- **Capítulo 03**
  - IDOETA; CAPUANO. *Elementos de Eletrônica Digital*. Livros Érica Ltda., 1998.

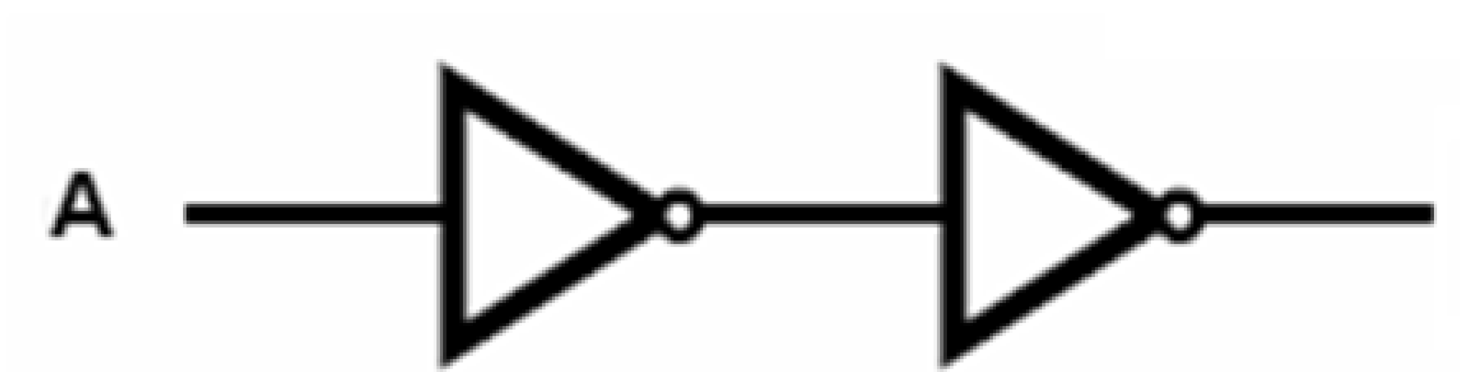
Álgebra de Boole

- **Postulados**
  - Complementação
  - Adição
  - Multiplicação

Complementação

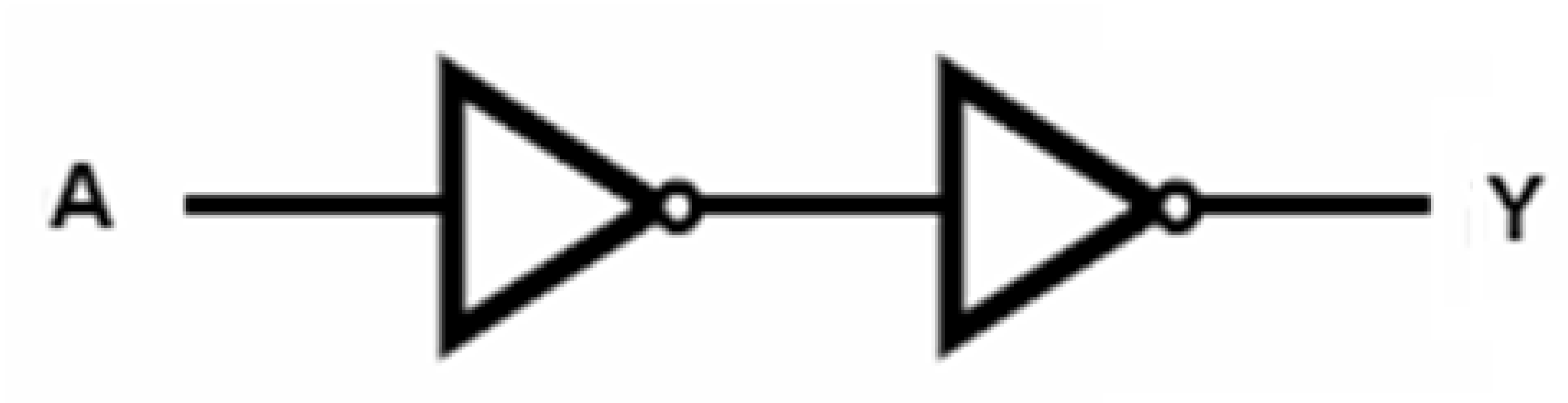
- Se $A = 0 \rightarrow A' = 1$
- Se $A = 1 \rightarrow A' = 0$

Complementação



Complementação

- A'' = A



Adição

- 0 + 0 = 0
- 0 + 1 = 1
- 1 + 0 = 1
- 1 + 1 = 1

Adição

- $\mathbf{A + 0 = A}$

- $A = 0 \rightarrow 0 + 0 = 0$
- $A = 1 \rightarrow 1 + 0 = 1$

Adição

- $\mathbf{A + 1 = 1}$

- $A = 0 \rightarrow 0 + 1 = 1$
- $A = 1 \rightarrow 1 + 1 = 1$

Adição

- **$A + A = A$**

- $A = 0 \rightarrow 0 + 0 = 0$
- $A = 1 \rightarrow 1 + 1 = 1$

Adição

- **$A + A' = 1$**

- $A = 0 \rightarrow A' = 1 \rightarrow 0 + 1 = 1$
- $A = 1 \rightarrow A' = 0 \rightarrow 1 + 0 = 1$

Multiplicação

- 0 . 0 = 0
- 0 . 1 = 0
- 1 . 0 = 0
- 1 . 1 = 1

Multiplicação

- **$A \cdot 0 = 0$**

- $A = 0 \rightarrow 0 \cdot 0 = 0$
- $A = 1 \rightarrow 1 \cdot 0 = 0$

Multiplicação

- **$A \cdot 1 = A$**

- $A = 0 \rightarrow 0 \cdot 1 = 0$
- $A = 1 \rightarrow 1 \cdot 1 = 1$

Multiplicação

- **$A \cdot A = A$**

- $A = 0 \rightarrow 0 \cdot 0 = 0$
- $A = 1 \rightarrow 1 \cdot 1 = 1$

Multiplicação

- **$A \cdot A' = 0$**

- $A = 0 \rightarrow A' = 1 \rightarrow 0 \cdot 1 = 0$
- $A = 1 \rightarrow A' = 0 \rightarrow 1 \cdot 0 = 0$

Postulados

- $A + 0 = A$
- $A + 1 = 1$
- $A + A = A$
- $A + A' = 1$

- $A \cdot 0 = 0$
- $A \cdot 1 = A$
- $A \cdot A = A$
- $A \cdot A' = 0$

Álgebra de Boole

- **Propriedades**
  - Comutativa
  - Associativa
  - Distributiva

Comutativa

- Adição

  $A + B = B + A$

- Multiplicação

  $A . B = B . A$

Associativa

- Adição

  $A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$

- Multiplicação

  $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot B \cdot C$

Distributiva

- $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

Álgebra de Boole

- Teoremas de De Morgan
  - 1º Teorema de De Morgan
  - 2º Teorema de De Morgan

1º Teorema de De Morgan

- (A . B)’ = A’ + B’
  - *O complemento do produto é igual à soma dos complementos*

A	B		
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

2º Teorema de De Morgan

- (A + B)’ = A’ . B’
  - *O complemento da soma é igual ao produto dos complementos*

A	B		
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

Álgebra de Boole

- Identidades Auxiliares
- Simplificação de Expressões Booleanas

Identidades Auxiliares

Demonstre a seguinte identidade auxiliar

- **A + A . B = ?**

Identidades Auxiliares

- **A + A . B =**

  Colocando A em evidência no 1º termo

  A(1 + B) =

  como 1 + B = 1

  A . 1 = A

Identidades Auxiliares

Demonstre a seguinte identidade auxiliar

- **(A + B) . (A + C) = ?**

Identidades Auxiliares

- **$(A + B) \cdot (A + C) = ?$**

  Aplicando distributiva no 1º termo

  $A.A + A.C + A.B + B.C$

  como $A \cdot A = A$

  $A + A \cdot C + A \cdot B + B \cdot C$

  Aplicando propriedade distributiva

  $A \cdot (1 + B + C) + B \cdot C$

Identidades Auxiliares

- **(A + B) . (A + C) = A + B . C**

A . (1 + B + C) + B . C

Como 1 + X = 1

A . 1 + B . C

Como A . 1 = A

A + B . C

(A + B) . (A + C) = A + B . C

					S1			S2
A	**B**	**C**	**(A+B)**	**(A+C)**	(A+B).(A+C)	**A**	**B.C**	**A+BC**
0	**0**	**0**						
0	**0**	**1**						
0	**0**	**1**						
0	**1**	**0**						
0	**1**	**0**						
0	**1**	**1**						
0	**1**	**1**						
1	**0**	**0**						
1	**0**	**0**						
1	**0**	**1**						
1	**0**	**1**						
1	**1**	**0**						
1	**1**	**0**						
1	**1**	**1**						
1	**1**	**1**						

Identidades Auxiliares

- $A + A' \cdot B = A + B$

Resumo

POSTULADOS		
Complementação	**Adição**	**Multiplicação**
$A = 0 \rightarrow \overline{A} = 1$ $A = 1 \rightarrow \overline{A} = 0$	$0 + 0 = 0$ $0 + 1 = 1$ $1 + 0 = 1$ $1 + 1 = 1$	$0 . 0 = 0$ $0 . 1 = 0$ $1 . 0 = 0$ $1 . 1 = 1$

IDENTIDADES		
Complementação	**Adição**	**Multiplicação**
$\overline{\overline{A}} = A$	$A + 0 = A$ $A + 1 = 1$ $A + A = A$ $A + \overline{A} = 1$	$A . 0 = 0$ $A . 1 = A$ $A . A = A$ $A . \overline{A} = 0$

PROPRIEDADES	
Comutativa:	$A + B = B + A$ $A . B = B . A$
Associativa:	$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$ $A . (B . C) = (A . B) . C = A . B . C$
Distributiva:	$A . (B + C) = A . B + A . C$

TEOREMAS DE MORGAN
$\left(\overline{A . B}\right) = \overline{A} + \overline{B}$ $\left(\overline{A + B}\right) = \overline{A} . \overline{B}$

IDENTIDADES AUXILIARES
$A + A . B = A$ $A + \overline{A} . B = A + B$ $(A + B) . (A + C) = A + B . C$

Simplificação

- Simplifique a equação através de álgebra booleana
  - $S = A'.B' + A'.B + A.B'$