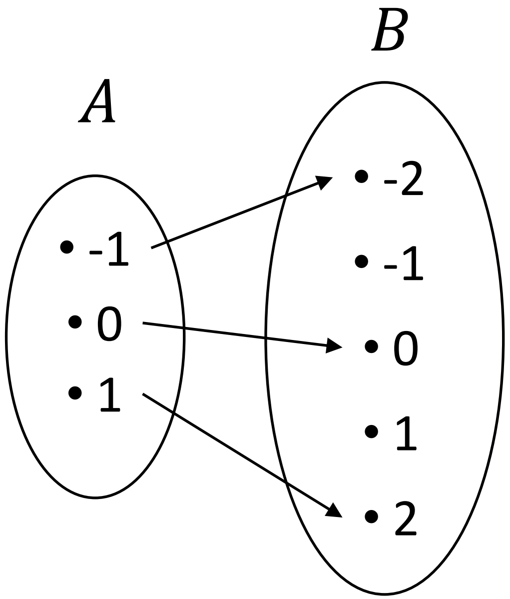
- Indique a lei de formação das funções abaixo, se é que são funções…



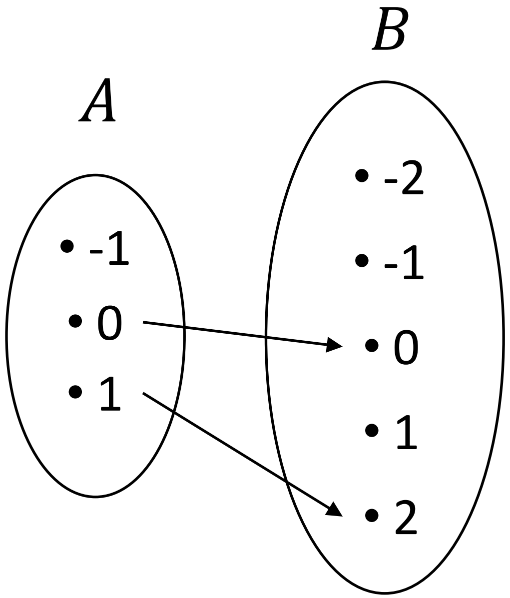
$$f(x) = x$$



$$Não\ é\ função$$



$$f(x) = 2x$$



$$Não\ é\ função$$

Um pouco mais sobre Domínio e Imagem

- A própria fórmula pode impor restrições ao domínio
  - Por exemplo, se $y = \frac{1}{x}$... $x = 0$ não é uma entrada válida
- **Também aspectos físicos ou geométricos podem impor restrições sobre as entradas permissíveis de uma função**
  - Se y é a área de um quadrado de lado x, tem-se a função $y = x^2$
  - Os comprimentos devem ser números não negativos ($\boldsymbol{x \geq 0}$)
- Não havendo restrições, subentende-se que o domínio da função é todo o conjunto $\mathbb{R}$
  - Ex.: funções polinomiais do tipo $y = x^2$, $y = x^3$, e assim por diante

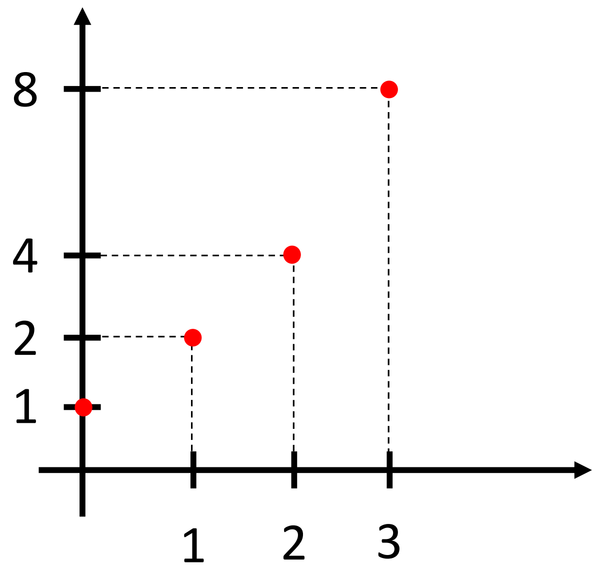
Um pouco mais sobre Domínio e Imagem

- Encontre o domínio natural de
  - $f(x) = x^3$
  - $f(x) = \frac{1}{(x-1)(x-3)}$
  - $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$
  - $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\log x}}$

Symbolab
Scientific Equation Search

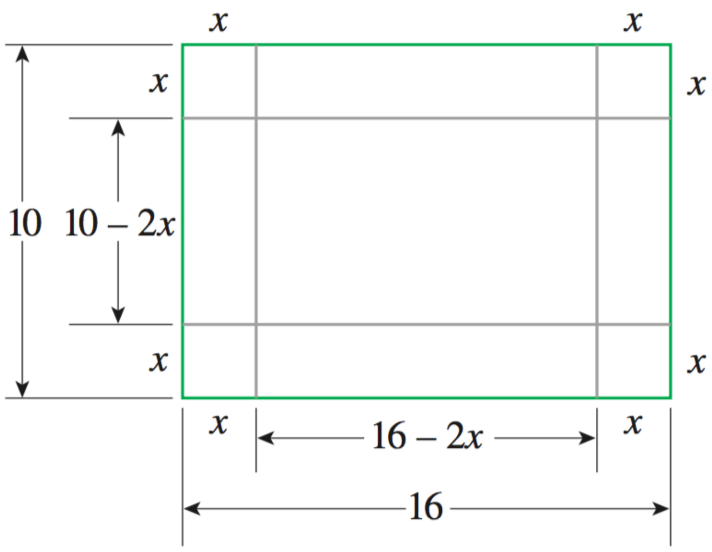
Um pouco mais sobre Domínio e Imagem

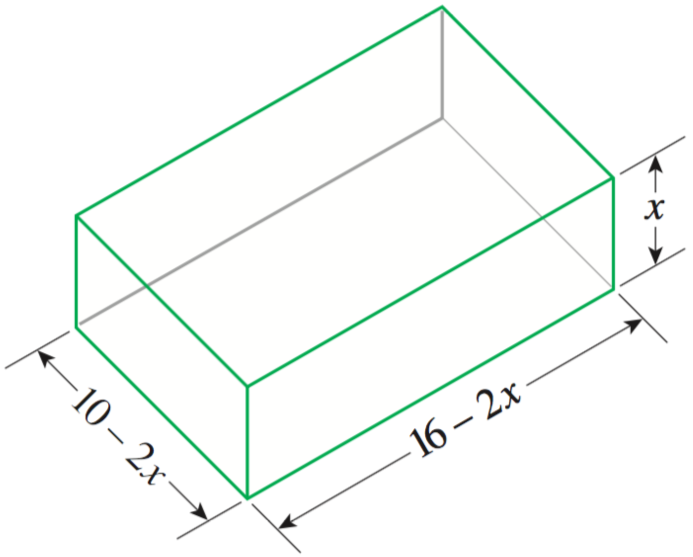
- Encontre a imagem de
  - $f(x) = 3x + 2$
  - $f(x) = x^2$
- Determine o domínio, imagem e a lei da função...



Um pouco mais sobre Domínio e Imagem

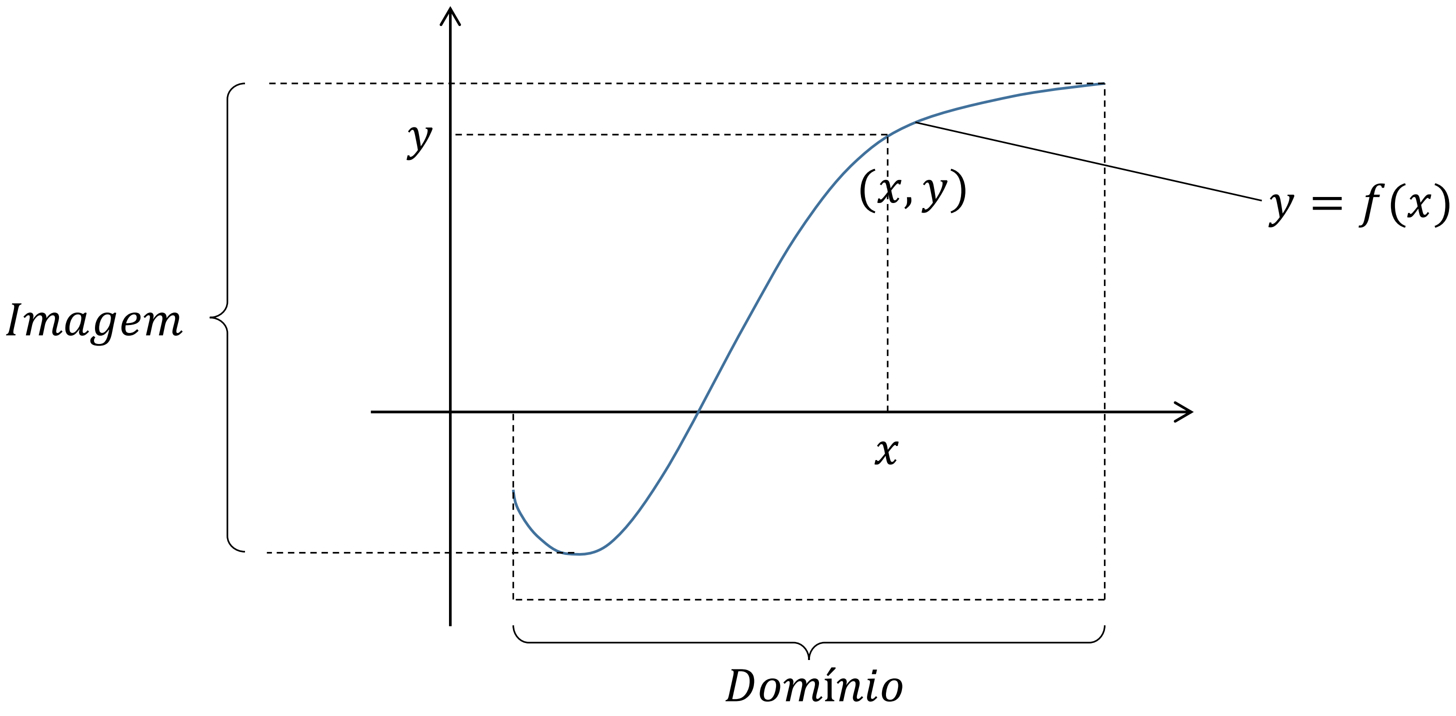
- Desejamos construir uma caixa com uma folha retangular de 16 x 10 recortando quadrados de x por x das extremidades desta folha.
  - Desenvolva a expressão que representa o volume da caixa
  - Qual é o domínio desta função?





Gráficos de Funções

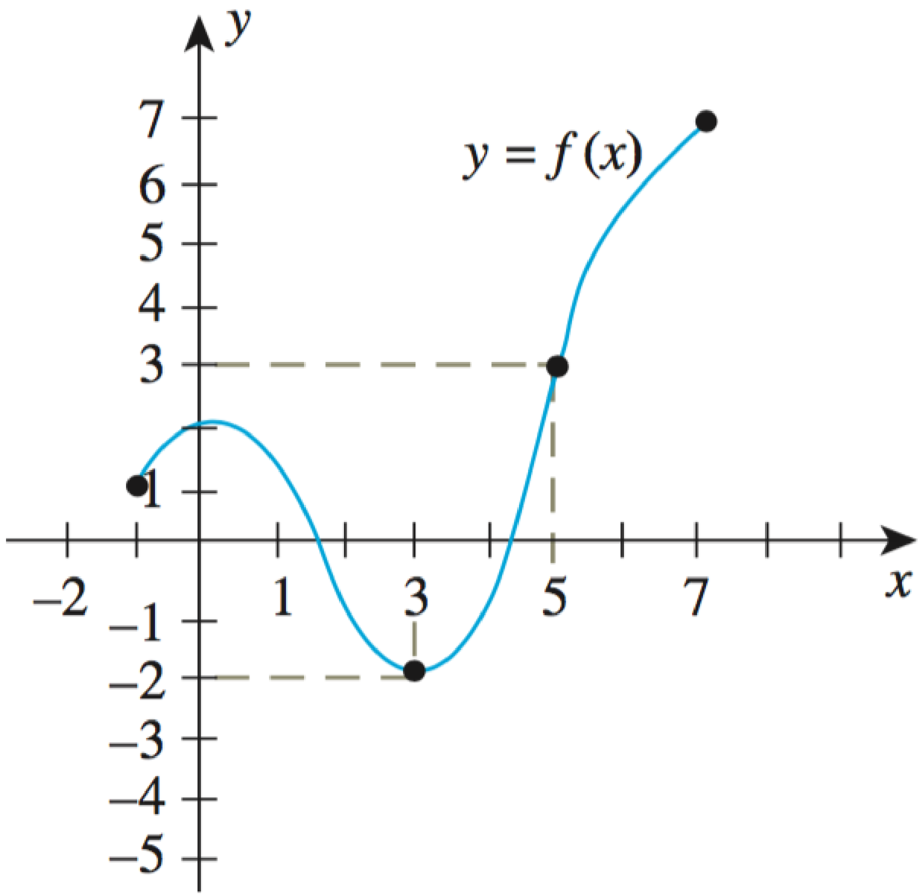
- Conjunto de todos os pares ordenados (x, y) tal que x está no domínio da função e $y = f(x)$



Gráficos de Funções

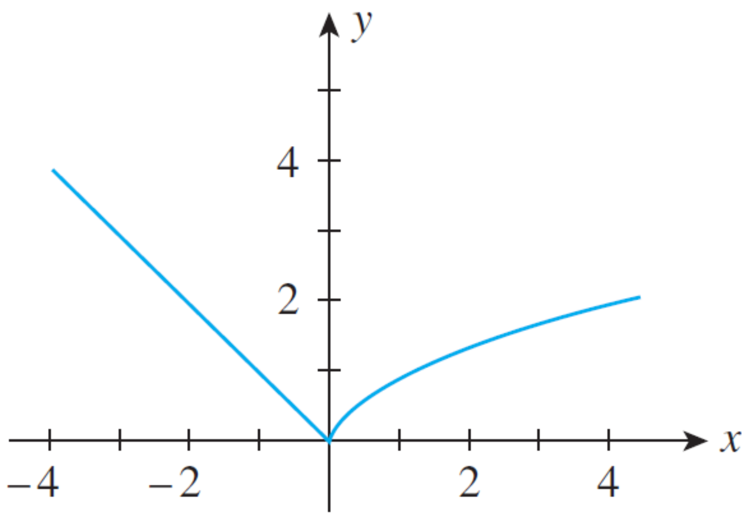
- Determine $f(3)$ e $f(5)$
- Determine domínio e imagem

- Agora esboce o gráfico da função determinada por $f(x) = x^2 + 1$.
- Indique o conjunto imagem



Gráficos de Funções

- Agora, esboce o gráfico da função
  - $f(x) = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ \sqrt{x}, & x \geq 0 \end{cases}$



Funções Definidas por Partes

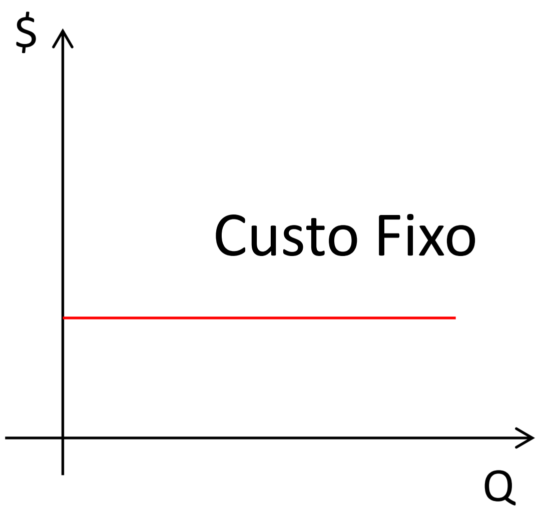
- Salário fixo mais comissão: um vendedor recebe salário fixo de $1.000 se vender até 50 unidades
- Acima de 50 unidades, ele recebe os mesmos $1.000 acrescidos de uma comissão de $3,00/unidade
- Formule a função e esboce seu gráfico

Álgebra de Funções

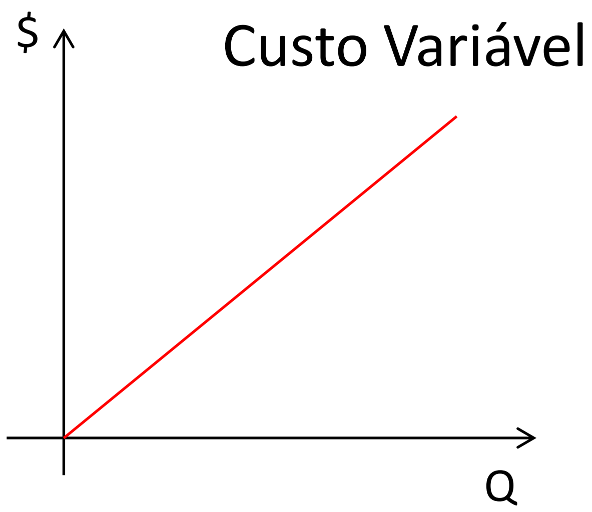
- Funções são, muitas vezes, a composição de funções mais simples
- $f(x) = x^2 + 1$ pode ser entendida como soma de duas funções
- Podemos ter...
  - $(f + g)(x)$
  - $(f - g)(x)$
  - $(f . g)(x)$
  - $\left(\frac{f}{g}\right)(x) \quad (com\ g(x) \neq 0)$

Álgebra de Funções

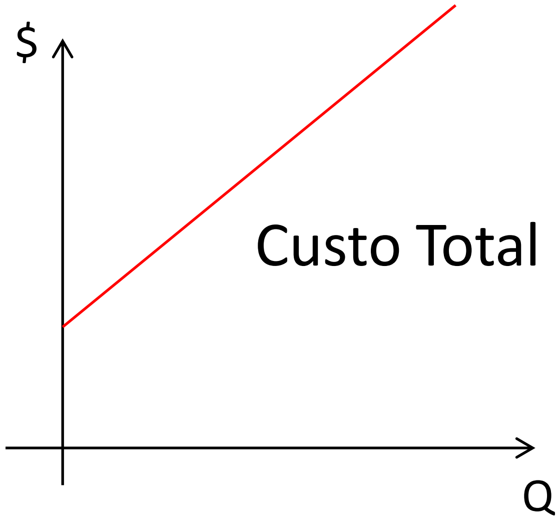
- Exemplo clássico
  - Custos fixos e variáveis



$$f(x) = CF$$



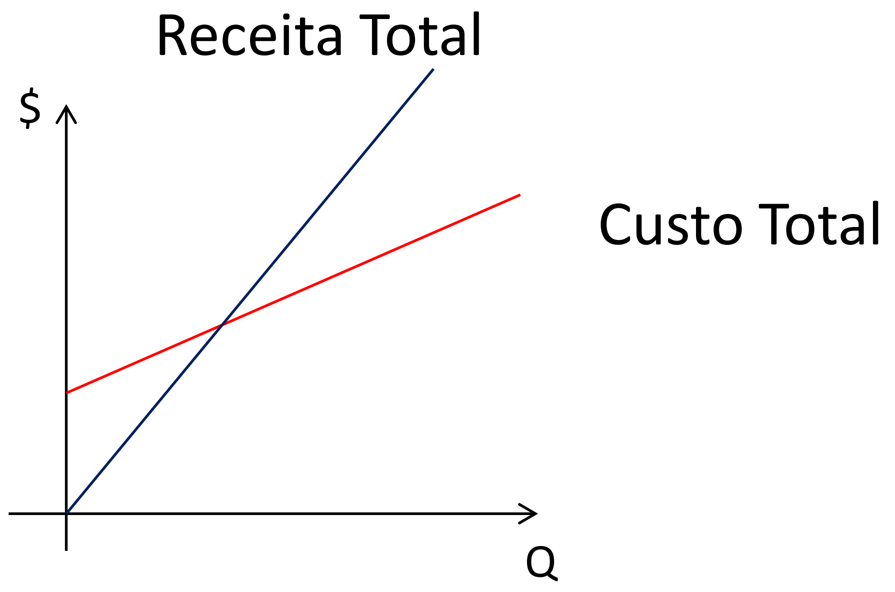
$$g(x) = CV_u \times Q$$



$$(f + g)(x) = CF + (CV_{un} \times Q)$$

Álgebra de Funções

- Exemplo clássico
  - Podemos ter ainda...



$$(f - g)(x) = L(x)$$

Álgebra de Funções

- Exemplo aplicado
  - $CF = 10.000/mês$
  - $CV = -0{,}0001x^2 + 10x \ (0 \leq x \leq 40.000)$
  - Determine a função custo total

  - Suponha que a função receita dada por $R(x) = -0{,}0005x^2 + 20x(0 \leq x \leq 40.000)$
  - Determine a função lucro
  - Apure o lucro para uma produção de 10.000 unidades/mês
  - Apure o lucro para uma produção de 50.000 unidades/mês

Composição de Funções

- Alguns problemas reais:
  - Apurar a quantidade de CO ou CO_2 em um determinado período do dia, dada a quantidade de carros em circulação
    - $\boldsymbol{CO/CO_2(\#\ carros\ (horário))}$
  - A quantidade de pessoas empregadas, dado o número de lançamentos imobiliários no estado efetuados por causa do MCMV
    - $\boldsymbol{Desemprego(\#\ lançamentos(\$\ destinado\ ao\ MCMV))}$
  - Um modelo que relacionasse esforço, produtividade e resultado financeiro
    - $\boldsymbol{Resultado(produtividade(esforço))}$

Composição de Funções

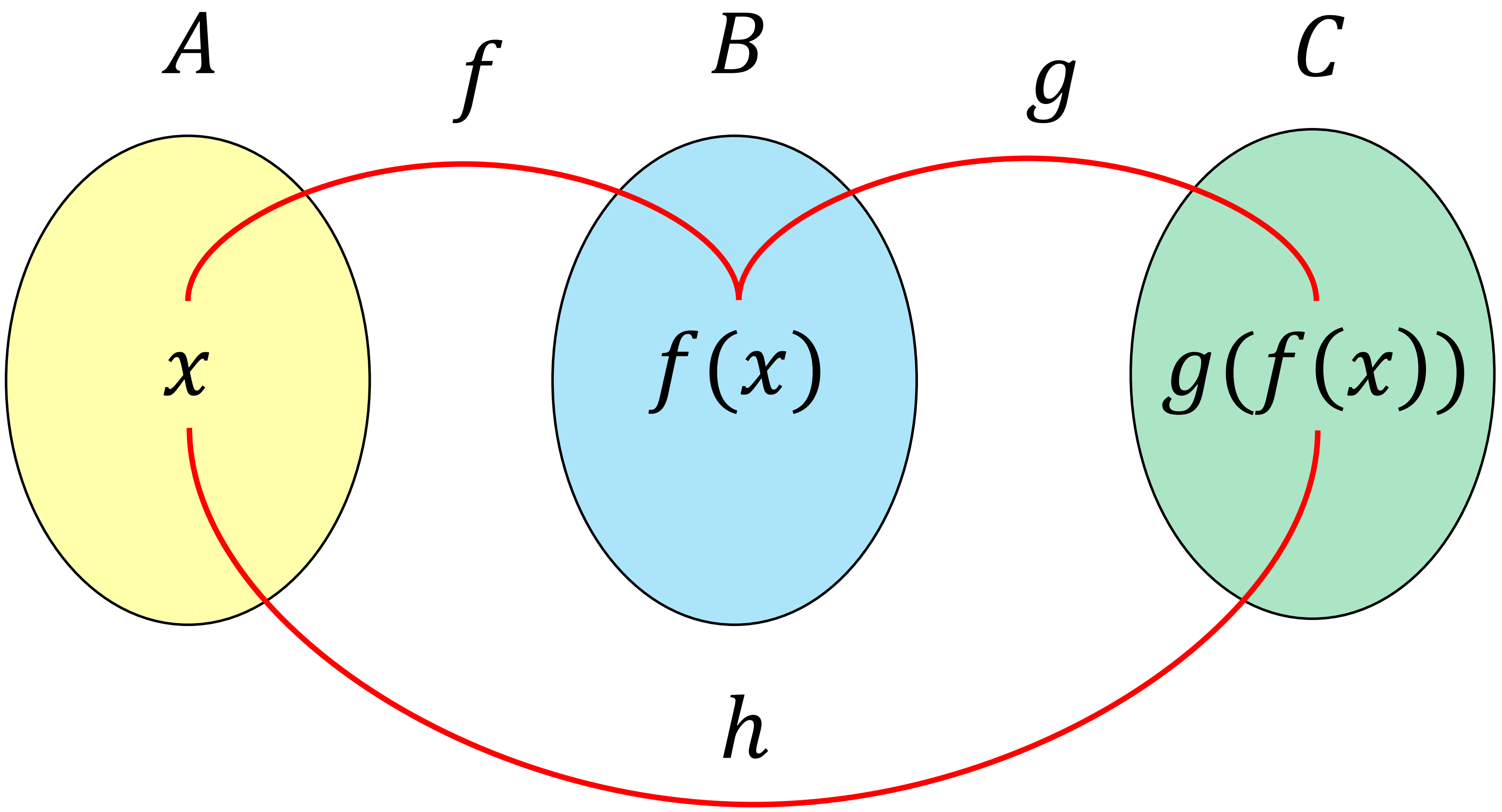
- Sejam duas funções...
  - $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{B}$ **e** $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{B} \rightarrow \boldsymbol{C}$

Contradomínio **Domínio**

- A função composta de g e f é a função $\boldsymbol{f}: \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{C}$ em que a imagem de cada $x \in A$ é obtida da seguinte forma
  - A função f é aplicada em x para obter $f(x)$
  - A função g é aplicada em $f(x)$ para obter $g(f(x))$

- Assim , $h(x) = g(f(x)) = gof(x), \forall\, x \in A$

Composição de Funções



Importante: a ordem importa!!!!! $\boldsymbol{h(x) = g(f(x)) \neq f(g(x))}$

Composição de Funções

- Ache gof e fog para
  - $f(x) = x^2 + x + 1; g(x) = x^2$
  - $f(x) = 2\sqrt{x} + 3; g(x) = x^2 + 1$

- Sabendo que $h = gof$, encontre as funções f e g
  - $h(x) = (2x^3 + x^2 + 1)^5$
  - $h(x) = \frac{1}{(3x^2+2)^{3/2}}$

Composição de Funções

- Um cuidado...
  - $f(x) = x^2 - 1$

x	$f(x) = x^2 - 1$
-2	3
-1	0
0	-1
1	0
2	3

Se $g(x) = \sqrt{x}$, verifique a imagem de $g(f(x))$ ...

Nem tudo que está definido no domínio da função componente o está para a função composta

Composição de Funções

- Exemplo aplicado
  - Taxa de ocupação de um Hotel: $r(t) = \frac{10}{81}t^3 - \frac{10}{3}t^2 + \frac{200}{9}t + 55\ (0 \leq t \leq 12)$
  - t medido em meses ($t = 0$ equivale ao início de janeiro)
  - r é o percentual de ocupação

  - Faturamento (em $mil): $R(r) = -\frac{3}{5000}r^3 + \frac{9}{50}r^2\ (0 \leq r \leq 100)$

  - Determine a taxa de ocupação do hotel no início de janeiro? E no fim de junho?
  - Qual o faturamento do hotel nos mesmos períodos?

Composição de Funções

- Exercício
  - Um estudo de impacto ambiental em uma cidade indica que a quantidade de CO presente no ar decorrente da poluição de automóveis é de $0{,}01x^{2/3}$ PPM para x mil automóveis em circulação
  - Um estudo distinto estima que daqui a t anos o numero de veículos nessa cidade será de $0{,}2t^2 + 4t + 64$

  - Encontre uma expressão para a concentração de CO no ar por causa da emissão por automóveis daqui a t anos
  - Qual será o nível de concentração daqui a 5 anos?

Composição de Funções

- Exercício

- A receita de uma agência de viagens é de $f(x)$ reais, onde x é o montante de reais investido em publicidade
- O total gasto com publicidade no tempo t é de $g(t)$ reais

- O que $f_o g$ representa?