

SIMPLIFICAÇÃO DE CIRCUITOS SEQUENCIAIS

Sel 414 - Sistemas Digitais

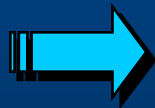
Prof. Homero Schiabel

Equivalência de estados

Dois Estados são equivalentes se não podemos distinguir um do outro, ou seja, não podemos determinar em qual dos dois estados equivalentes o Circuito Sequencial começa, aplicando-se entradas e observando suas saídas.

Se essa condição ocorrer, para qualquer sequência de entrada, um dos Estados é redundante e pode ser removido sem alterar o comportamento do circuito.

**Remover
estados
redundantes é
importante
para**



- 1) Reduzir Custos**
- 2) Reduzir a Complexidade do Circuito**
- 3) Facilitar a Análise de Falhas**

Equivalência de estados

1. Os Estados $S_1, S_2, \dots, S_j$ de um Circuito Sequencial são ditos **equivalentes** se e somente se, para toda sequência de entrada possível, a mesma sequência de saída será produzida independentemente de qual $S_1, S_2, \dots, S_j$ seja o Estado Inicial.
2. Sejam S_k e S_l os Próximos Estados de um Circuito Sequencial quando a entrada I_p é aplicada, estando o circuito nos estados S_i e S_j respectivamente.
 S_i e S_j são **equivalentes** se e somente se, para toda entrada possível I_p :
 - 1 - A saída produzida pelo estado S_i é igual à saída produzida pelo estado S_j
 - 2 - Os Próximos Estados S_k e S_l são **equivalentes**.

Eliminação de Estados redundantes

1. Por Inspeção



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 1
B	C / 0	A / 1
C	D / 1	B / 0
D	C / 0	A / 1
E	D / 0	C / 1



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 1
B	C / 0	A / 1
C	B / 1	B / 0
E	B / 0	C / 1

Eliminação de Estados redundantes

1. Por Inspeção

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 1
B	C / 0	A / 1
C	B / 1	B / 0

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	C / 0
B	D / 0	E / 0
C	G / 0	E / 0
D	H / 0	F / 0
E	G / 0	A / 0
F	G / 1	A / 0
G	D / 0	C / 0
H	H / 0	A / 0

1. Só est. **F** tem comportamento diferente dos outros quanto à saída;
2. Vamos assumir que, inicialmente, todos os demais correspondem ao mesmo estado.
3. Dividir os estados, então, em duas classes (**PARTIÇÕES**)

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₁ / 0	C ₁ / 0
B ₁	D ₁ / 0	E ₁ / 0
C ₁	G ₁ / 0	E ₁ / 0
D ₁	H ₁ / 0	F ₂ / 0
E ₁	G ₁ / 0	A ₁ / 0
F ₂	G ₁ / 1	A ₁ / 0
G ₁	D ₁ / 0	C ₁ / 0
H ₁	H ₁ / 0	A ₁ / 0



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₁ / 0	C ₁ / 0
B ₁	D ₃ / 0	E ₁ / 0
C ₁	G ₁ / 0	E ₁ / 0
D ₃	H ₁ / 0	F ₂ / 0
E ₁	G ₁ / 0	A ₁ / 0
F ₂	G ₁ / 1	A ₁ / 0
G ₁	D ₃ / 0	C ₁ / 0
H ₁	H ₁ / 0	A ₁ / 0



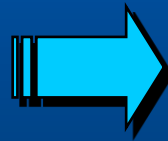
Dois estados cujos Est. Futuros em cada coluna (x=0 e x=1) não estão nas mesmas Partições devem ser estados diferentes



Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₄ / 0	C ₁ / 0
B ₄	D ₃ / 0	E ₁ / 0
C ₁	G ₄ / 0	E ₁ / 0
D ₃	H ₁ / 0	F ₂ / 0
E ₁	G ₄ / 0	A ₁ / 0
F ₂	G ₄ / 1	A ₁ / 0
G ₄	D ₃ / 0	C ₁ / 0
H ₁	H ₁ / 0	A ₁ / 0



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₅	B ₄ / 0	C ₅ / 0
B ₄	D ₃ / 0	E ₅ / 0
C ₅	G ₄ / 0	E ₅ / 0
D ₃	H ₁ / 0	F ₂ / 0
E ₅	G ₄ / 0	A ₅ / 0
F ₂	G ₄ / 1	A ₅ / 0
G ₄	D ₃ / 0	C ₅ / 0
H ₁	H ₁ / 0	A ₅ / 0

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
a	b / 0	a / 0
b	c / 0	a / 0
c	e / 0	d / 0
d	b / 1	a / 0
e	e / 0	a / 0

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição (outro modelo)

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	E / 0	D / 0
B	A / 1	F / 0
C	C / 0	A / 1
D	B / 0	A / 0
E	D / 1	C / 0
F	C / 0	D / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

$P_0 = (A \mid B \mid C \mid D \mid E \mid F \mid G \mid H)$

$X=0 \rightarrow 0 \mid 1 \mid 0 \mid 0 \mid 1 \mid 0 \mid 1 \mid 1$

$X=1 \rightarrow 0 \mid 0 \mid 1 \mid 0 \mid 0 \mid 1 \mid 1 \mid 1$

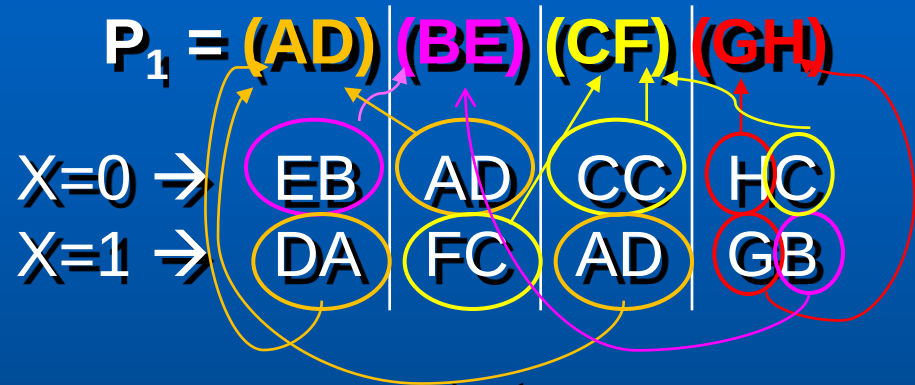


$P_1 = (AD) (BE) (CF) (GH)$

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição (outro modelo)

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	E / 0	D / 0
B	A / 1	F / 0
C	C / 0	A / 1
D	B / 0	A / 0
E	D / 1	C / 0
F	C / 0	D / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1



(G) (H) → outras partições

$P_2 = (\text{AD}) (\text{BE}) (\text{CF}) (\text{G}) (\text{H})$

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição (outro modelo)

$$P_2 = (AD) (BE) (CF) (G) (H)$$

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	A / 1	C / 0
C	C / 0	A / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – múltiplas entradas

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	F / 0	A / 0
B	C / 1	D / 0	E / 1	F / 0
C	C / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	F / 0
E	C / 1	F / 0	E / 1	A / 0
F	D / 0	D / 0	A / 0	F / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0
H	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0

$P_0 =$

A	B	C	D	E	F	G	H
0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0

$P_1 = (A \ D \ F \ G) (B \ C \ E \ H)$

00 - D D D G C C C B

01 - D **B** D G D D F D

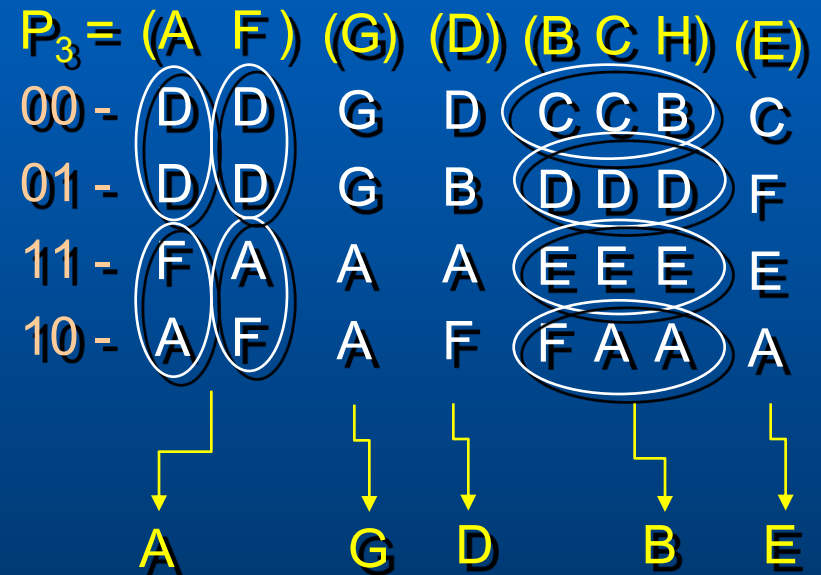
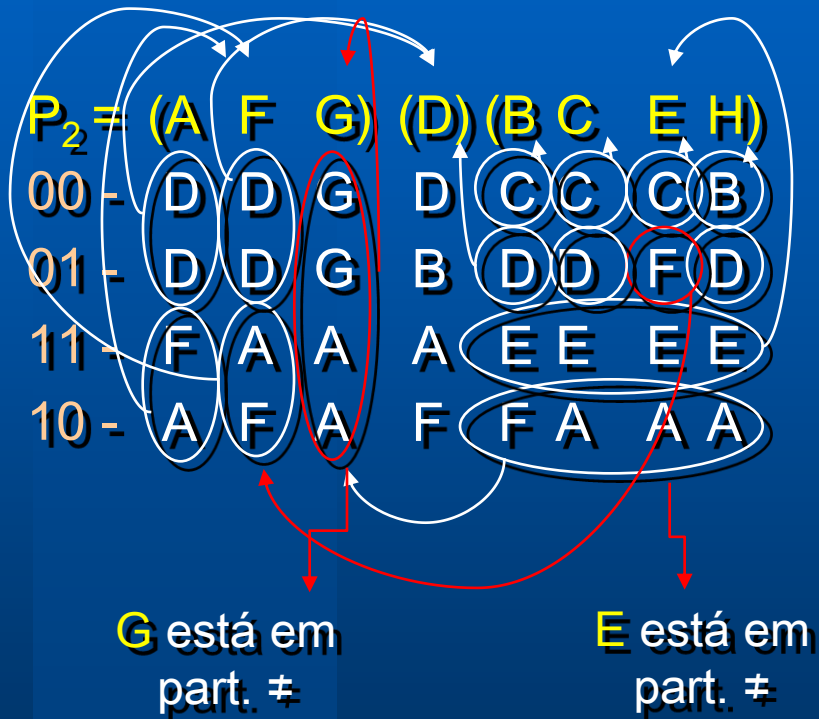
11 - F A A A E E E E

10 - A F F A F A A A

D está em outra partição ←

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – múltiplas entradas



Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – múltiplas entradas

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	A / 0	A / 0
B	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	A / 0
E	B / 1	A / 0	E / 1	A / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – Exemplo completo

Detector de sequência (mod. Mealy)
(entrada X , saída Z)

- Para $X = 0 \Rightarrow Z = 1$ SE anteriormente $X = 1001$
 $\Rightarrow$ sequência bem sucedida para $Z = 1$ é $X = 10010$
- Vamos supor a sequência:

C_k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
X	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
Z	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

The diagram illustrates the sequence of inputs X and outputs Z for a Mealy machine. The input sequence X is 1 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0. The output sequence Z is 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0. Colored brackets and arrows highlight specific state transitions: a yellow bracket under $X[1:5]$ points to $Z[6]=1$; a green bracket under $X[5:9]$ points to $Z[10]=1$; and a blue bracket under $X[16:20]$ points to $Z[21]=1$.

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – Exemplo completo

(a) Diagrama de Estados

- Consideraremos o primeiro estado como aquele atingido após a sucessão de dois ou mais 1 consecutivos (no ex., é o estado do sistema no terceiro pulso de C_k) $\Rightarrow$ primeiro bit de uma sequência que **pode** ser bem sucedida foi recebido (qualquer coisa anterior é irrelevante)

$C_k = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \ 17 \ 18 \ 19 \ 20 \ 21$
 $X = 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0$
 $Z = 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0$



Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – Exemplo completo

(b) Tabela de Estados

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	F / 0
C	G / 0	D / 0
D	E / 1	A / 0
E	C / 0	A / 0
F	B / 0	A / 0
G	G / 0	F / 0



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	A / 0
C	G / 0	D / 0
D	E / 1	A / 0
E	C / 0	A / 0
G	G / 0	A / 0

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – Exemplo completo

(b) Tabela de Estados

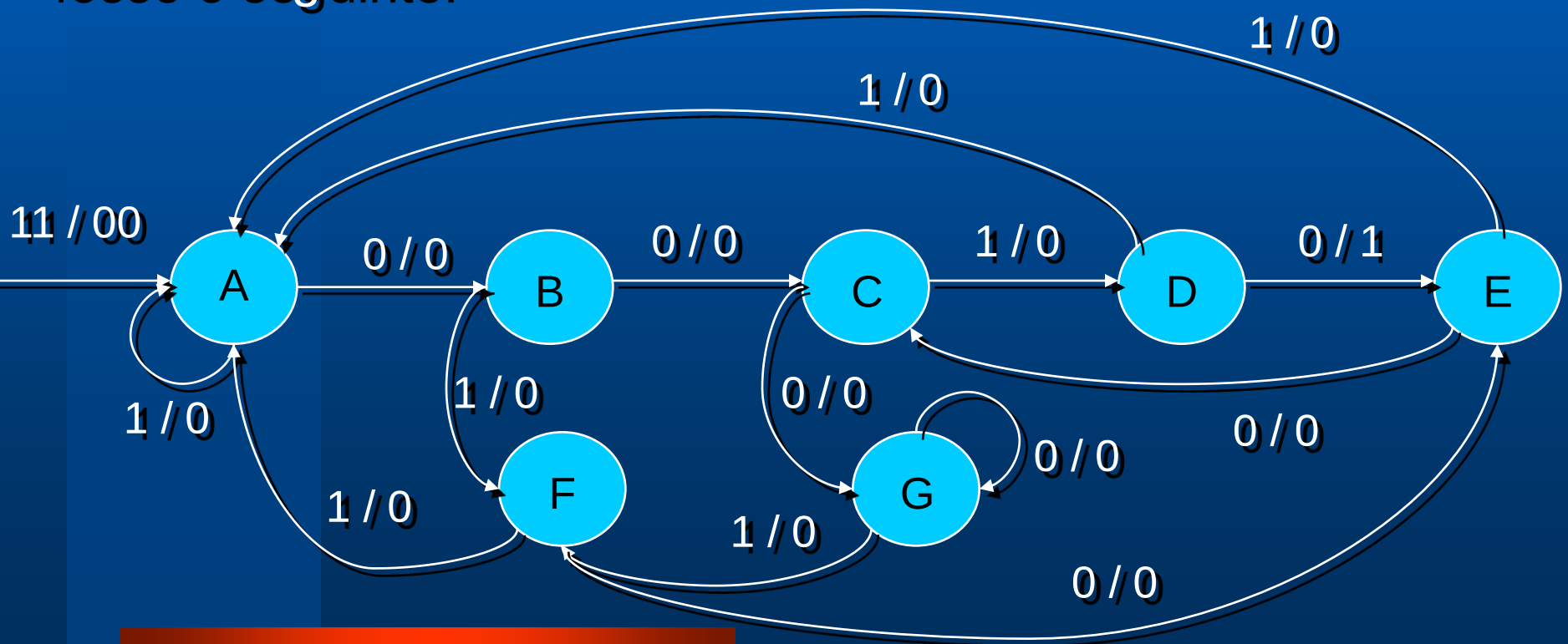
TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	A / 0
C	G / 0	D / 0
D	B / 1	A / 0
G	G / 0	A / 0

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – Exemplo completo

Exercício: Determine a Tabela de Estados final para o mesmo detector de sequência se o diagrama de estados fosse o seguinte:



Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – Exemplo completo

(b) Tabela de Estados

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	C / 0	F / 0
C	G / 0	D / 0
D	E / 1	A / 0
E	C / 0	A / 0
F	E / 0	A / 0
G	G / 0	F / 0



Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₁	A ₁
B ₁	C ₁	F ₁
C ₁	G ₁	D ₂
D ₂	E ₁	A ₁
E ₁	C ₁	A ₁
F ₁	E ₁	A ₁
G ₁	G ₁	F ₁

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – Exemplo completo

(b) Tabela de Estados

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₁	A ₁
B ₁	C ₃	F ₁
C ₃	G ₁	D ₂
D ₂	E ₁	A ₁
E ₁	C ₃	A ₁
F ₁	E ₁	A ₁
G ₁	G ₁	F ₁

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A ₁	B ₄	A ₁
B ₄	C ₃	F ₁
C ₃	G ₁	D ₂
D ₂	E ₄	A ₁
E ₄	C ₃	A ₁
F ₁	E ₄	A ₁
G ₁	G ₁	F ₁

Eliminação de Estados redundantes

2. Por Partição – Exemplo completo

(b) Tabela de Estados

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
→ A ₅	B ₄	A ₅
B ₄	C ₃	F ₅
C ₃	G ₁	D ₂
D ₂	E ₄	A ₅
E ₄	C ₃	A ₅
→ F ₅	E ₄	A ₅
G ₁	G ₁	F ₅

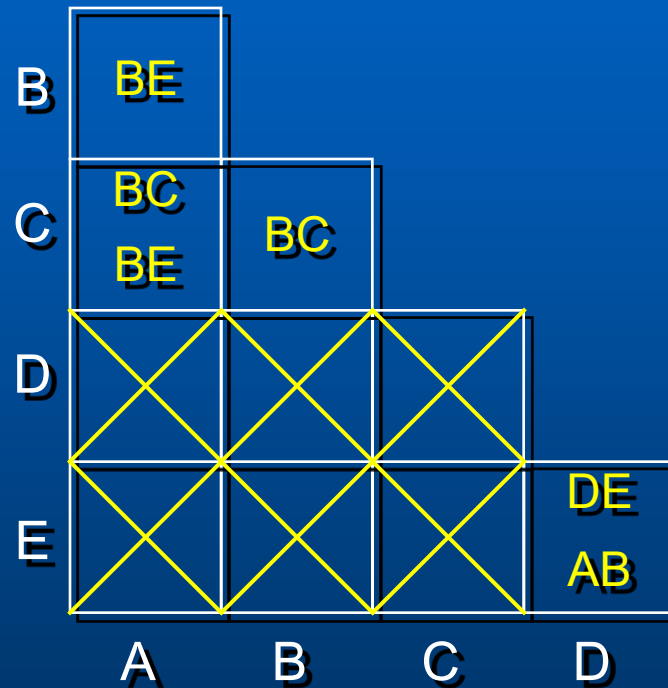
TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
a	b / 0	a / 0
b	c / 0	a / 0
c	g / 0	d / 0
d	b / 1	a / 0
g	g / 0	a / 0

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

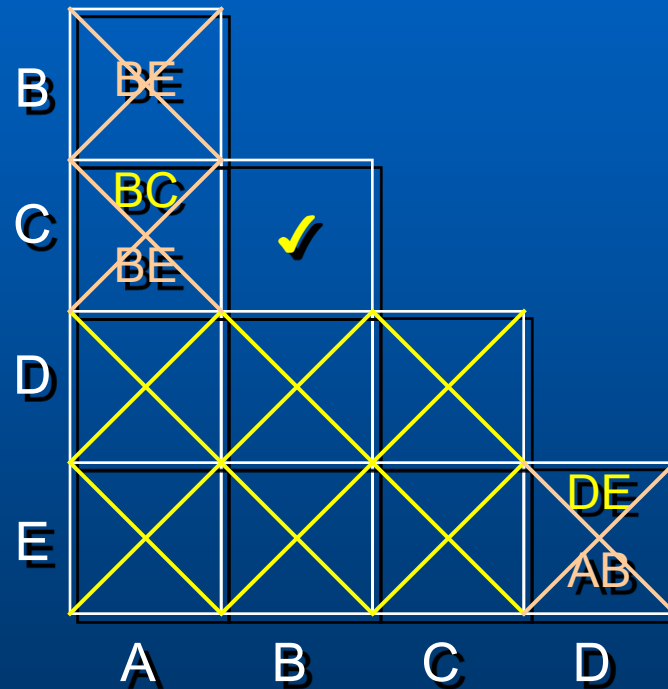
Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	C / 1	B / 0
B	C / 1	E / 0
C	B / 1	E / 0
D	D / 0	B / 1
E	E / 0	A / 1



Eliminação de Estados redundantes

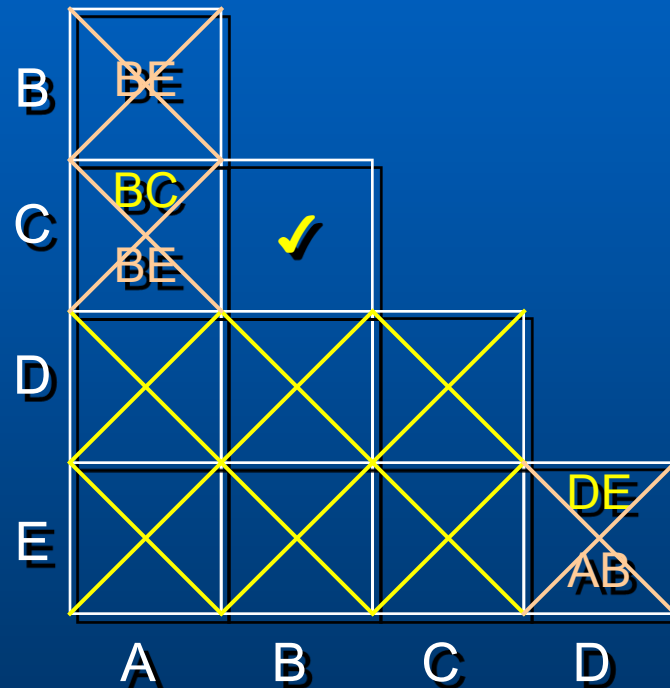
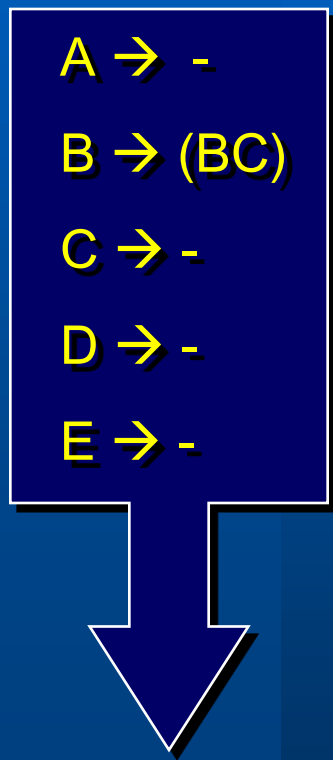
3. Pela Tabela de Implicação

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	C / 1	B / 0
B	C / 1	E / 0
C	B / 1	E / 0
D	D / 0	B / 1
E	E / 0	A / 1



Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

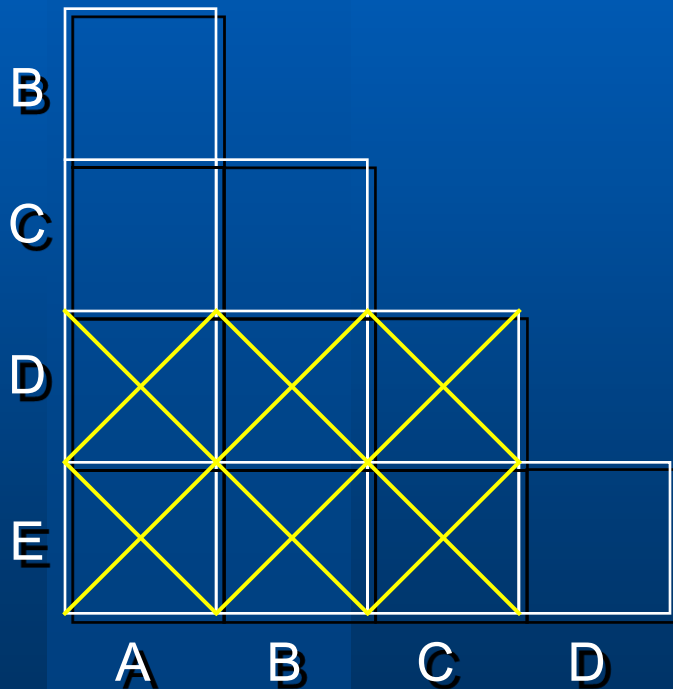


Partições de Equivalência $\Rightarrow P_K = (A) (BC) (D) (E)$

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

MÉTODO



1. Formar a tabela:

- Vertical ➡ estados exceto o 1º
- Horizontal ➡ estados exceto o último

(*) *Cruzamento linha-coluna* ➡ teste de equivalência dos estados

2. Colocar X nas células em que as saídas não são = para qualquer entrada

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

MÉTODO

B	BE			
C	BC BE	BC		
D				
E				DE AB
	A	B	C	D

3. Completar células vazias com pares de *Estados Futuros* cuja equivalência está implicada pelos dois estados da intersecção
4. Se os pares implicados numa célula são os que a definem, ou se os Estados Futuros da célula são os mesmos ➡ marcar ✓ (esses estados são equivalentes)

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

MÉTODO

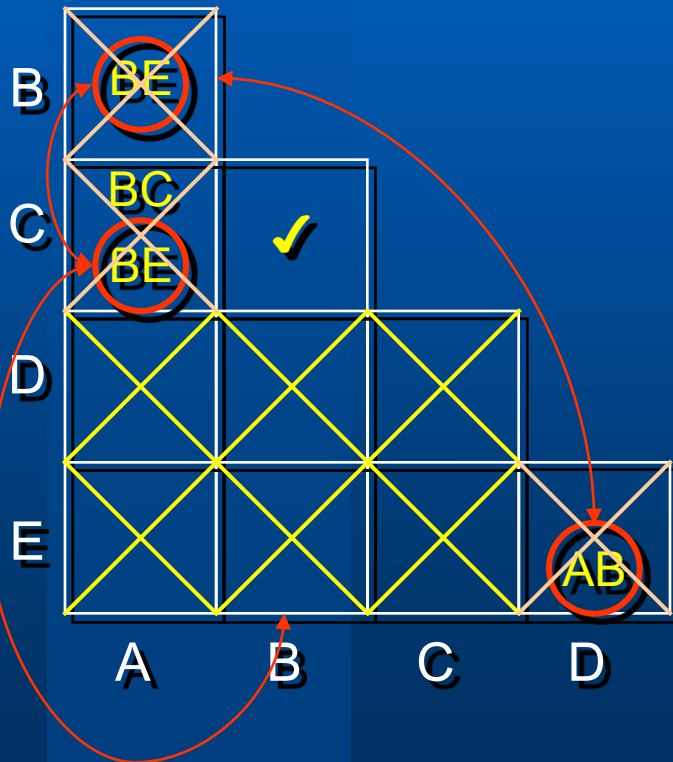
B	BE			
C	BC BE	✓		
D				
E				AB
	A	B	C	D

3. Completar células vazias com pares de *Estados Futuros* cuja equivalência está implicada pelos dois estados da intersecção
4. Se os pares implicados numa célula são os que a definem, ou se os Estados Futuros da célula são os mesmos ➡ marcar ✓ (esses estados são equivalentes)

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

MÉTODO



5. Verificar se devem ser cruzadas outras células, além das já marcadas
6. Montar a tabela final, listando os estados que definem a linha horizontal na Tab. Implicação (examiná-la coluna a coluna procurando células não cruzadas – Estados **EQUIVALENTES**).

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

EXERCÍCIOS – Simplificar as tab. de estados abaixo

3.1

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	E / 0	D / 0
B	A / 1	F / 0
C	C / 0	A / 1
D	B / 0	A / 0
E	D / 1	C / 0
F	C / 0	D / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

3.2

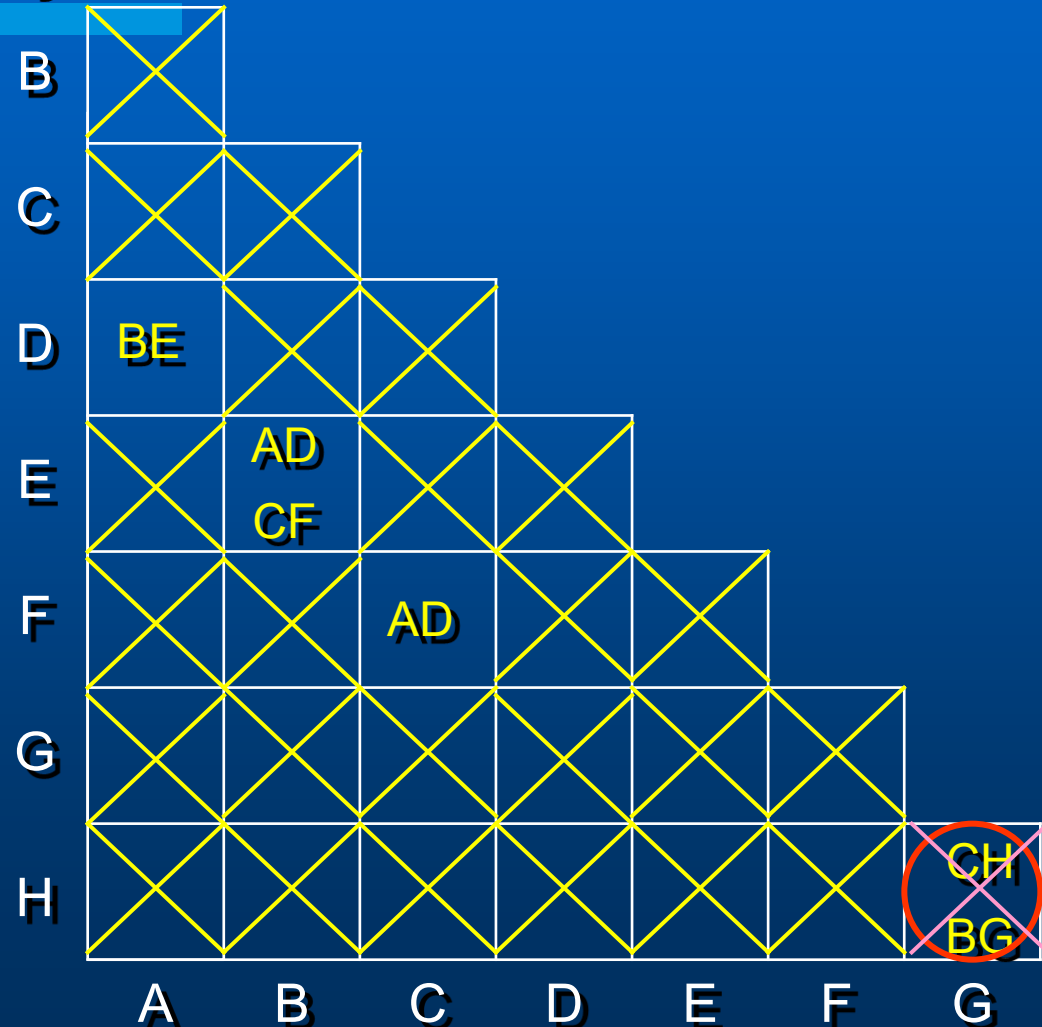
Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	F / 0	A / 0
B	C / 1	D / 0	E / 1	F / 0
C	C / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	F / 0
E	C / 1	F / 0	E / 1	A / 0
F	D / 0	D / 0	A / 0	F / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0
H	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

3.1

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	E / 0	D / 0
B	A / 1	F / 0
C	C / 0	A / 1
D	B / 0	A / 0
E	D / 1	C / 0
F	C / 0	D / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1



Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

A $\Rightarrow$ (BE)
B $\Rightarrow$ (AD) (CF)
C $\Rightarrow$ (AD)
D $\Rightarrow$ -
E $\Rightarrow$ -
F $\Rightarrow$ -
G $\Rightarrow$ -
H $\Rightarrow$ -

$P_K = (AD) (BE) (CF) (G) (H)$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
A B C G H

B							
C							
D	BE						
E		AD CF					
F			AD				
G							
H							CH BG
	A	B	C	D	E	F	G

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

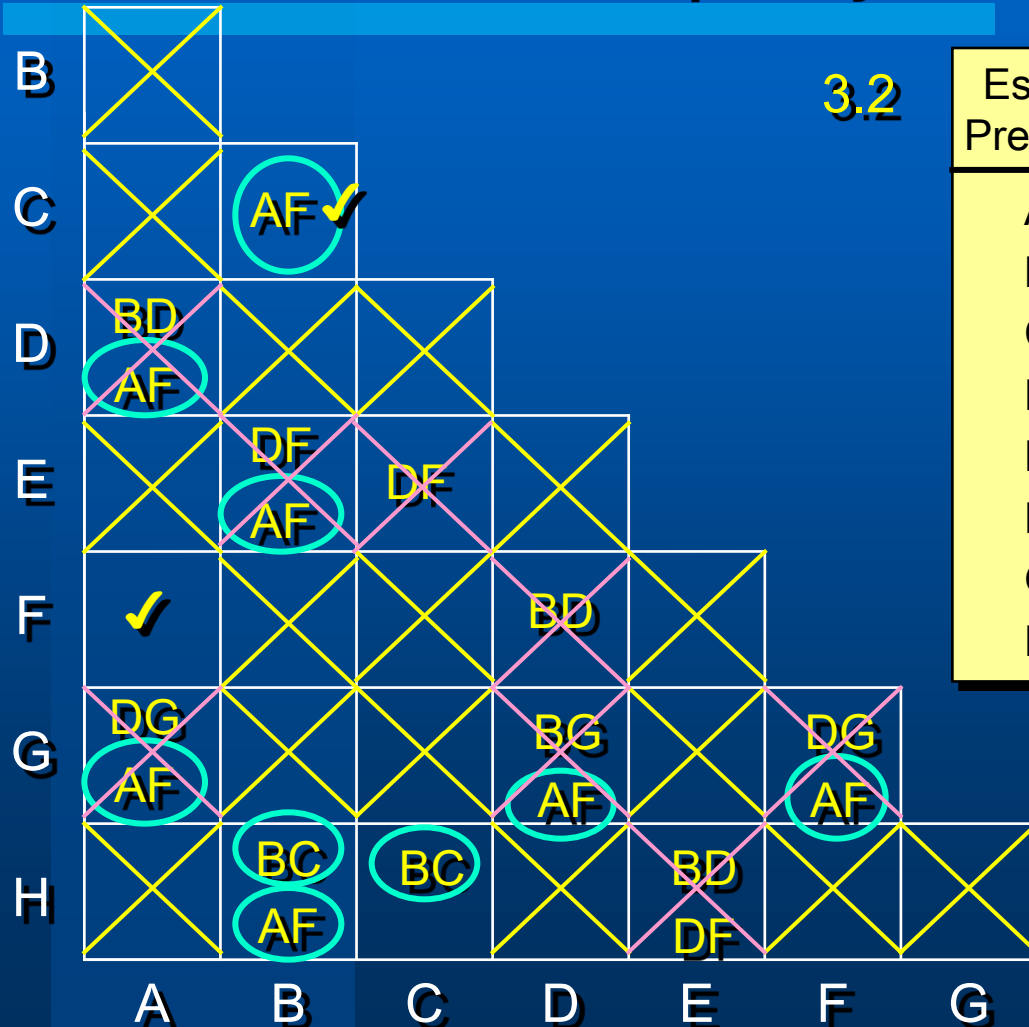
3.1

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída	
	X = 0	X = 1
A	B / 0	A / 0
B	A / 1	C / 0
C	C / 0	A / 1
G	H / 1	G / 1
H	C / 1	B / 1

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação



3.2

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	F / 0	A / 0
B	C / 1	D / 0	E / 1	F / 0
C	C / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	F / 0
E	C / 1	F / 0	E / 1	A / 0
F	D / 0	D / 0	A / 0	F / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0
H	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

B							
C							
D	BD AF						
E		DF AF	DF				
F				BD			
G	DG AF			BG AF		DG AF	
H				BD DF			
A							
B							
C							
D							
E							
F							
G							
H							

(BCH) ← (BC) (BH) (CH)

A → (AF)
 B → (BC) (BH)
 C → (CH)
 D → -
 E → -
 F → -
 G → -
 H → -

$P_K = (AF) (BCH) (D) (E) (G)$
 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
 A B D E G

Eliminação de Estados redundantes

3. Pela Tabela de Implicação

3.2

TABELA FINAL

Estado Presente	Est. Futuro / Saída			
	00	01	11	10
A	D / 0	D / 0	A / 0	A / 0
B	B / 1	D / 0	E / 1	A / 0
D	D / 0	B / 0	A / 0	A / 0
E	B / 1	A / 0	E / 1	A / 0
G	G / 0	G / 0	A / 0	A / 0