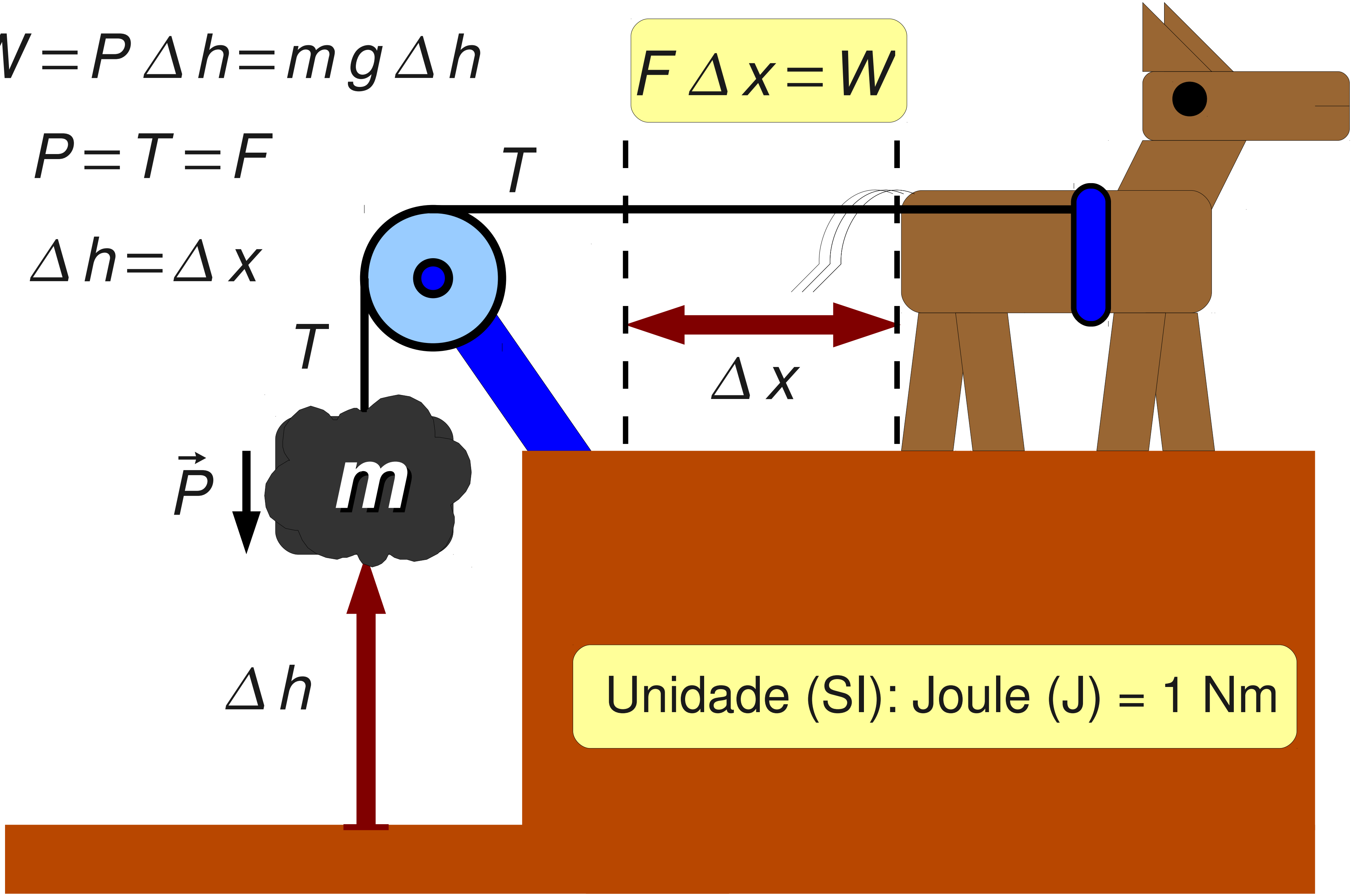
Energia Potencial e Conservação da Energia (Cap. 7)

Aula anterior: Trabalho *W* (e en. cin.)

$$W = P\,\Delta h = m\,g\,\Delta h$$

$$P = T = F$$

$$\Delta h = \Delta x$$



Energia (capacidade de produzir trabalho)

- Energia cinética (devida ao movimento)

$$K=\frac{1}{2}mv^2$$

Unidade (SI): Kg m²/s² =1 Nm = 1 J

$$W=P\Delta h$$

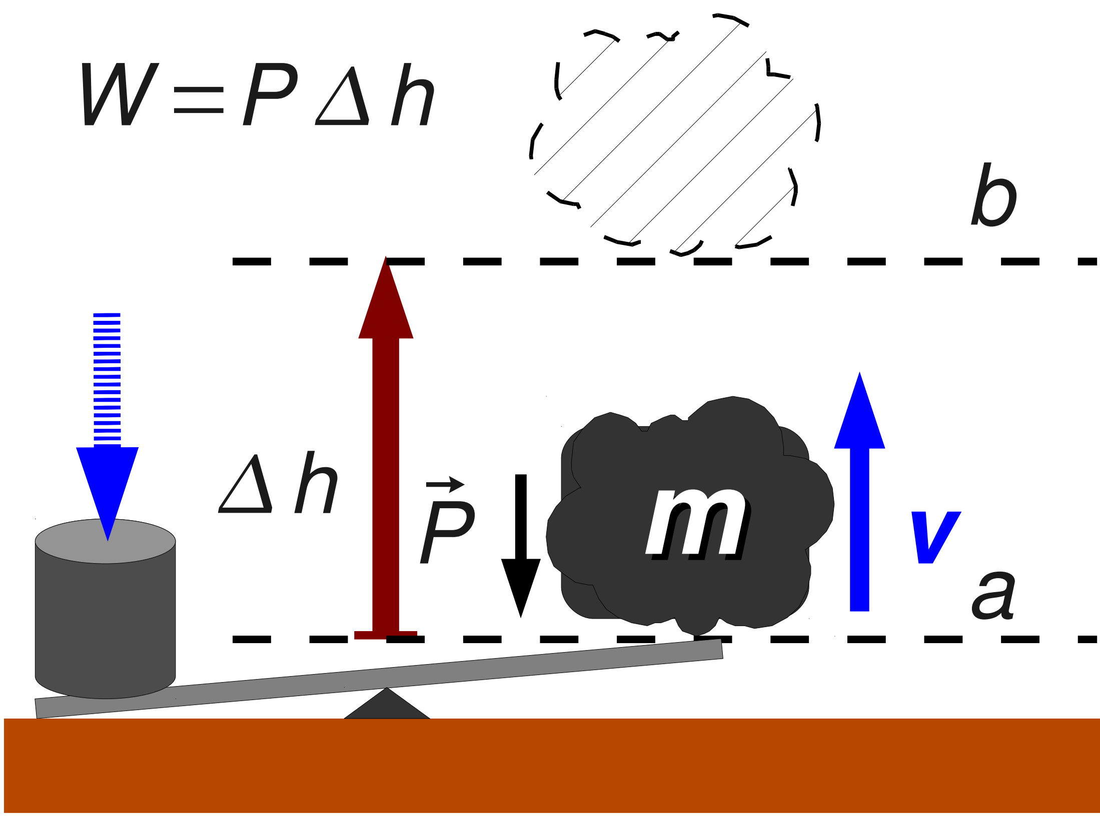
Teorema Trabalho-energia

$$W_{ab}(P)=\Delta K=K_b-K_a$$

$$v_b=0, K_b=0, K_a=K$$

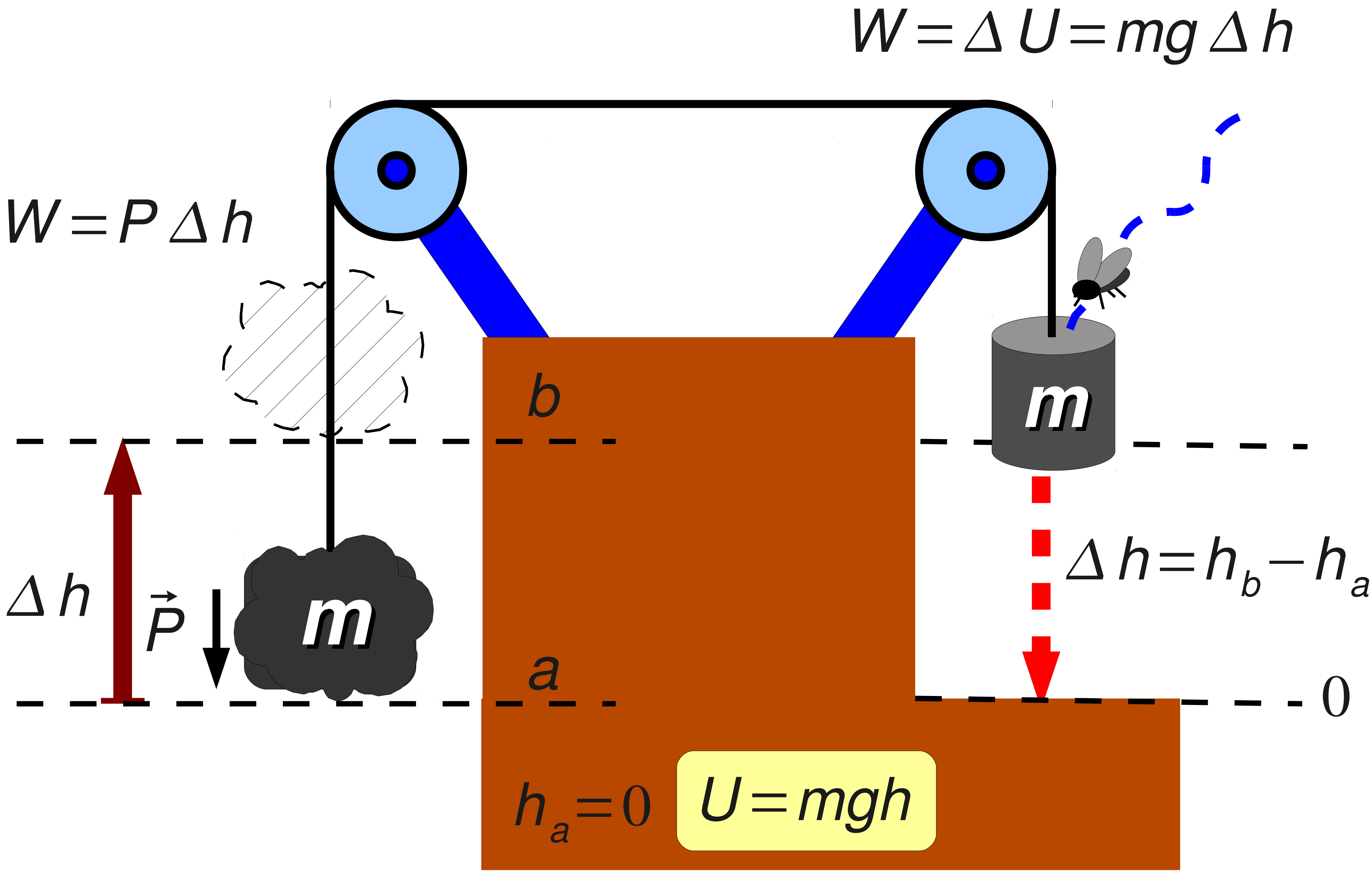
$$W_{ab}(P)=-P\Delta h=-K$$

$$W=P\Delta h=K$$

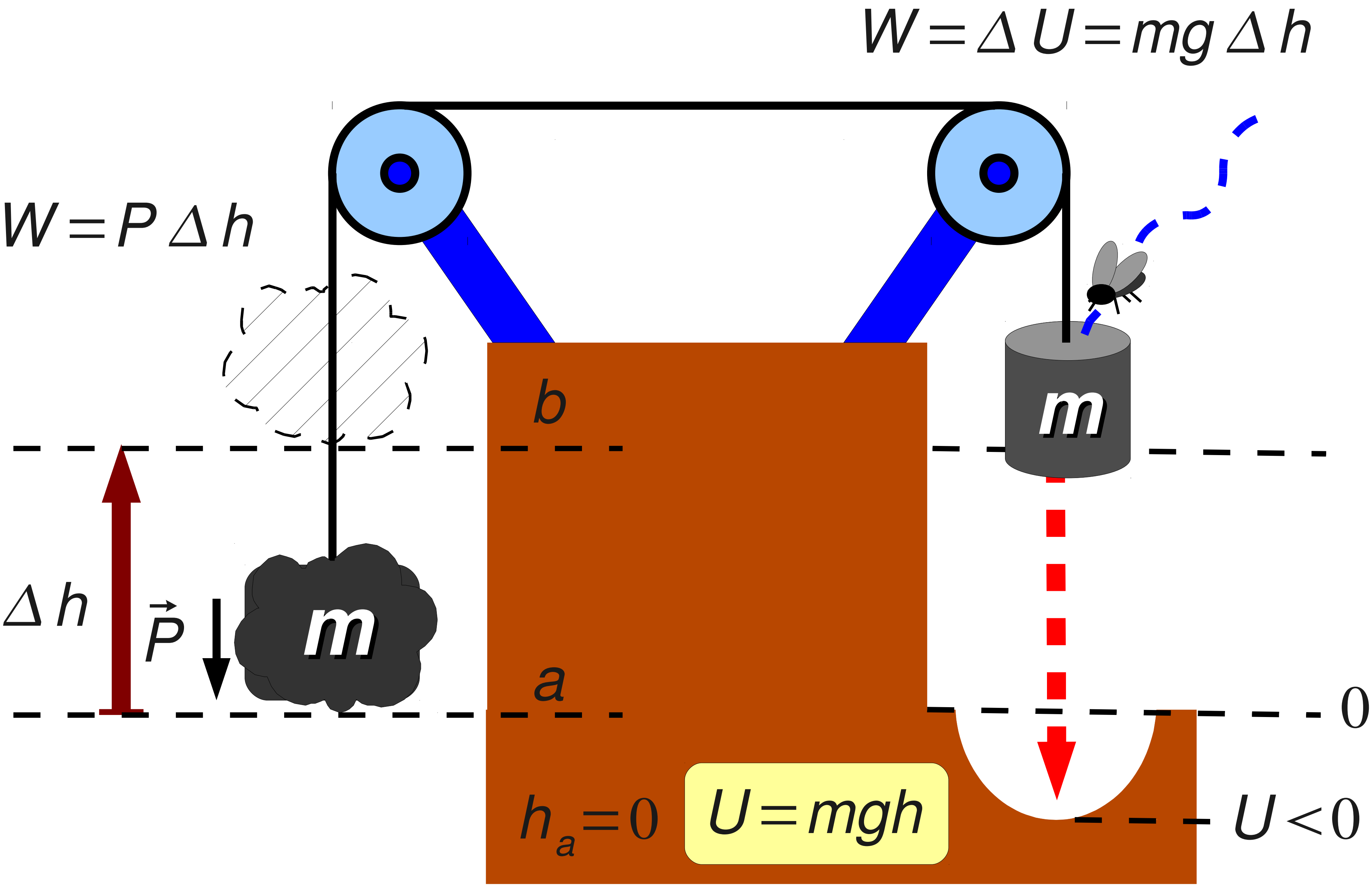


En. cinética → Trabalho

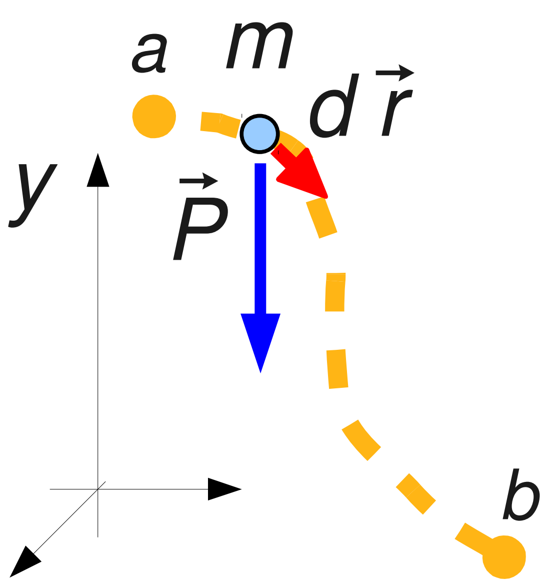
Energia Potencial



Energia Potencial Gravitacional



Trabalho da força peso



$$W_{ab}(\vec{P})=\int_a^b \vec{P}(\vec{r}).d\vec{r}$$

$$\vec{P}=-P\,\hat{y}=-mg\,\hat{y}$$

$$d\vec{r}=dx\,\hat{x}+dy\,\hat{y}+dz\,\hat{z}$$

$$\vec{P}.d\vec{r}=-mg\,\hat{y}.(dx\,\hat{x}+dy\,\hat{y}+dz\,\hat{z})=-mg\,dy$$

$$W_{ab}(\vec{P})=-mg\int_a^b dy=-mg(y_b-y_a)=-\Delta U_{ab}=-(U_b-U_a)$$

$$U_b-U_a=mg(y_b-y_a)$$ **Ref.** $y=0$

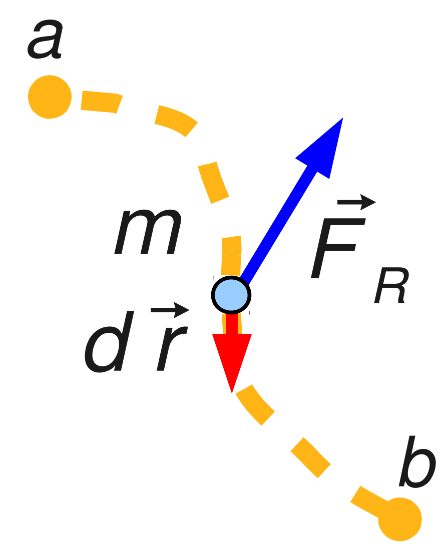
$$U=mg\,y$$

Teorema trabalho energia e conservação de E_{mec}

$$W_{ab} = \Delta K_{ab}$$

Trabalho da força **resultante** = variação da energia cinética de 1 partícula

$$W_{ab}(\vec{F}_R) = \int_a^b \vec{F}_R(\vec{r}) . d\vec{r} = \Delta K_{ab} = \frac{1}{2} m v_b^2 - \frac{1}{2} m v_a^2$$



Se somente a força peso realiza trabalho sobre o corpo de massa *m*:

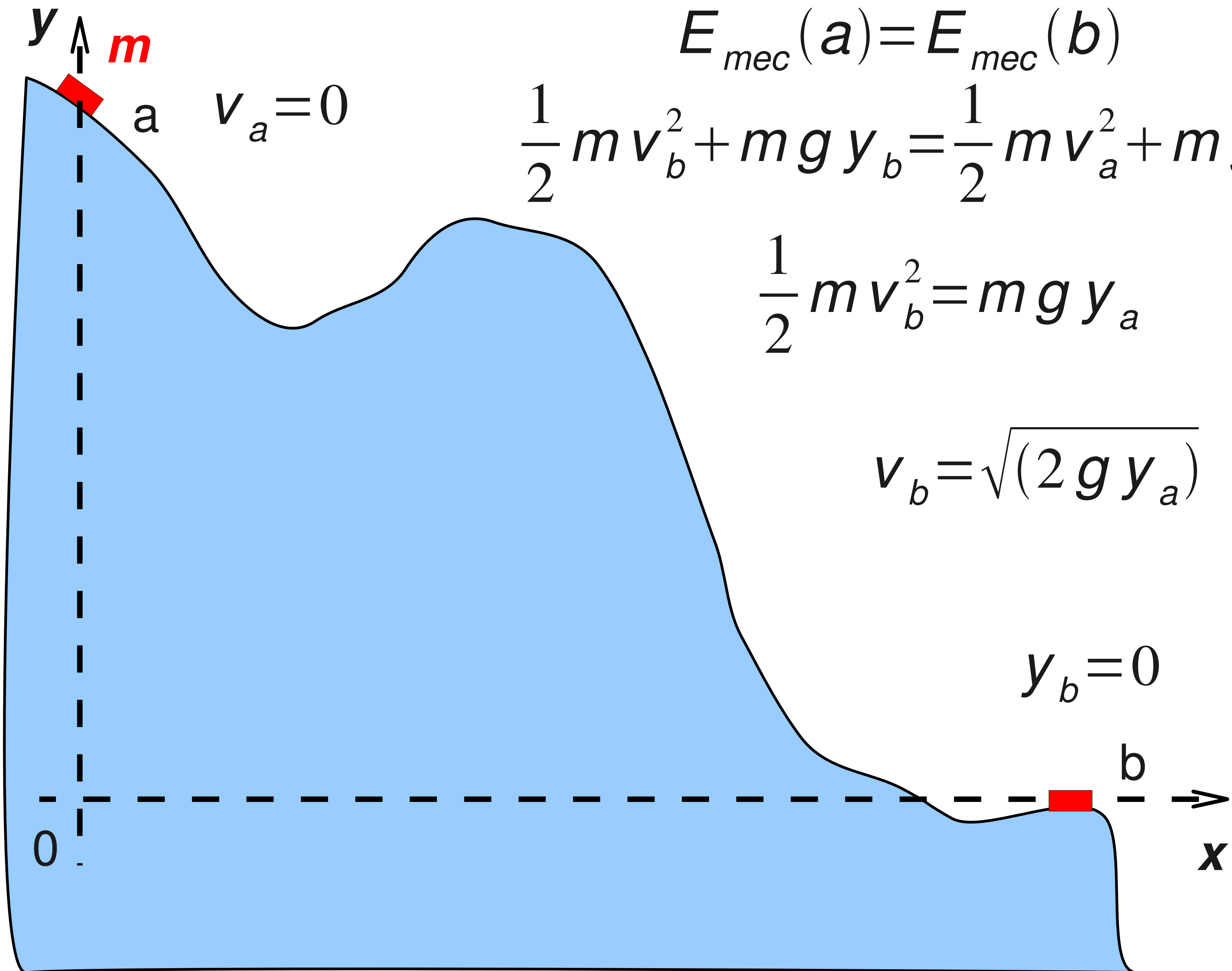
$$W_{ab}(\vec{F}_R) = W_{ab}(\vec{P}) = -(U_b - U_a)$$

$$-U_b + U_a = \frac{1}{2} m v_b^2 - \frac{1}{2} m v_a^2 \qquad U_a + \frac{1}{2} m v_a^2 = \frac{1}{2} m v_b^2 + U_b$$

Def.: $$E_{mec} = U + \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_{mec}(a) = E_{mec}(b) \text{ (Cons.)}$$

Exemplo, escorregamento sem atrito



$$v_a = 0$$

$$E_{mec}(a) = E_{mec}(b)$$

$$\frac{1}{2} m v_b^2 + m g y_b = \frac{1}{2} m v_a^2 + m g y_a$$

$$\frac{1}{2} m v_b^2 = m g y_a$$

$$v_b = \sqrt{(2 g y_a)}$$

$$y_b = 0$$

Contra exemplo: com trabalho de outras forças

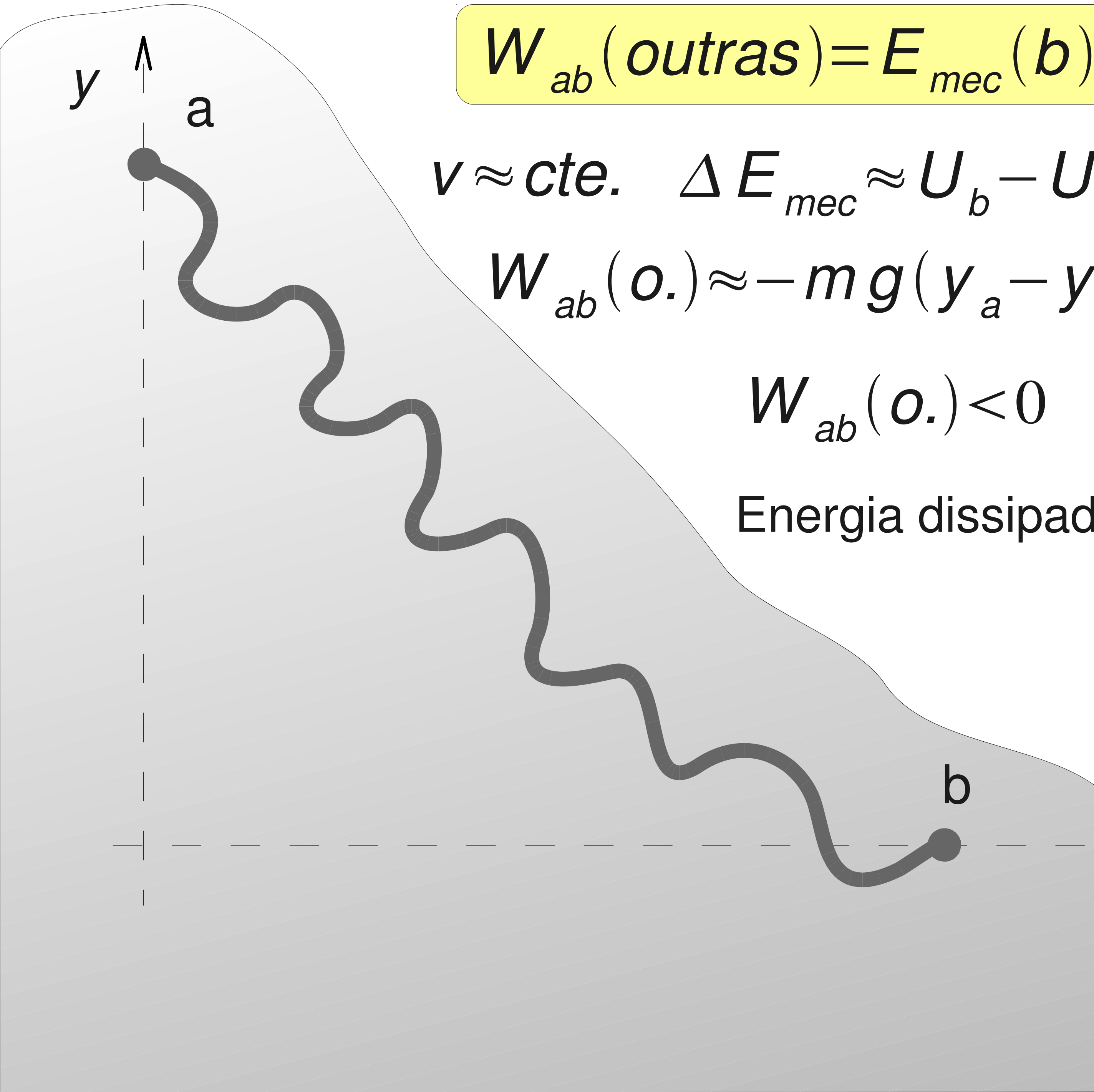
$$W_{ab}(outras) = E_{mec}(b) - E_{mec}(a)$$

$$v \approx cte. \quad \Delta E_{mec} \approx U_b - U_a$$

$$W_{ab}(o.) \approx -mg(y_a - y_b)$$

$$W_{ab}(o.) < 0$$

Energia dissipada



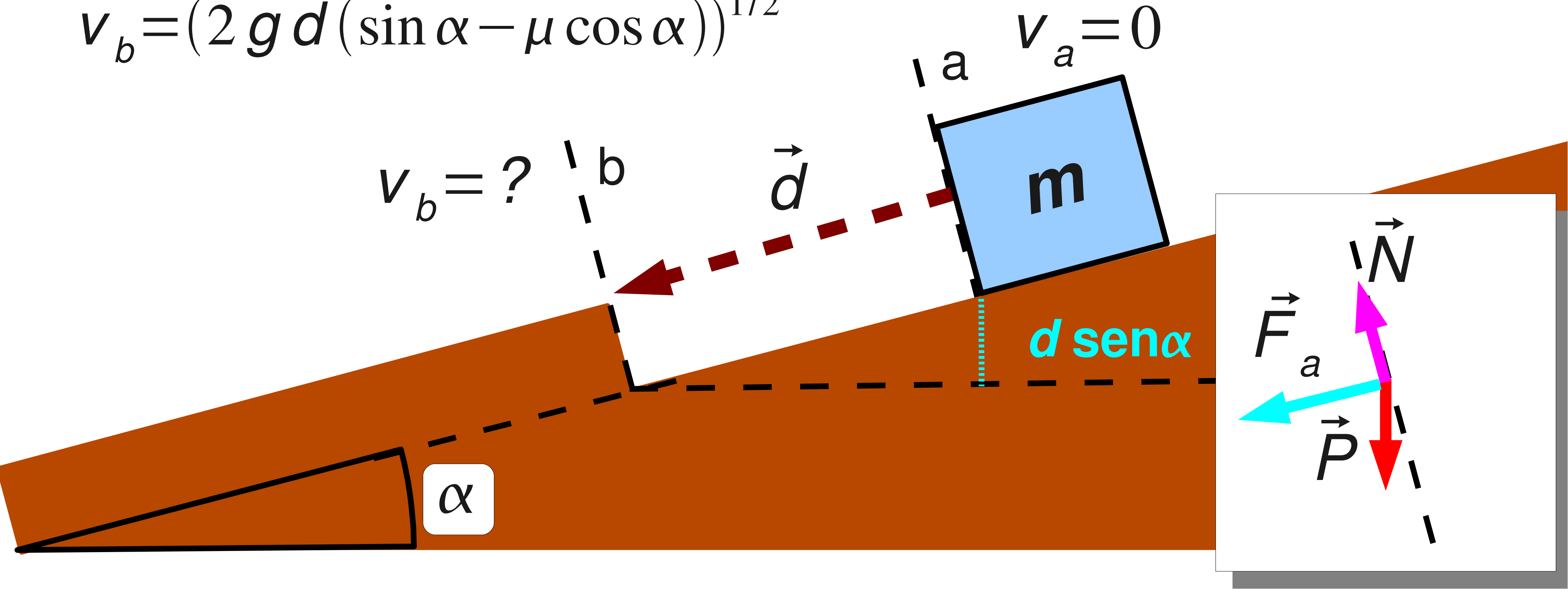
Plano inclinado com atrito. $v_b = ?$

$$W_{ab}(F_a) = \vec{F}_a . \vec{d} = -F_a d = -\mu N d = -\mu m g d \cos\alpha$$

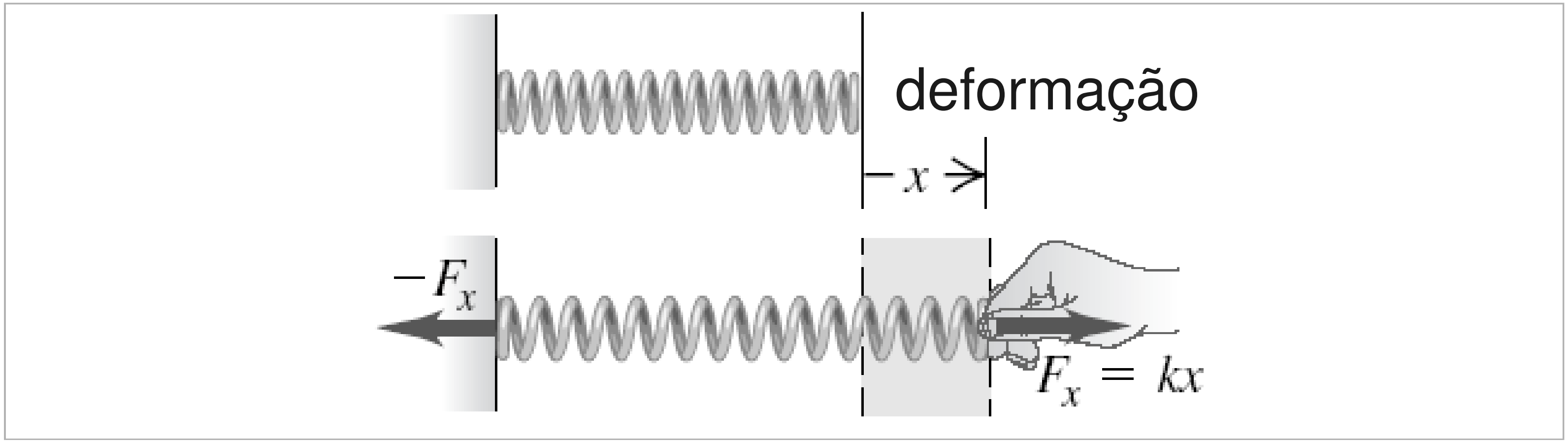
$$U_a - U_b = m g d \sin\alpha$$

$$\frac{1}{2} m v_b^2 = U_a - U_b + W_{ab}(F_a) = m g d (\sin\alpha - \mu \cos\alpha)$$

$$v_b = (2 g d (\sin\alpha - \mu \cos\alpha))^{1/2}$$



Energia potencial elástica



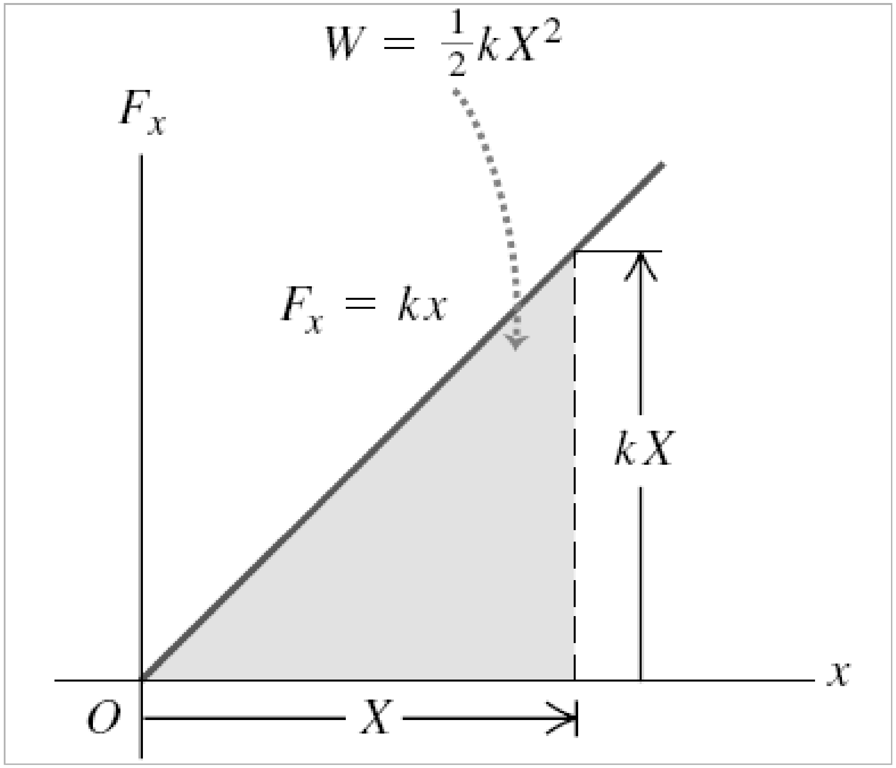
$$W(0,x) = \int_0^x F_x(x')\,dx' = \frac{1}{2} k x^2$$

Trabalho para deformar a mola
= energia elástica acumulada

$$W_{mola}(0,x) = -W(0,x) = -\Delta U_{el}$$

$$U_{el}(x) = \frac{1}{2} k x^2$$

$$U_{el}(x=0) = 0$$



Potencial elástico $U_{el}(x)$

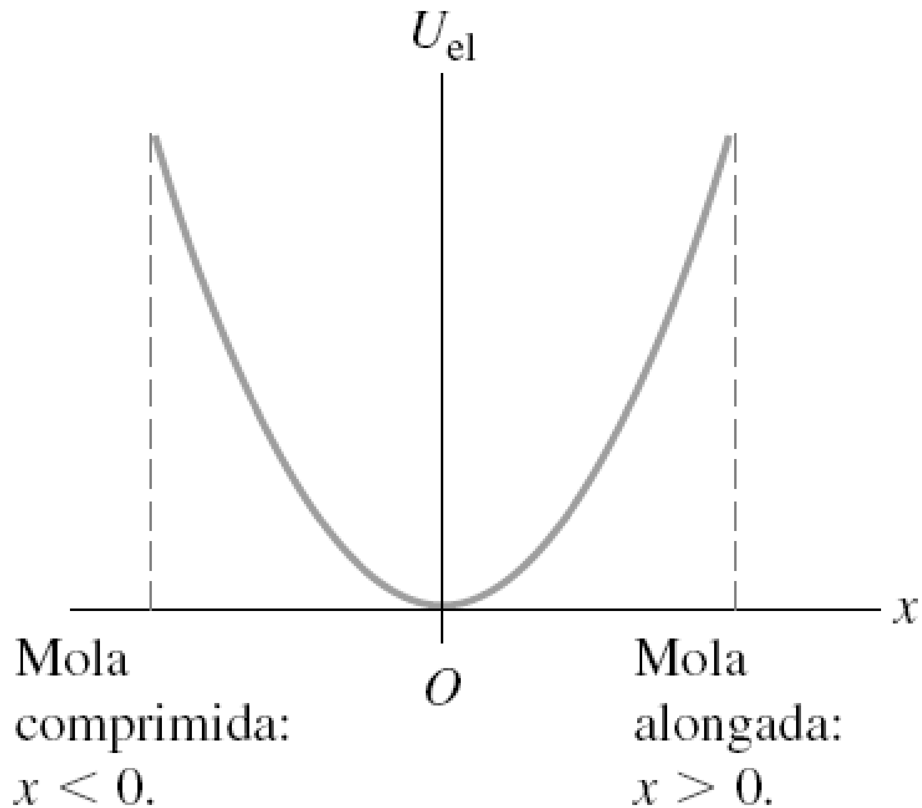
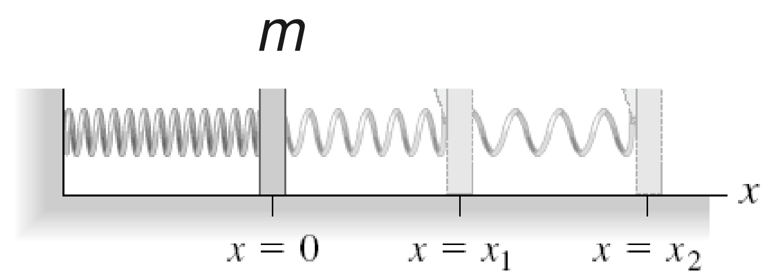


Figura 7.14 O gráfico da energia potencial elástica da mola ideal é uma parábola: $U_{el} = 1/2kx^2$, em que x é o alongamento ou a compressão da mola. A energia potencial elástica U_{el} nunca pode ser negativa.

Conservação da E_{mec} (no caso de en. Pot. el.)

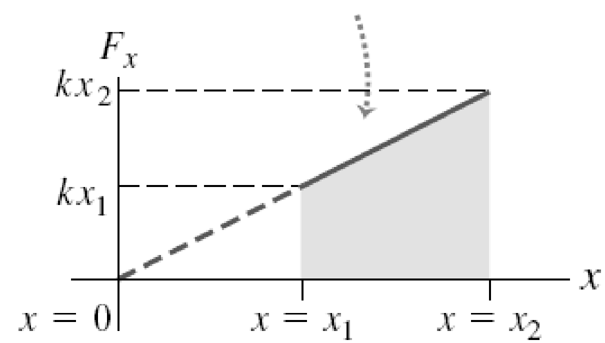


$$W_{mola} = \Delta K = -\Delta U_{el}$$

(T. Trab.- en.)

$$\Delta U_{el} = U_{el}(x_2) - U_{el}(x_1) = \frac{1}{2} k x_2^2 - \frac{1}{2} k x_1^2$$

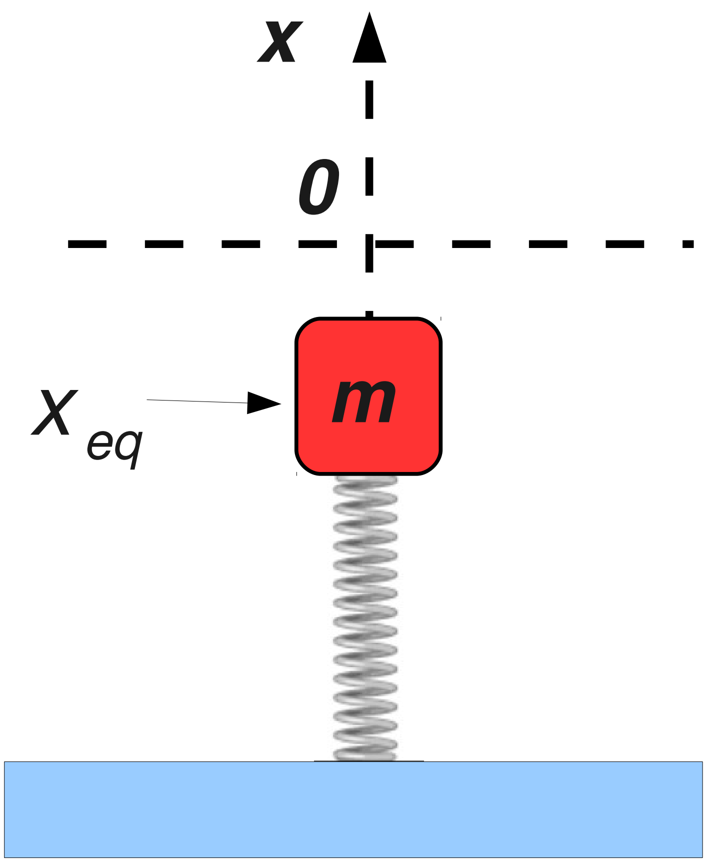
$$\Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$



$$\frac{1}{2} k x_2^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} k x_1^2 + \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$E_{mec} = U_{el} + K$$

Energia potencial elástica + gravitacional



$$U = U_{el} + U_{gr}$$

$$U_{el} = \frac{1}{2} k x^2$$

Se ***x*=**0 for a pos. de def. nula da mola

$$U_{gr} = m g x$$

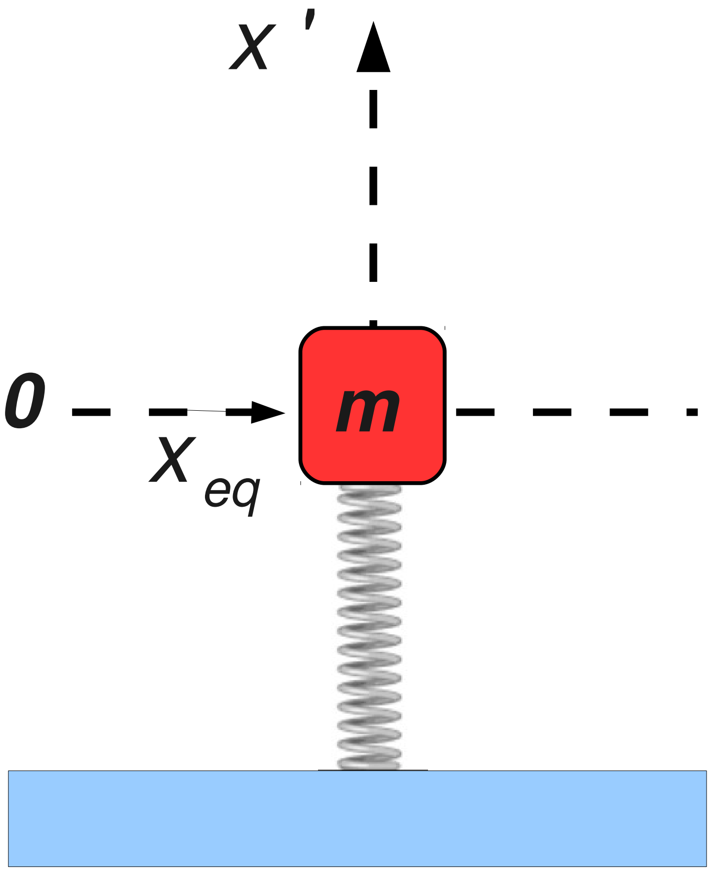
Se ***x*** for na direção vertical com sentido positivo para cima

$$U = \frac{1}{2} k x^2 + m g x$$

Se: $\vec{F}_{el} + \vec{F}_{gr} = 0$

$k x_{eq} = -m g \quad x_{eq} = -\frac{m}{k} g$

Equivalência com el. pura p/ $x' = x - x_{eq}$



$$U'(x') = \frac{1}{2} k (x')^2$$

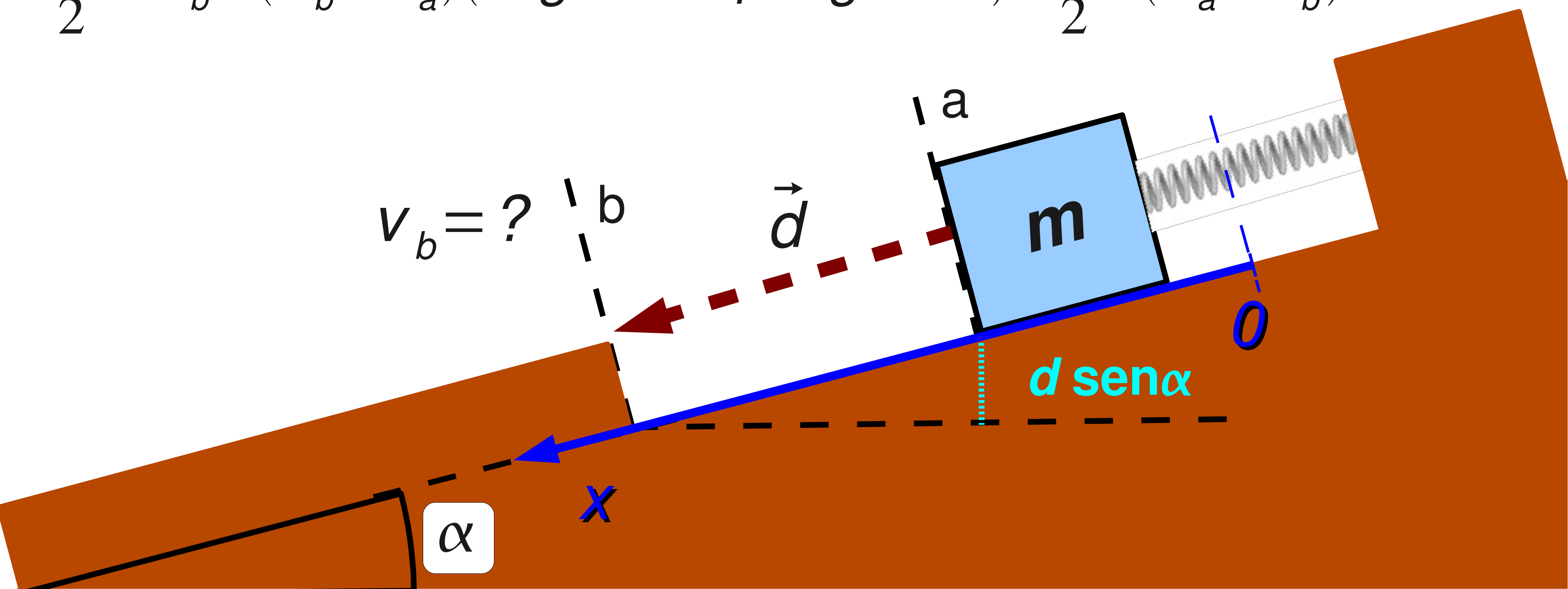
Grav. + el. + atrito

$$W_{ab}(F_a) = \vec{F}_a . \vec{d} = -F_a d = -\mu N d = -\mu m g d \cos\alpha$$

$$\frac{1}{2} m v_b^2 = U_a - U_b - \mu m g \cos\alpha \qquad U_a(gr.) - U_b(gr.) = m g d \sin\alpha$$

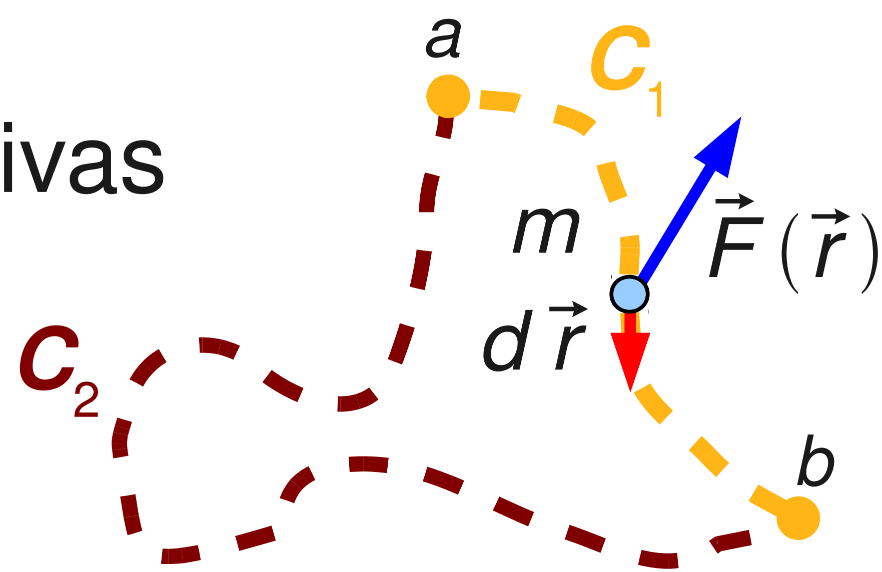
$$U = U(el.) + U_b(gr.) \qquad U_a(el.) - U_b(el.) = \frac{1}{2} k (x_a^2 - x_b^2)$$

$$\frac{1}{2} m v_b^2 = (x_b - x_a)(m g \sin\alpha - \mu m g \cos\alpha) + \frac{1}{2} k (x_a^2 - x_b^2)$$



Forças conservativas e não conservativas

Forças conservativas



- O trabalho realizado pela força independe do caminho.

$$W_{ab}(C_1) = W_{ab}(C_2)$$

- O trabalho é dado por uma diferença de potencial (final-inicial).

$$W_{ab} = U_b - U_a$$

- O trabalho é “reversível”.

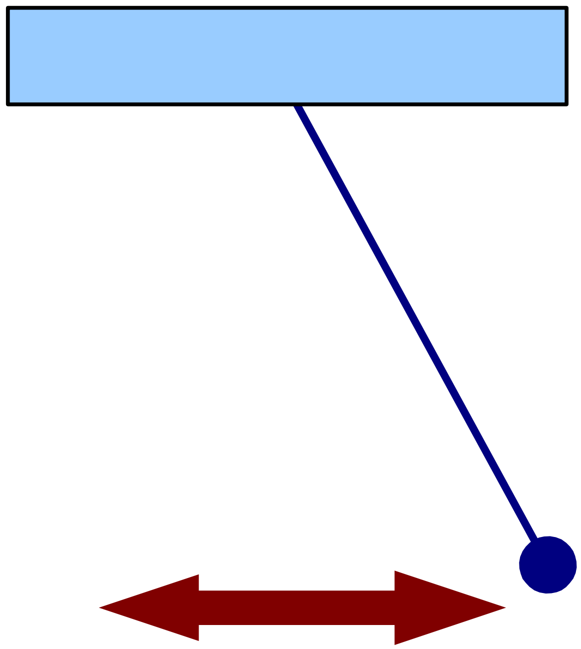
$$W_{ab} = -W_{ba}$$

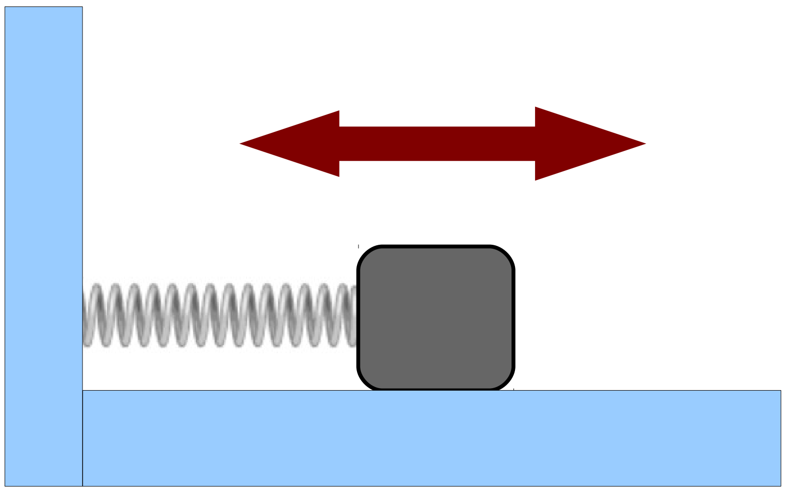
- O trabalho total em uma curva fechada é zero.

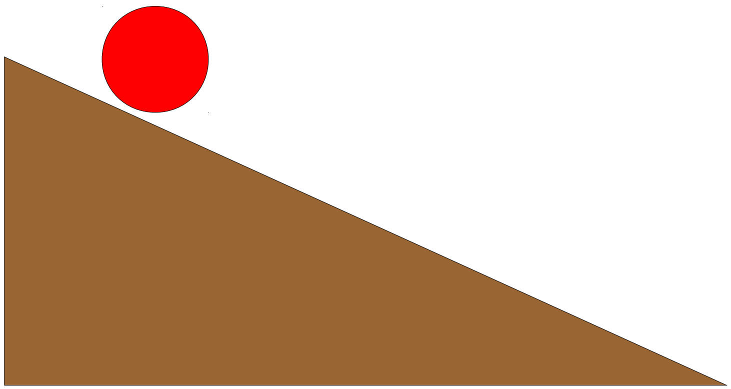
$$W_{ab}(C_1) + W_{ba}(C_2) = 0$$

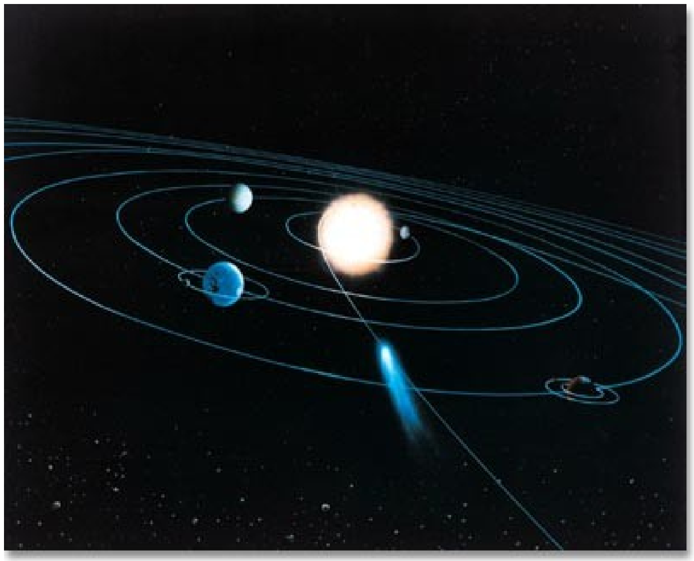
$$\Rightarrow E_{mec} = K + U = cte.$$

Exemplos (sem atrito)



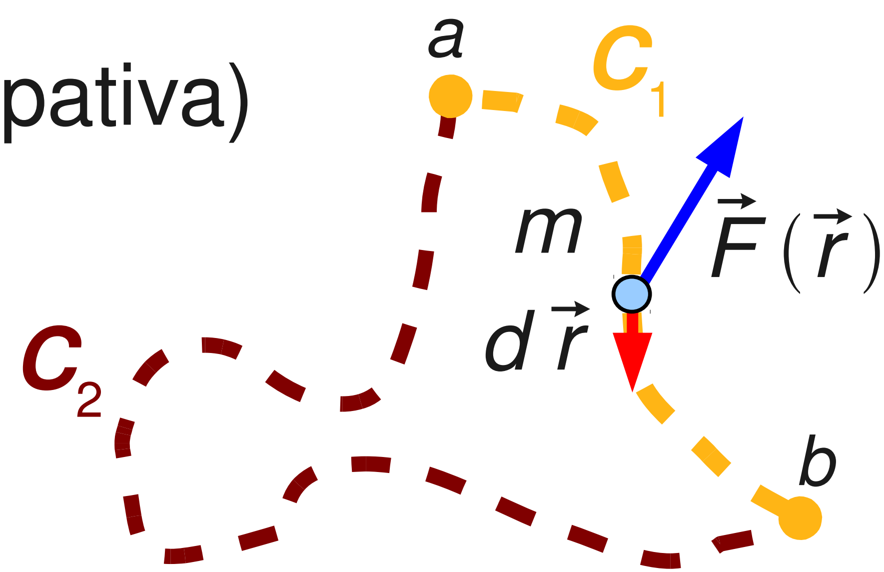






Forças **não** conservativas

(ex.: atrito – força dissipativa)



Tudo ao contrário:

- O trabalho realizado pela força depende do caminho.
- O trabalho não é dado por uma diferença de potencial.
- O trabalho não é "reversível".
- O trabalho total em uma curva fechada não é zero.

E_{mec} ***não se conserva***

Conservação da energia (sistema isolado)

$$\Delta E_{mec} = -W(n.c.)$$

Trabalho de "outras forças" realizado pelo sistema (sinal -)

$$\Delta U_{interna} = W(n.c.)$$

$$\Delta E_{mec} + \Delta U_{interna} = 0$$

$$W(n.c.) > 0$$

Dissipativa
(ex.: Atrito, transf. En. mec. em calor)

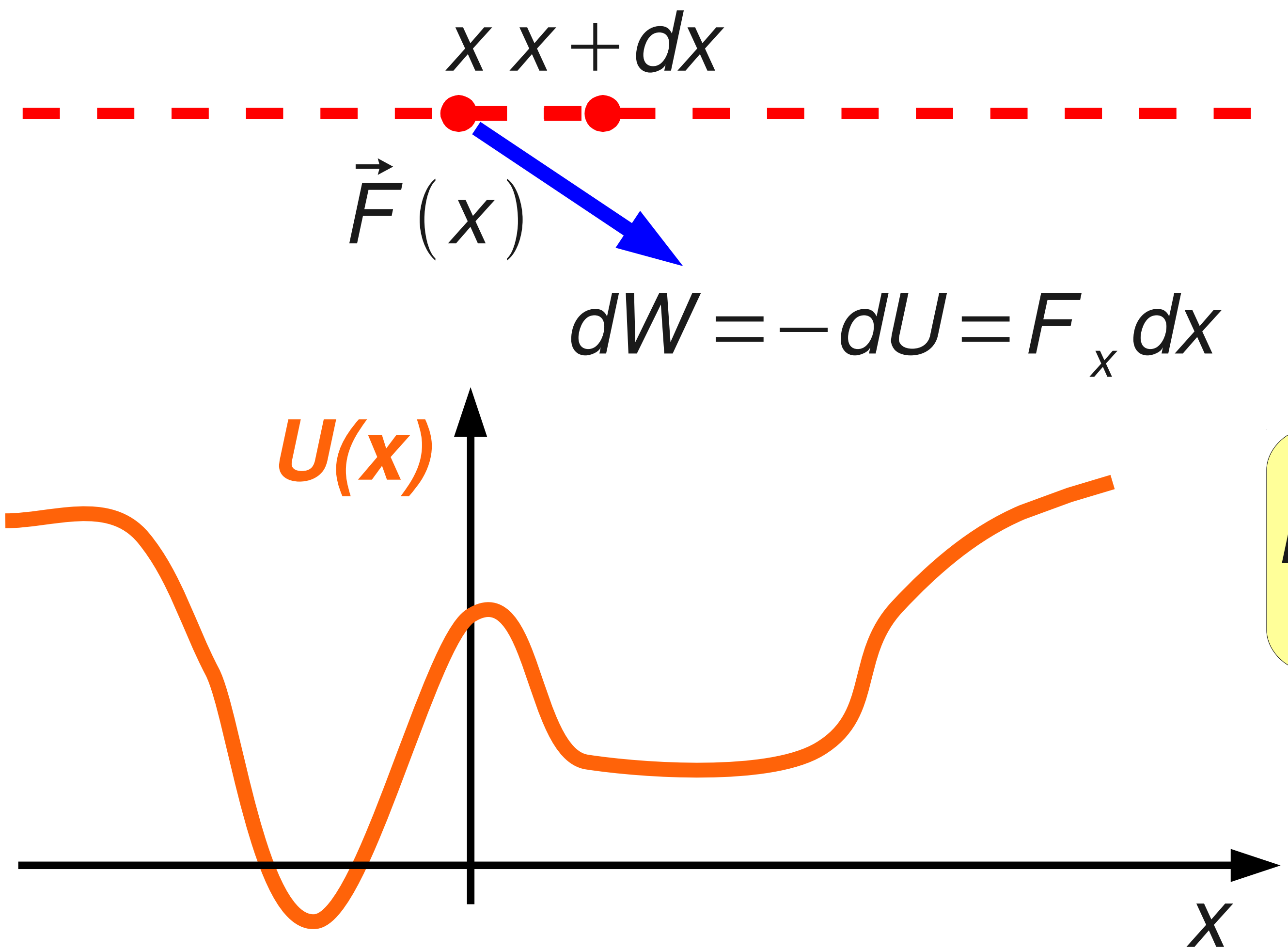
$$W(n.c.) < 0$$

Ex. Motor a combustão
(En. química em En. mec.)

OBS: Se se considera o trabalho de forças **externas** (n.c.) o sistema **não está isolado** (sem conservação)

Força e energia potencial (1D)

1 D (*x*)



$$dW = -dU = F_x \, dx$$

$$F_x = -\frac{dU}{dx}$$

Força e energia potencial (1D) - exemplos

(a) Energia potencial e força da mola em função de x.

(b) Energia potencial gravitacional e força em função de y.

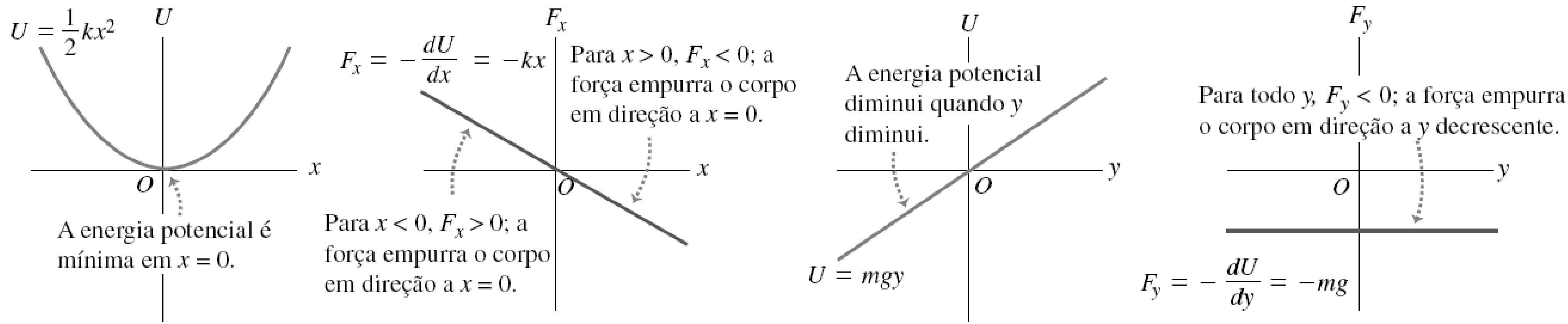
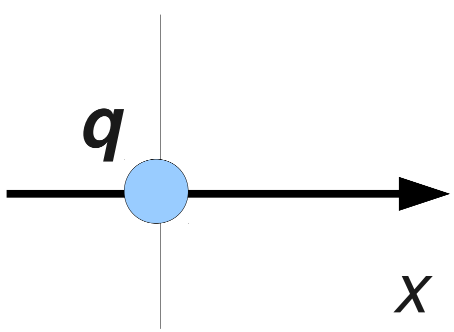


Figura 7.22 Uma força conservativa é a derivada negativa da energia potencial correspondente.

Força elétrica



$$U(x)=\frac{q}{x} \qquad F_x(x)=-\frac{dU}{dx}=-q(-x^{-2})$$

$$\boxed{F_x(x)=-\frac{q}{x^2}}$$

Força e energia potencial (3D)

$$U = U(x, y, z)$$

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \qquad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \qquad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{z} \right)$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} U$$

Gradiente

Força e energia potencial (exemplo 2D)

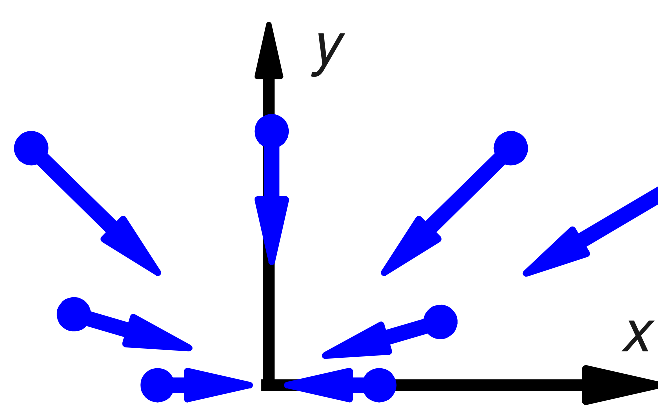
Dado: $$U(x,y)=\frac{1}{2}k(x^2+y^2)$$

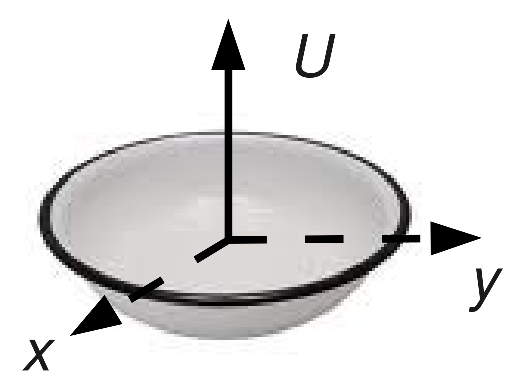
Achar ***F***: $$\vec{F}=-\vec{\nabla}U=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{x}+\frac{\partial U}{\partial y}\hat{y}\right)$$

$$F_x=\frac{\partial U}{\partial x}=k\,x\,,F_y=\frac{\partial U}{\partial y}=k\,y$$

Resp.: $$\vec{F}=-(k\,x\,\hat{x}+k\,y\,\hat{y})$$

Alguns *F*'s de (*x*,*y*):

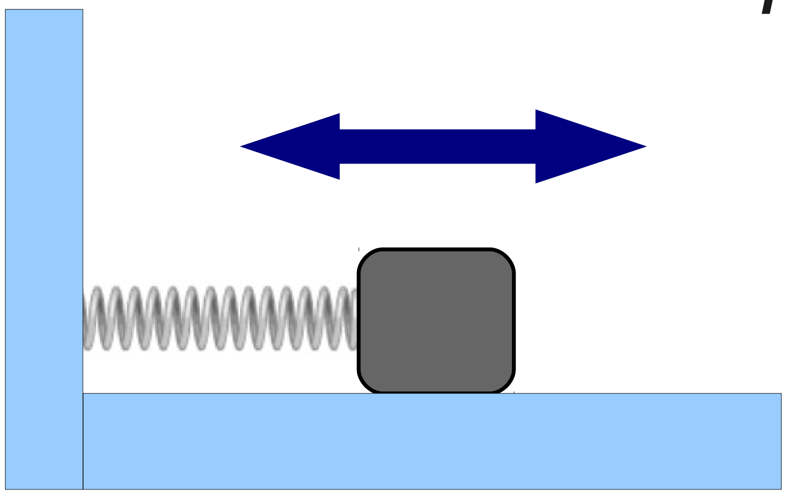




Bacia “parabólica”

Diagramas de energia (1D)

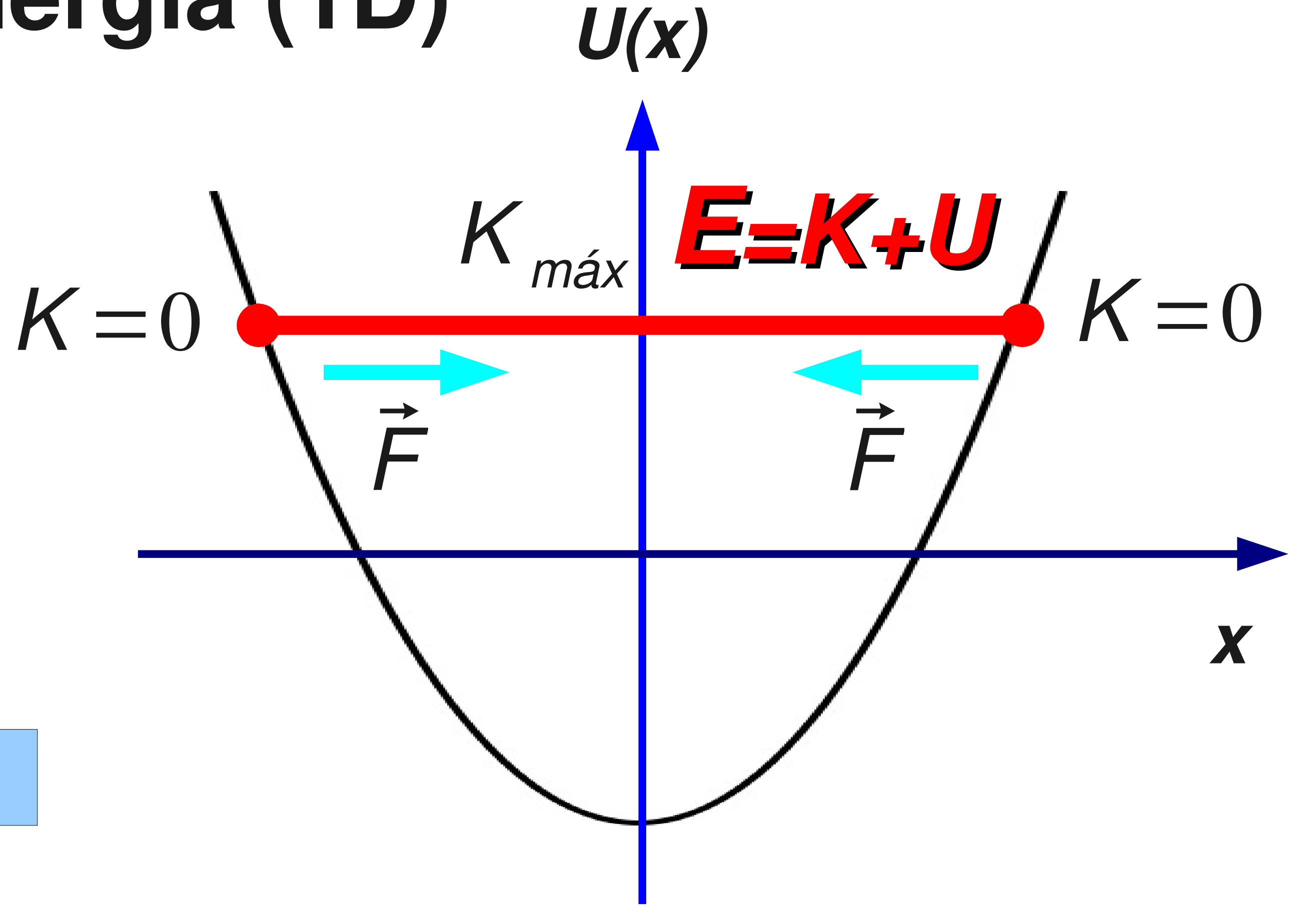
Oscilador harmônico

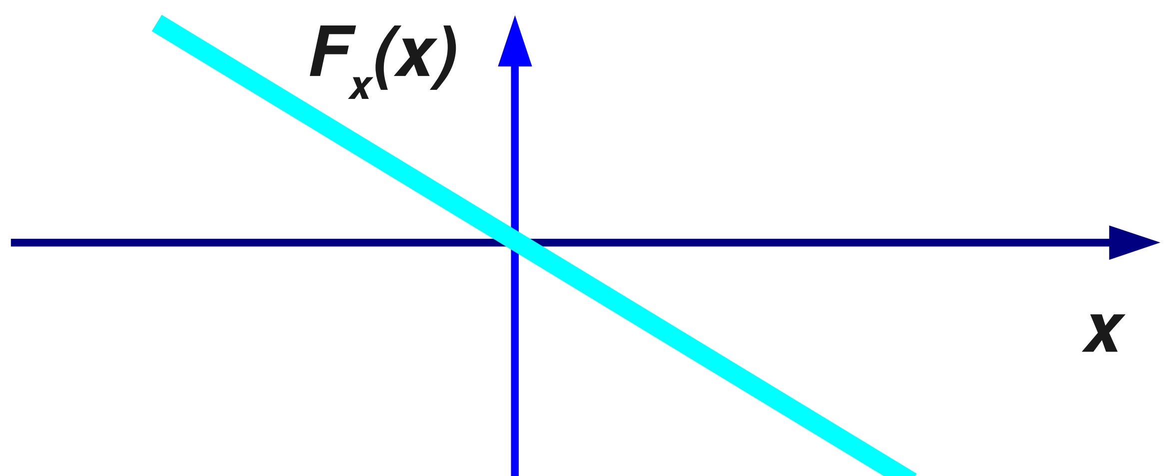


Sem atrito

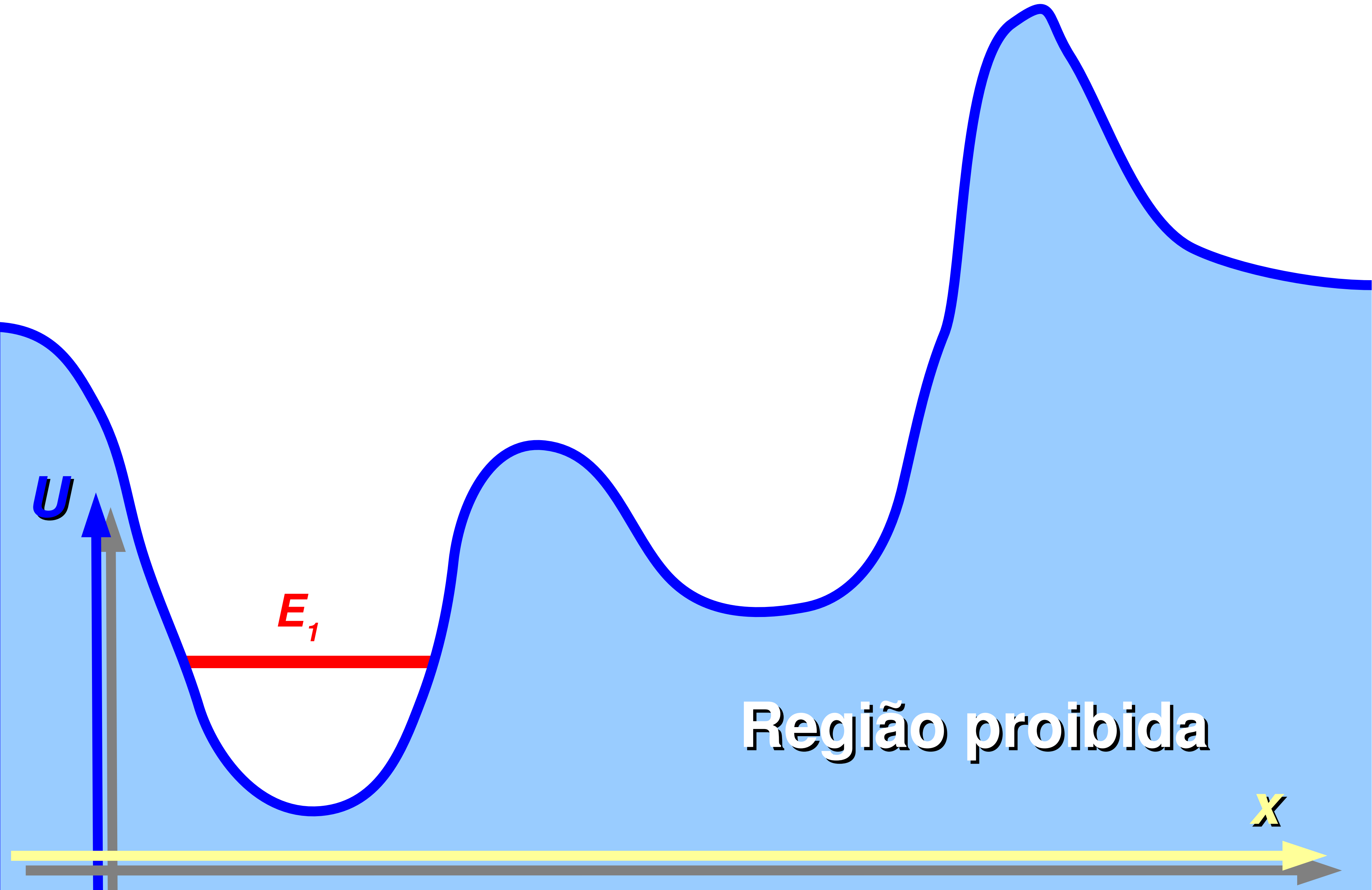
$$U = \frac{1}{2} k x^2$$

$$F_x = -k x$$

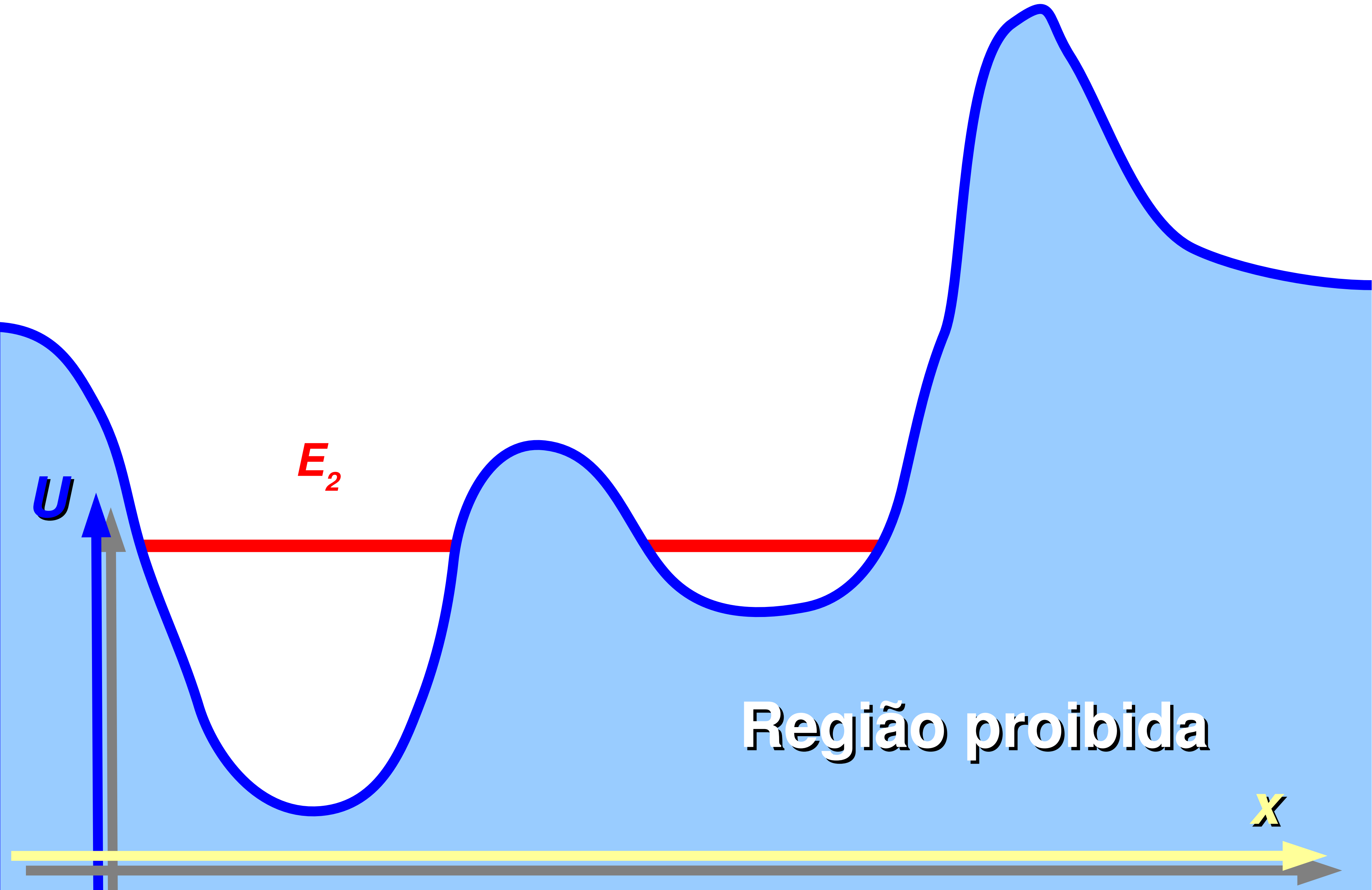




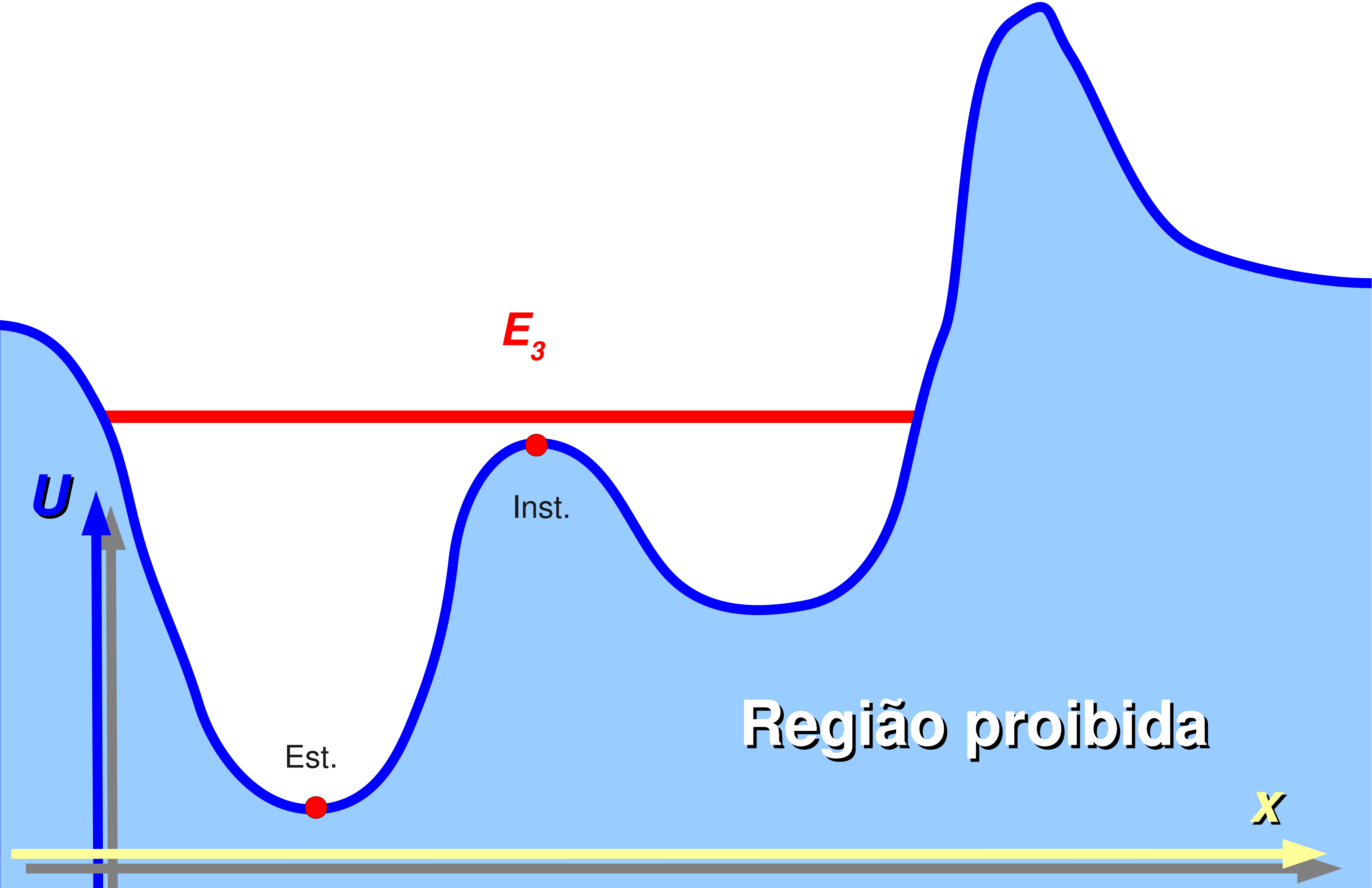
Diagramas de energia



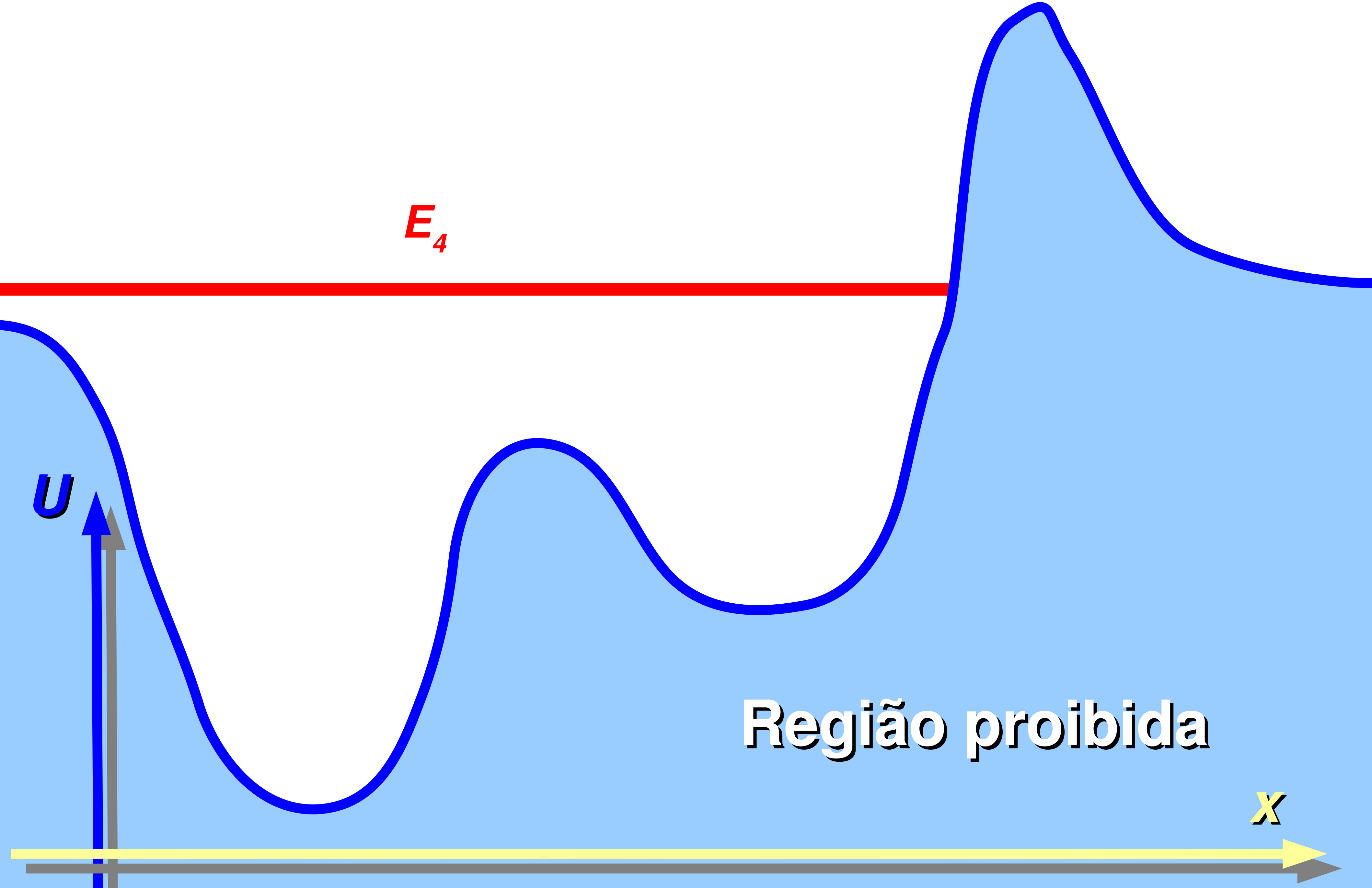
Diagramas de energia



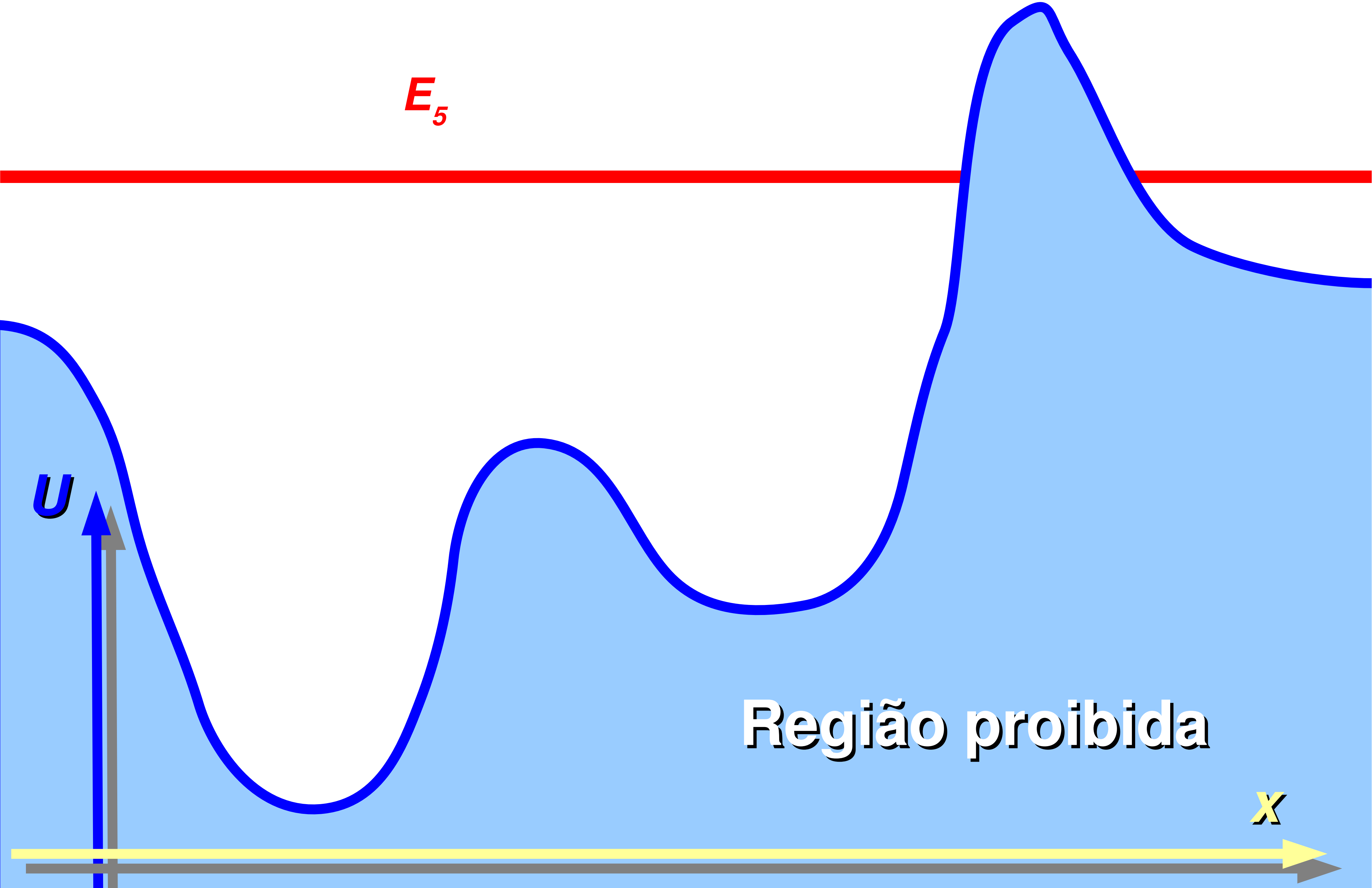
Diagramas de energia



Diagramas de energia



Diagramas de energia



Diagramas de energia