



SEL 0449 - Processamento Digital de Imagens Médicas

Aula 3 – Processamento Espacial

Prof. Dr. Marcelo Andrade da Costa Vieira

mvieira@sc.usp.br

Processamento Espacial

- Transformações ponto a ponto
 - Histograma
 - Transformações lineares
 - Transformações não-lineares
- Transformações por vizinhança
 - Convolução
 - Filtros lineares
 - Filtros derivativos – detectores de borda



Processamento Espacial

Parte 1

- Transformações ponto a ponto
 - Histograma
 - Transformações lineares
 - Transformações não-lineares
- Transformações por vizinhança
 - Convolução
 - Filtros lineares
 - Filtros derivativos – detectores de borda

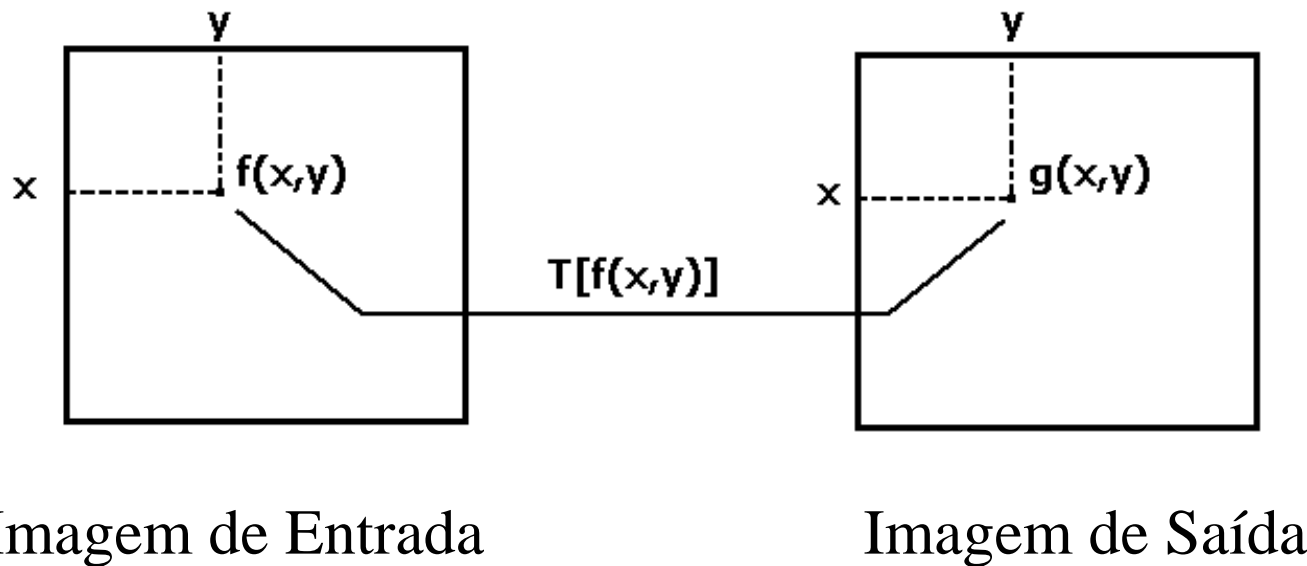


Transformações Ponto a Ponto

Operadores Ponto a Ponto

(Transformações de níveis de Cinza ou Mapeamento)

Cada ponto na Imagem de Entrada gera um só ponto na Imagem de Saída

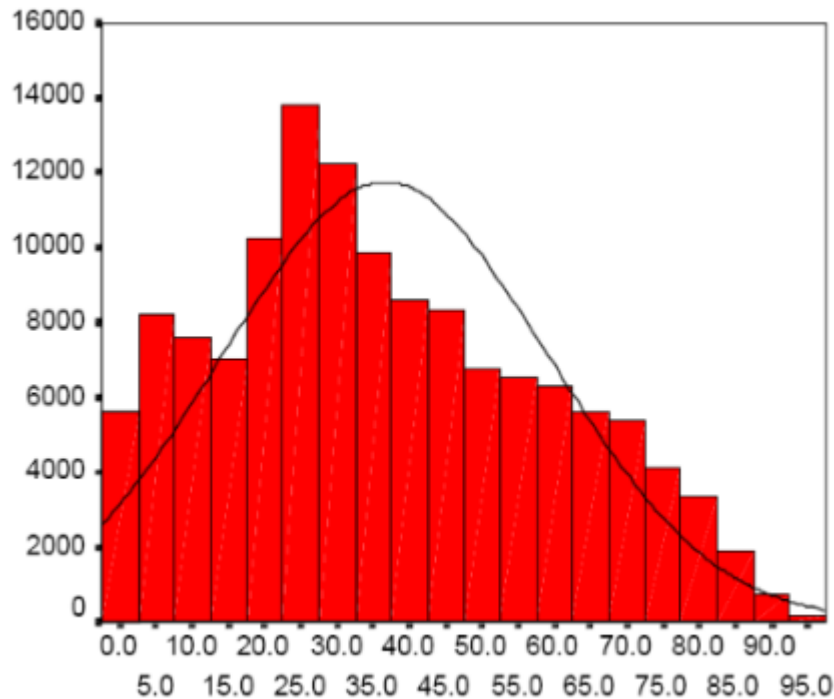


$T[f(x,y)] \implies$ Operação sobre cada ponto (cada Pixel)
da Imagem de Entrada

Histogramas

O histograma de uma imagem em tons de cinza é uma função $H(k)$ que produz o número de ocorrências de cada nível de cinza na imagem.

$$0 \leq k \leq L - 1$$



L é o número de níveis de cinza da imagem.

Histogramas

Histograma Normalizado:

O histograma é normalizado em $[0,1]$ quando se divide $H(k)$ pelo número $n = N \times M$ de pixels da imagem.

Ele representa a distribuição de probabilidade dos valores dos pixels.

Cada elemento do conjunto é calculado por :

$$P_r (r_k) = \frac{n_k}{n}$$

$$0 \leq r_k \leq 1$$

Histogramas

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

$k = 0, 1, \dots, L-1$, e L é o número de níveis de cinza da imagem.

n = número total de pixels na imagem

n_k = número de pixels cujo nível de cinza corresponde a k .

$P_r(r_k)$ = Probabilidade do K -ésimo nível de cinza.

Exemplo:

Seja uma imagem de 128x128 pixels cujas quantidades de pixels em cada nível de cinza são dadas na tabela abaixo: (8 Níveis de cinza)

$$n = 128 \times 128 = 16.384 \text{ pixels}$$

Nível de Cinza (r_k)	n_k	$P_r(r_k) = n_k/n$
0	1120	0,068
1	3214	0,196
2	4850	0,296
3	3425	0,209
4	1995	0,122
5	784	0,048
6	541	0,033
7	455	0,028

$$Pr(0) = 1120/16.384 \\ = 0.068$$

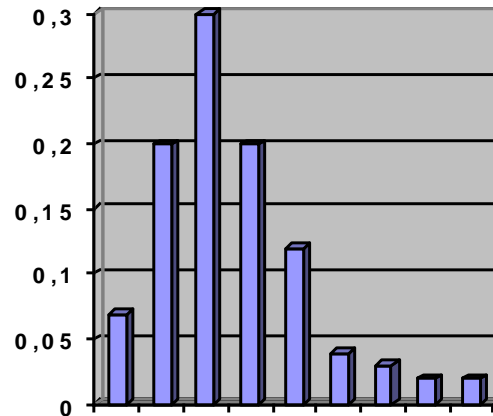
$$Pr(7) = 3214/16.384 \\ = 0,196$$

Características Importantes

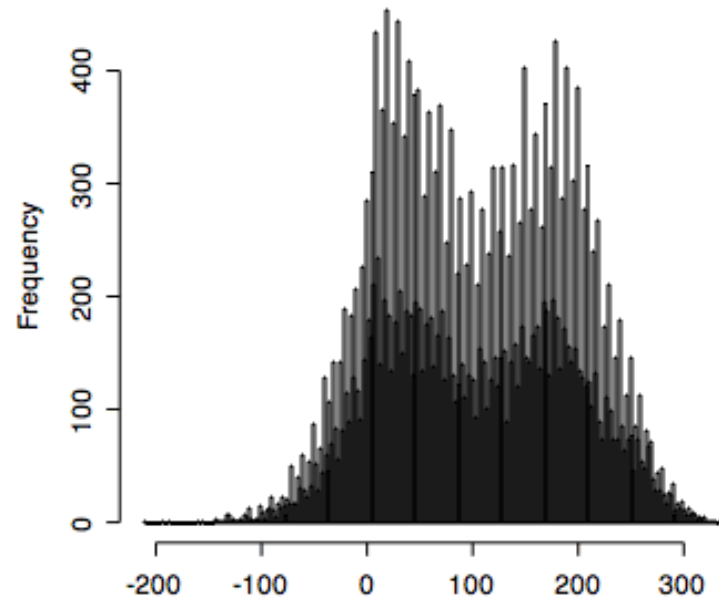
1) Um histograma é uma função de Distribuição de probabilidades

$$2) \sum P_r (r_k) = 1$$

3) Representação gráfica de um Histograma

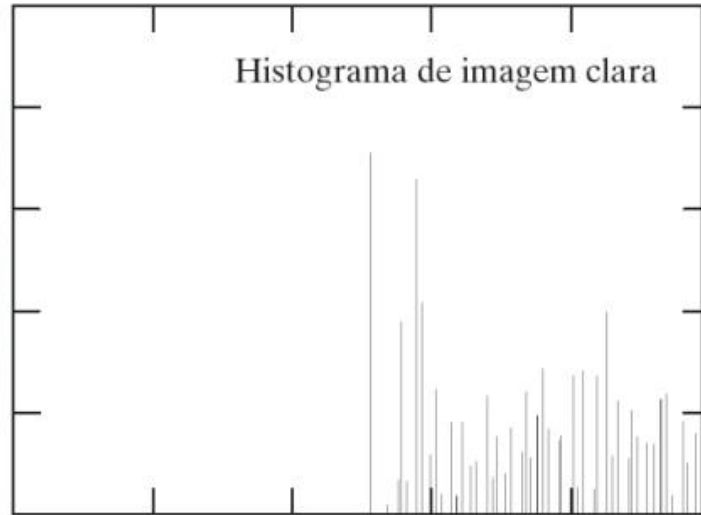
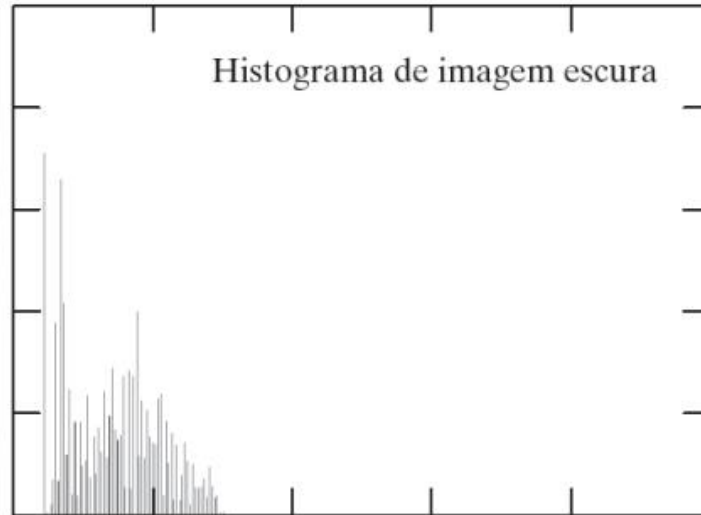
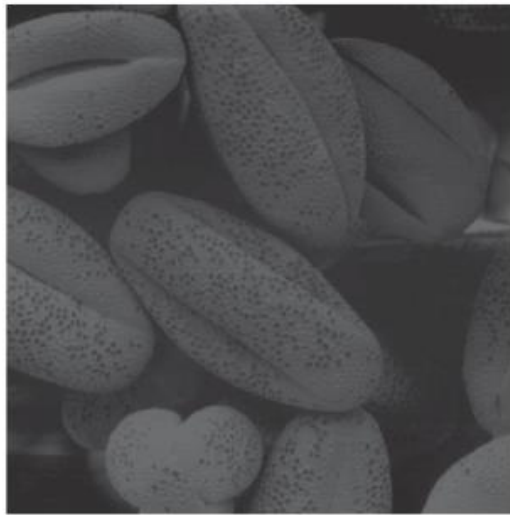


Exemplos de Histogramas

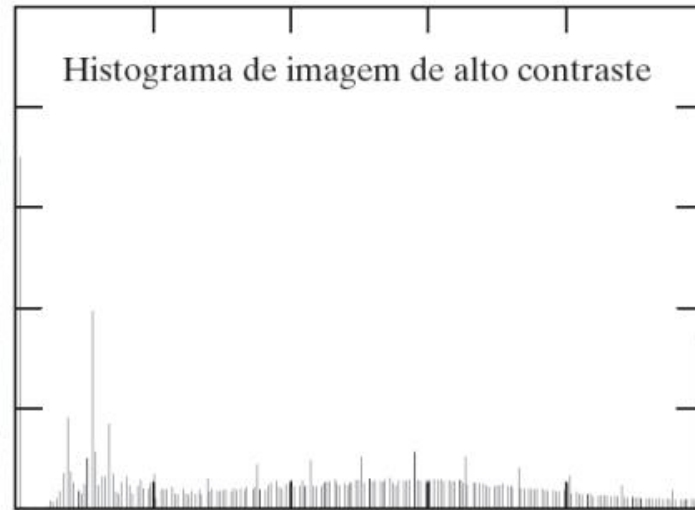
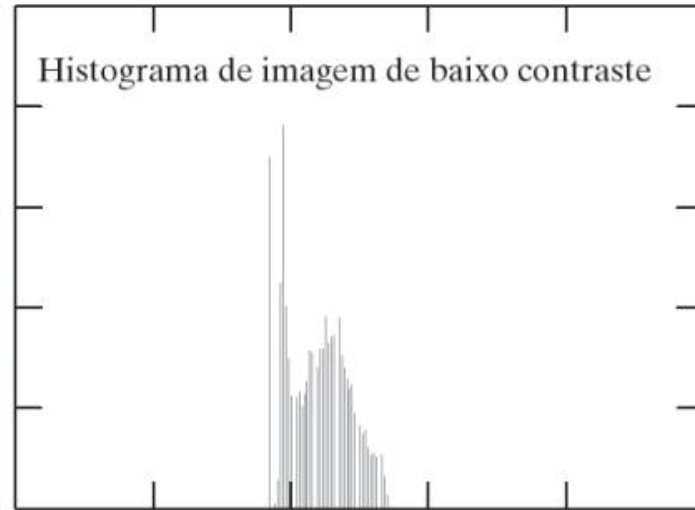


Obs: O Histograma não traz informação posicional sobre os pixels da Imagem

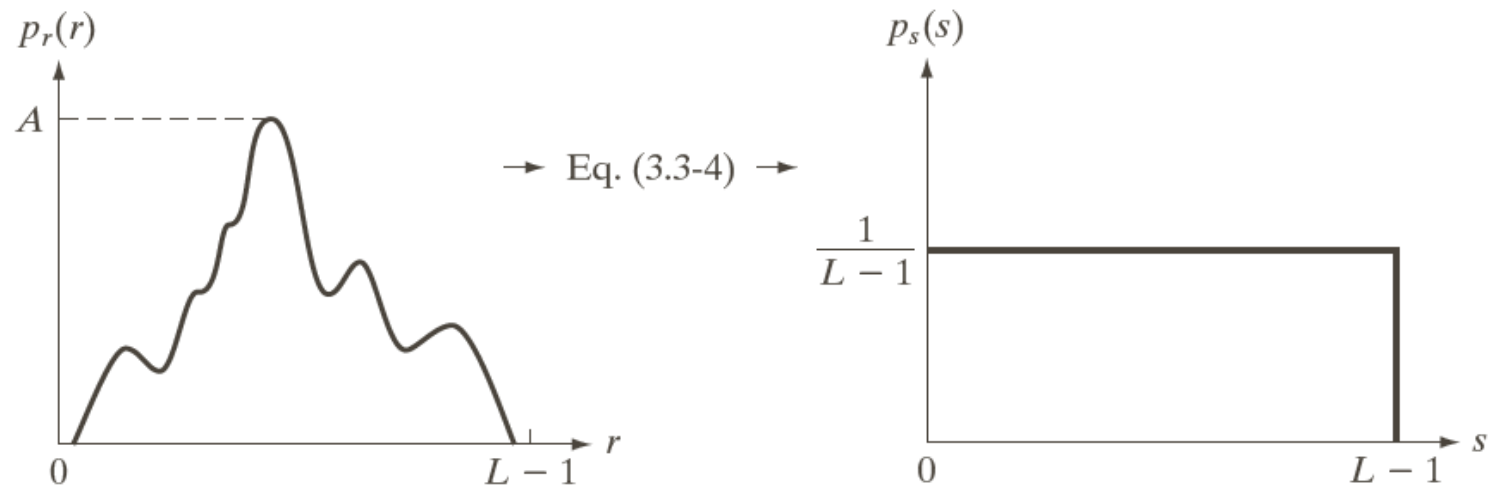
Exemplos de Histogramas



Exemplos de Histogramas



Equalização do histograma:



a b

FIGURE 3.18 (a) An arbitrary PDF. (b) Result of applying the transformation in Eq. (3.3-4) to all intensity levels, r . The resulting intensities, s , have a uniform PDF, independently of the form of the PDF of the r 's.

Equalização do histograma:

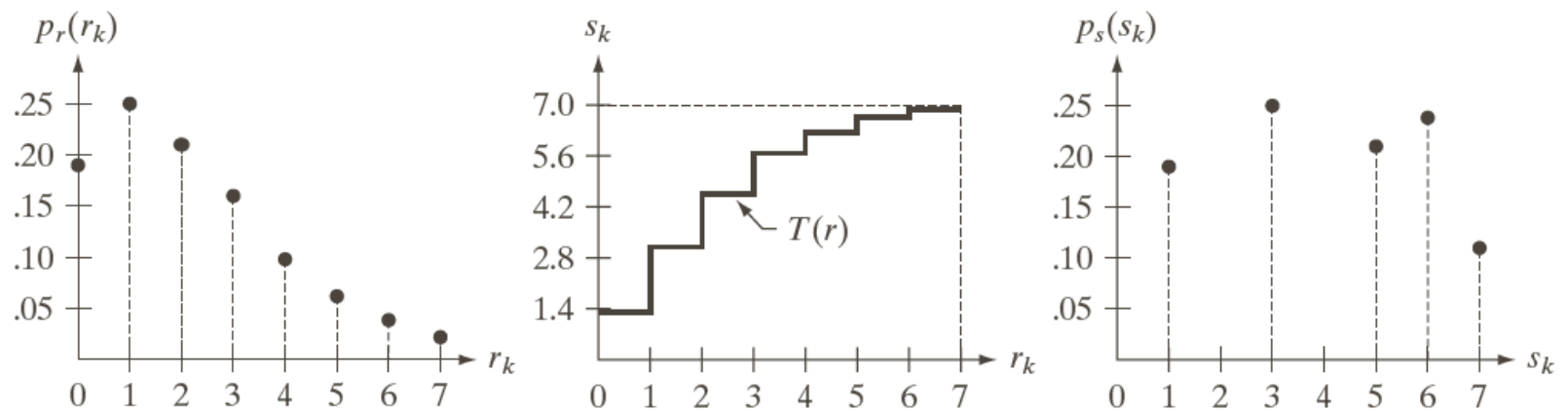
- ❑ Aumentar o contraste geral na Imagem espalhando a distribuição de níveis de cinza.

Exemplo:

Dada uma Imagem de $n \times m$ Pixels e “g” níveis de cinza.

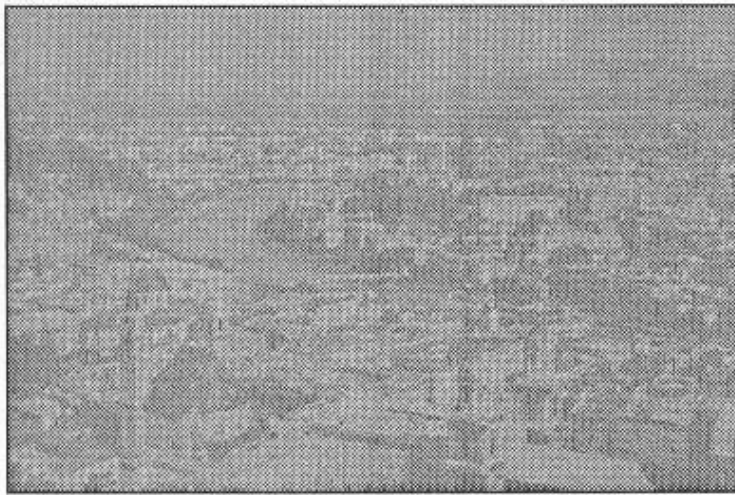
No. Ideal de pixels em cada nível $\Rightarrow I = (n \times m)/g$

Exemplo:



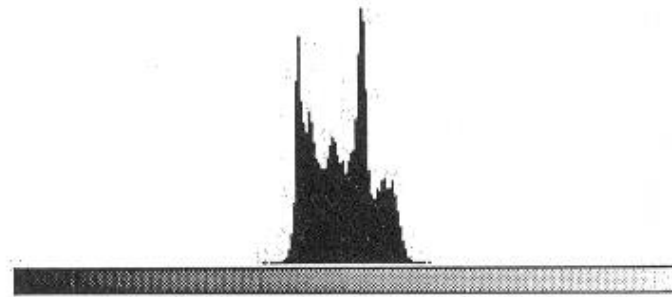
a b c

FIGURE 3.19 Illustration of histogram equalization of a 3-bit (8 intensity levels) image. (a) Original histogram. (b) Transformation function. (c) Equalized histogram.



(a)

a) Imagem Original



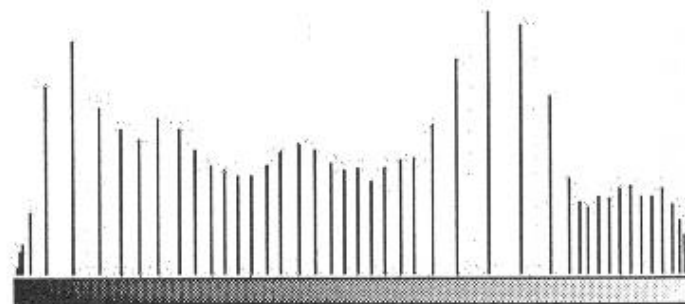
(b)

b) Histograma original



(c)

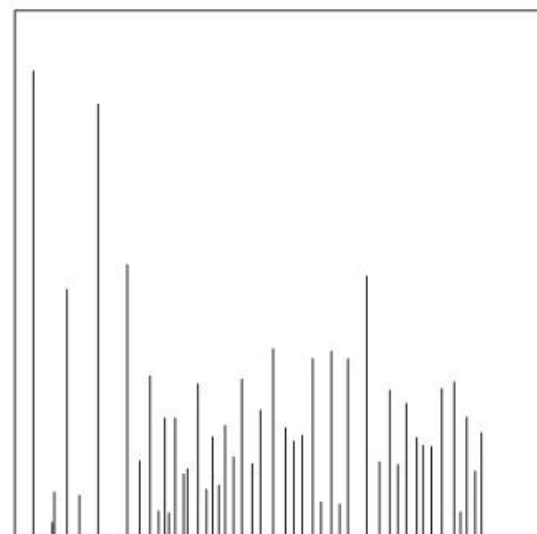
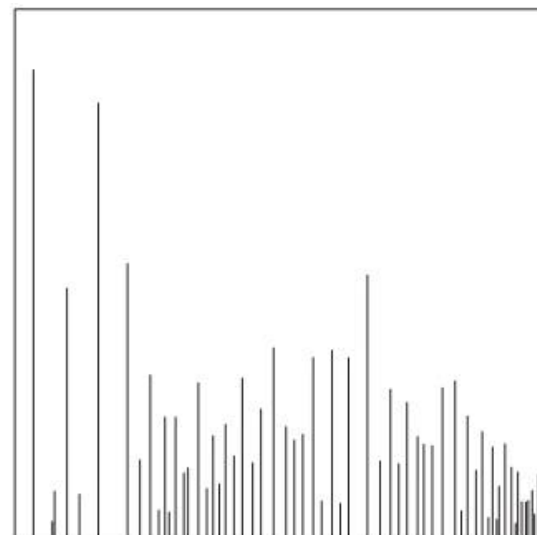
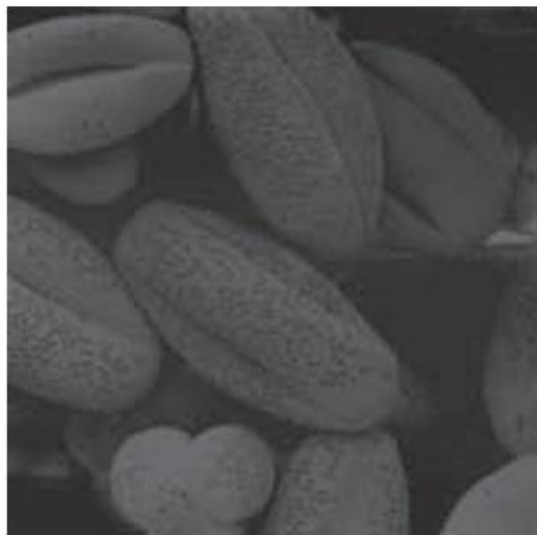
c) Imagem Equalizada



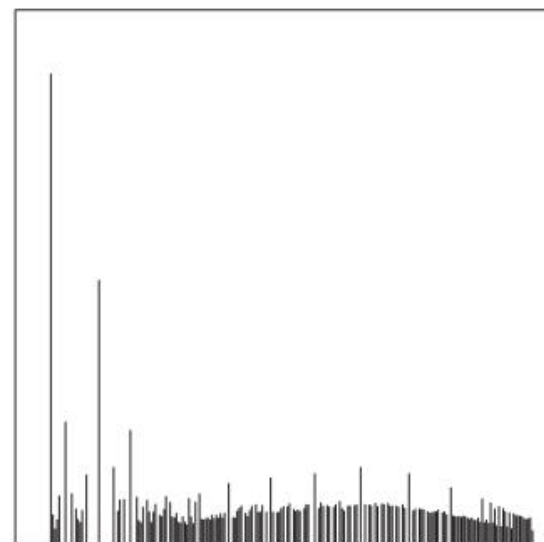
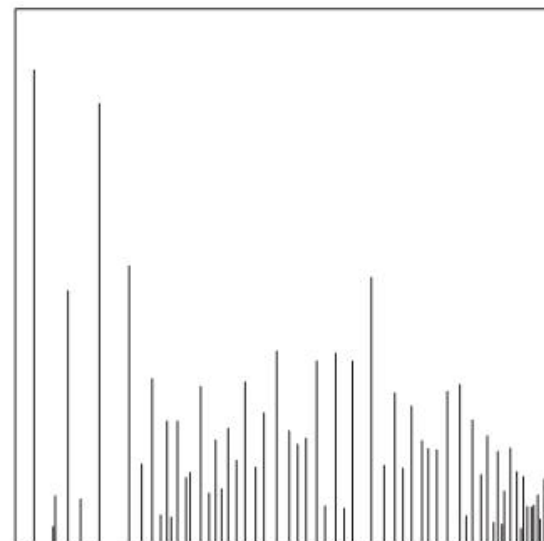
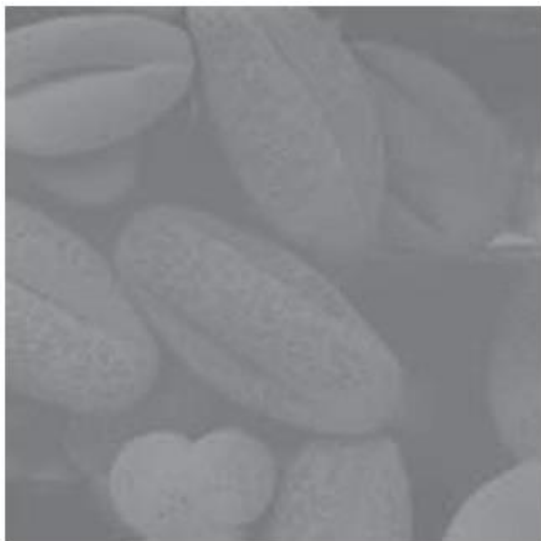
(d)

d) Histograma Equalizado

Equalização de Histograma



Equalização de Histograma



Equalização do histograma:

A equalização pode ser obtida fazendo:

$$q = \max \left\{ 0, \text{ARRED} \left[\left(\frac{\sum_{j=0}^k n_j}{I} \right) - 1 \right] \right\} \quad 0 \leq k \leq g$$

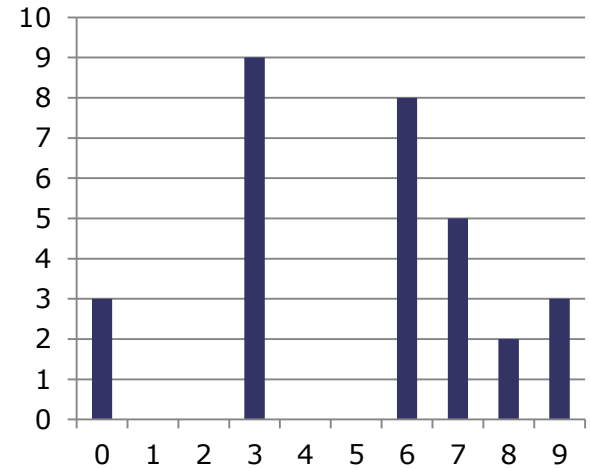
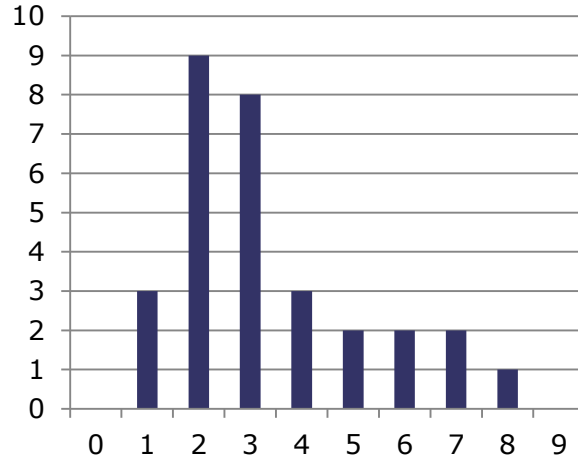
Onde: g = níveis de cinza da Imagem Original

q = níveis de cinza da Imagem Equalizada

$n \times m = 30$ pixels $\rightarrow g = 10$ níveis de cinza

$I = 30/10 = 3$

Exemplo:



g	n	Σn	q
0	0	0	0
1	3	3	0
2	9	12	3
3	8	20	6
4	3	23	7
5	2	25	7
6	2	27	8
7	2	29	9
8	1	30	9
9	0	30	9

$\rightarrow (6,66) \uparrow 7$

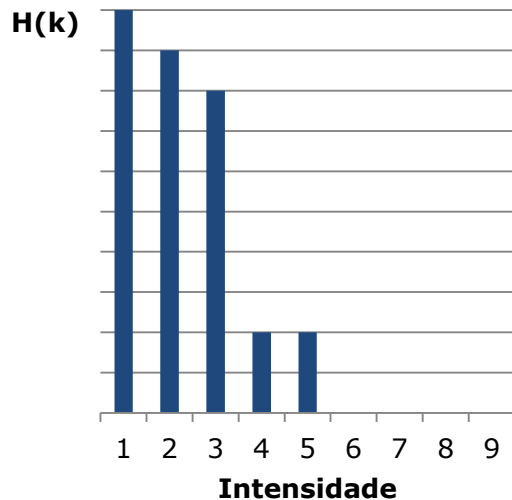
$\rightarrow (7,33) \downarrow 7$

$$q = \max \left\{ 0, \text{ARRED} \left(\left(\frac{\sum_{j=0}^k n_j}{I} \right) - 1 \right) \right\} \quad 0 \leq k \leq g$$

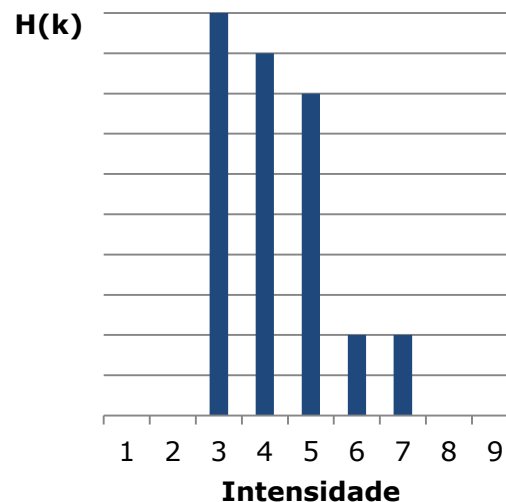
Visualização das Transformações nos Níveis de Cinza através dos Histogramas

1) Alterações Globais no Brilho

Clarear ou escurecer uma Imagem.



+2



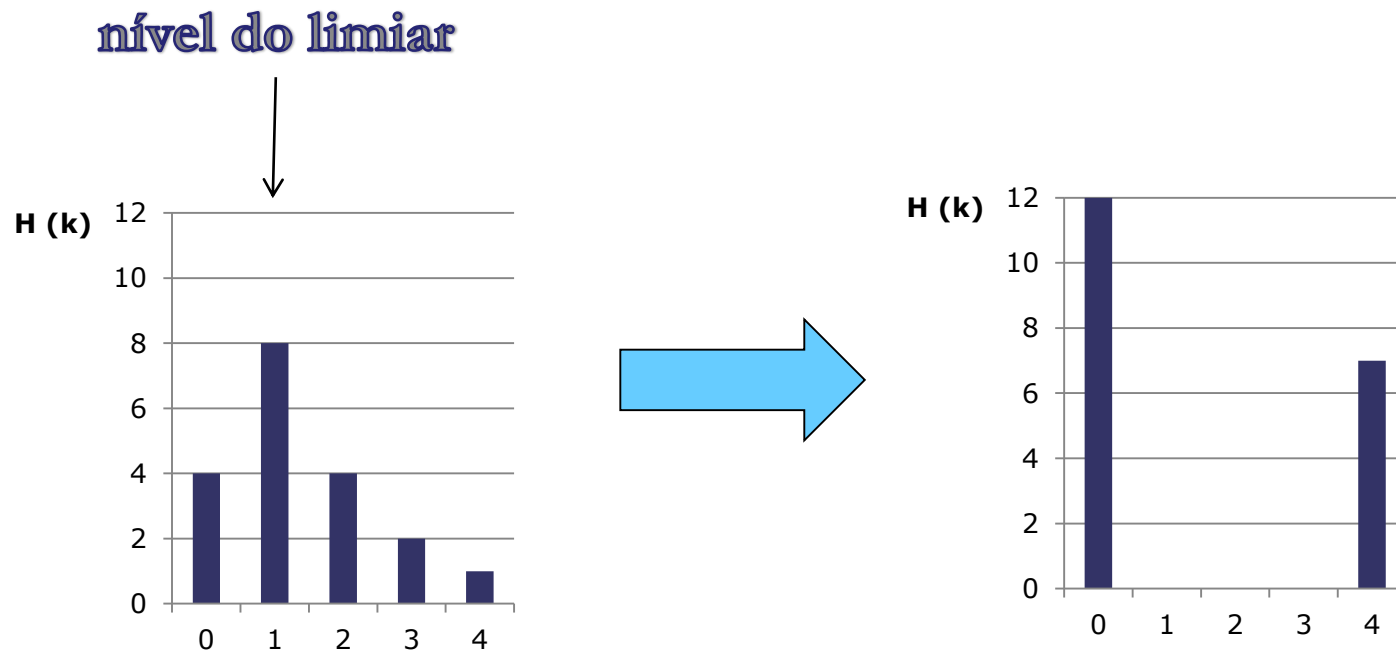
Somar ou
Subtrair uma
constante em
todos os pixels
da Imagem.

0 → Preto

Max → Branco

2) Binarização (“Threshold”):

- Determinação de um limiar abaixo do qual os pixels são transformados em zero, e acima são transformados no máximo de intensidade.

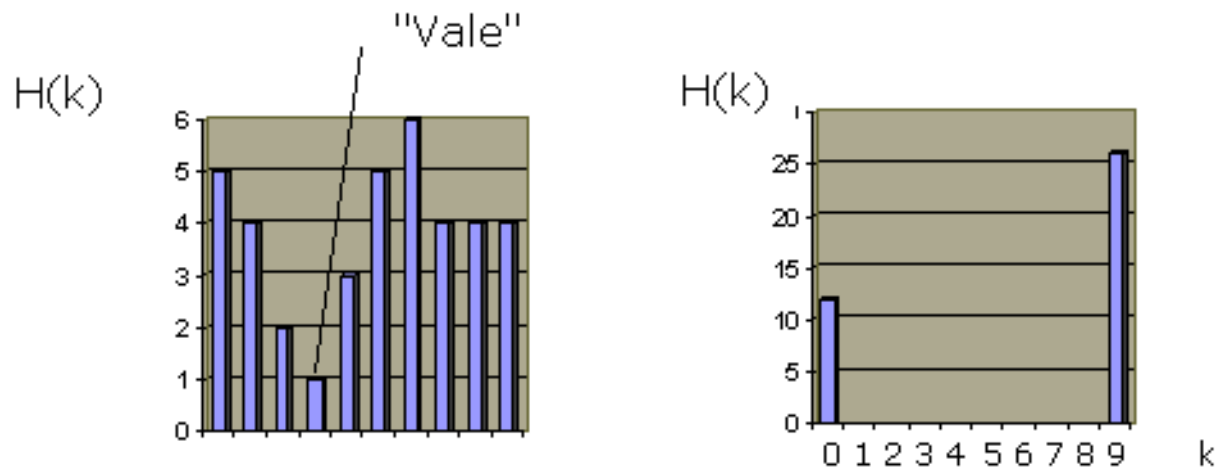


Determinação do Limiar:

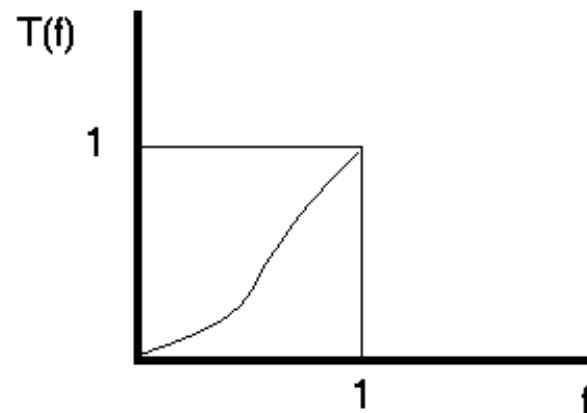
Uma das dificuldades da “limiarização” de uma imagem é a melhor determinação do valor de “thresholding”, ou seja, do ponto de separação dos pixels.

Método do vale:

Através da análise do histograma estabelecer T (valor de “Threshold”) na região de “vale” mais próxima ao meio de escala dos níveis de cinza.



1) Contraste e Brilho



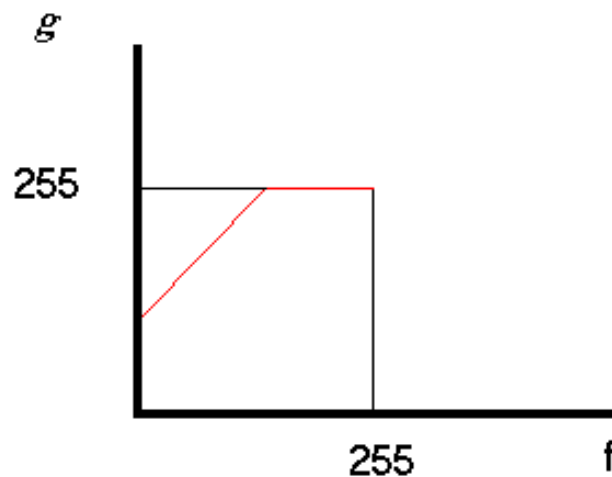
As Transformações de Intensidade podem ser:

1) Lineares :

$$g = c.f + b$$

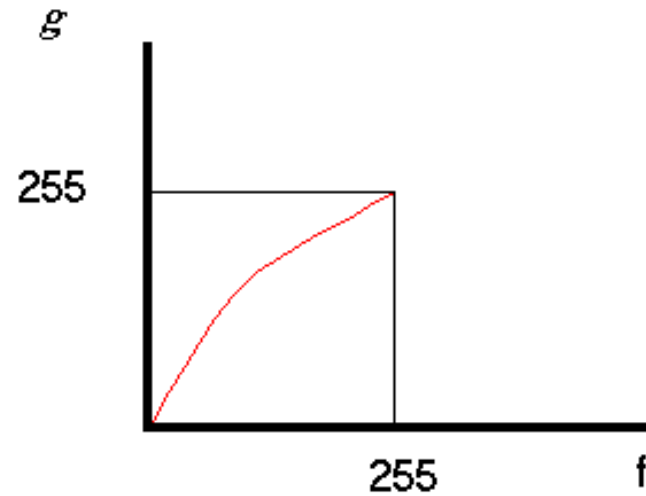
onde : c (Contraste),
 b (Brilho)

Exemplo: $g = 2f + 32$

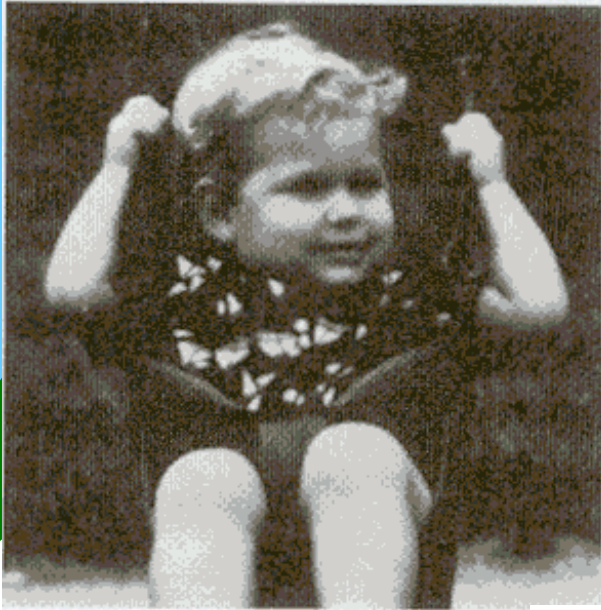


2) Não Lineares:

Exemplo: $g = 31,875 \cdot \log_2(f+1)$



2) Negativo

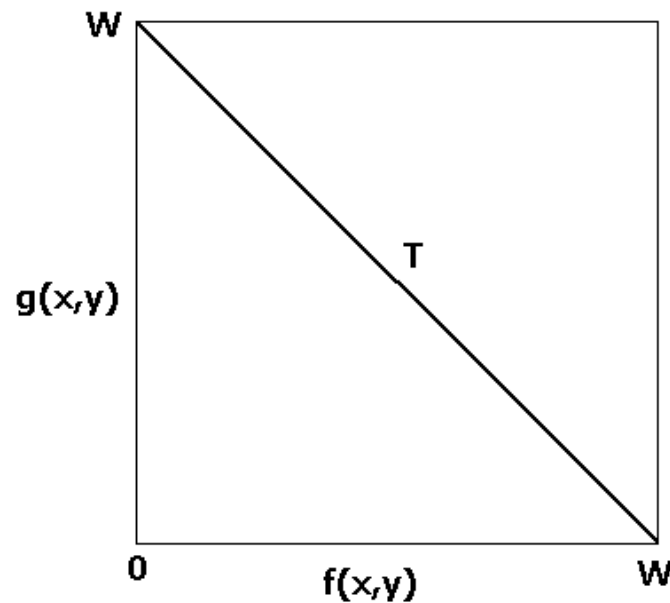


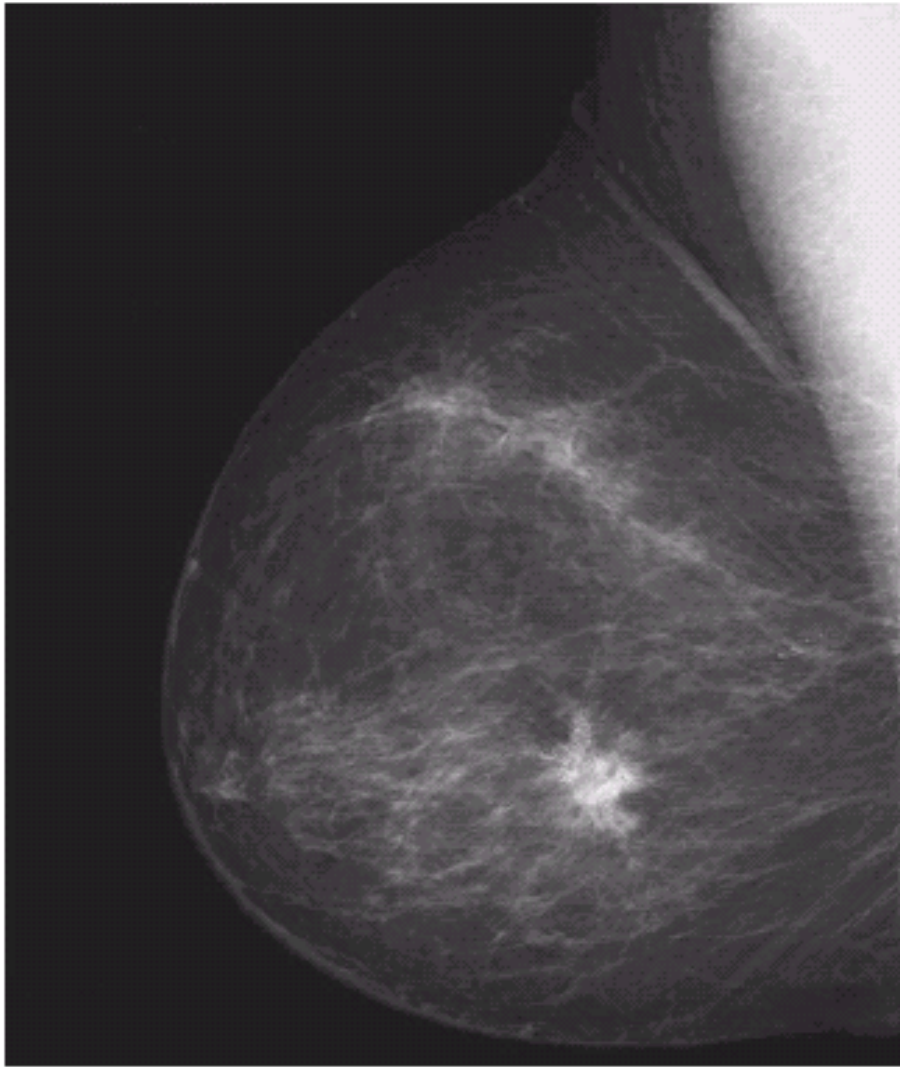
$$T[f(x,y)] = \\ g(x,y) = W - f(x,y)$$



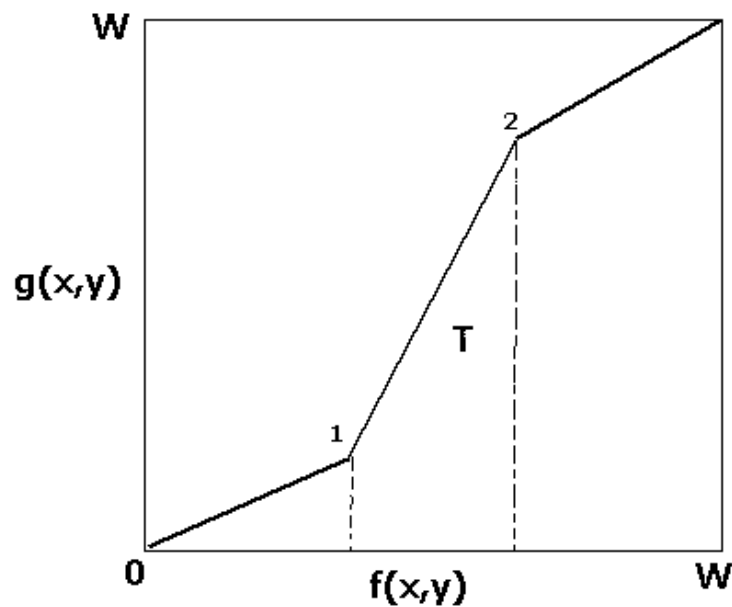
Imagem de Entrada

Imagem de Saída





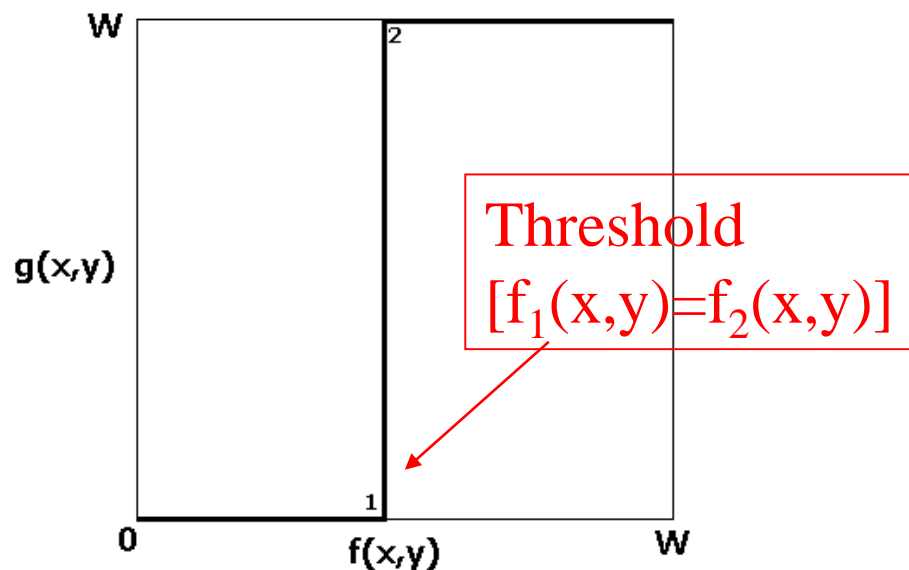
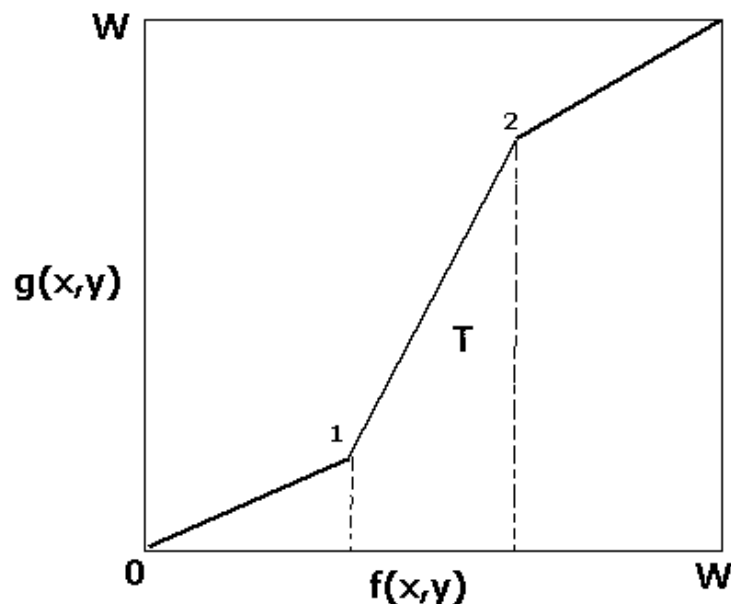
3) Contraste Seletivo



$$g(x,y) = \begin{cases} k_1 \cdot f(x,y) \Rightarrow & 0 \leq f(x,y) < f_1(x,y) \\ k_2 \cdot f(x,y) \Rightarrow & f_1(x,y) \leq f(x,y) \leq f_2(x,y) \\ k_3 \cdot f(x,y) \Rightarrow & f_2(x,y) < f(x,y) \leq W \end{cases}$$

4) Binarização (“Thresholding”)

“Thresholding” \implies Limiarização (Transforma a Imagem em uma Imagem Binária (2 níveis de cinza))



Fazendo:

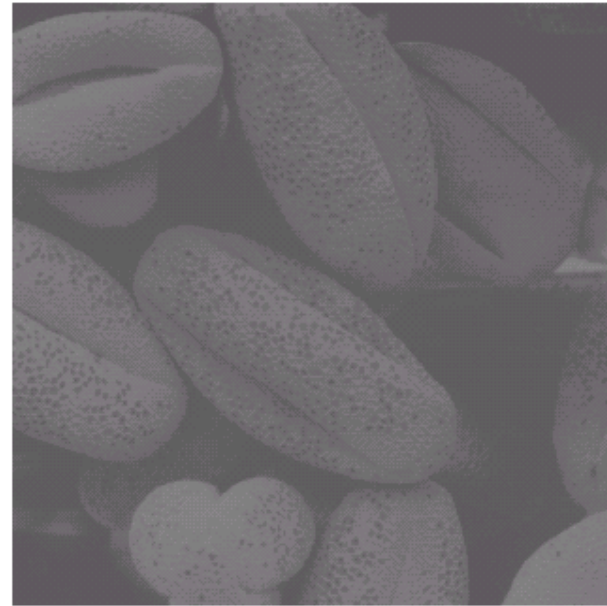
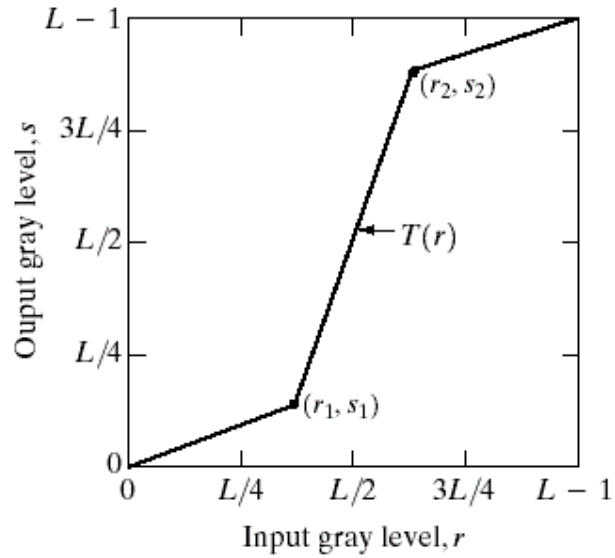
$$k_1 = 0$$

$$f_1(x,y) = f_2(x,y)$$

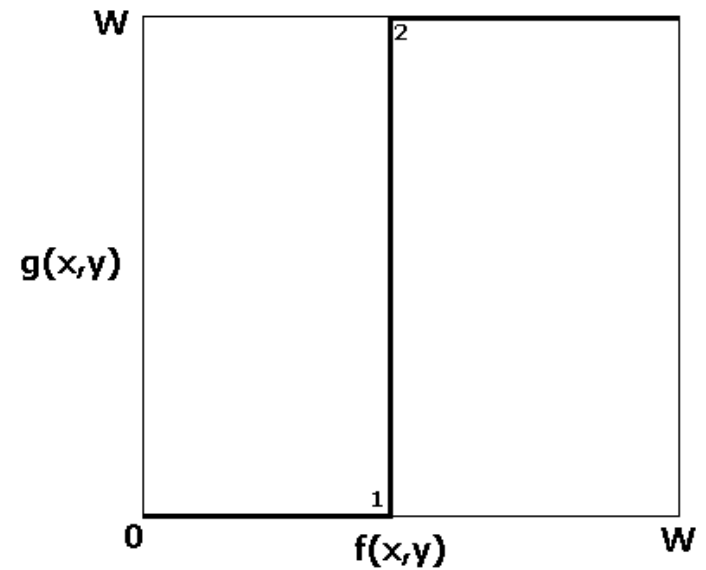
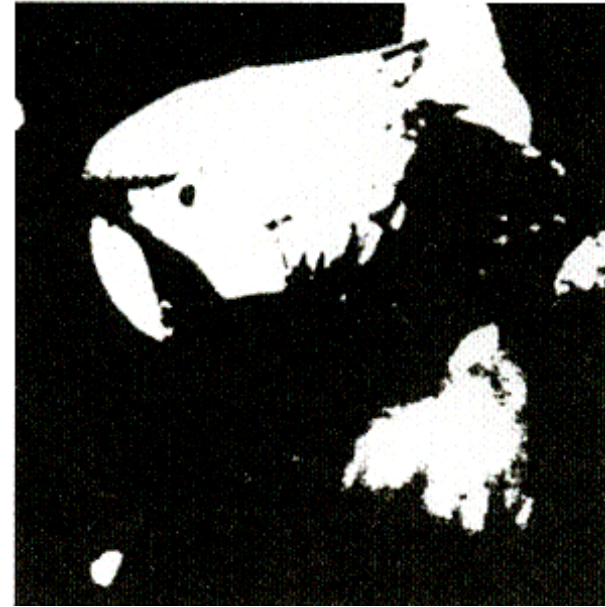
$$k_3 \cdot f(x,y) = W$$

$$g(x,y) = \begin{cases} 0 & \Rightarrow 0 < f_1(x,y) \\ W & \Rightarrow f_1(x,y) \leq f(x,y) \leq W \end{cases}$$

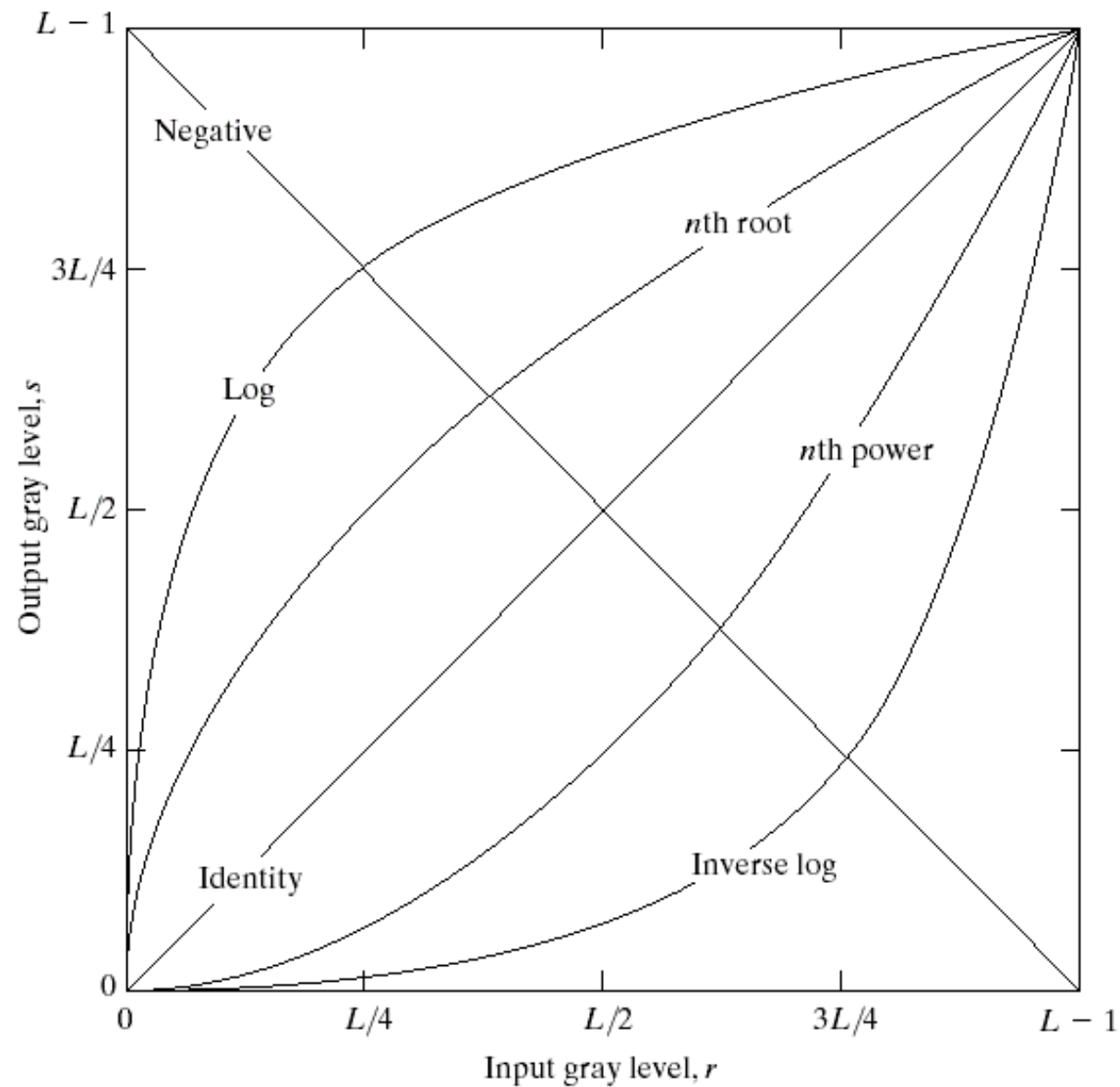
Contraste Seletivo e (“Thresholding”)

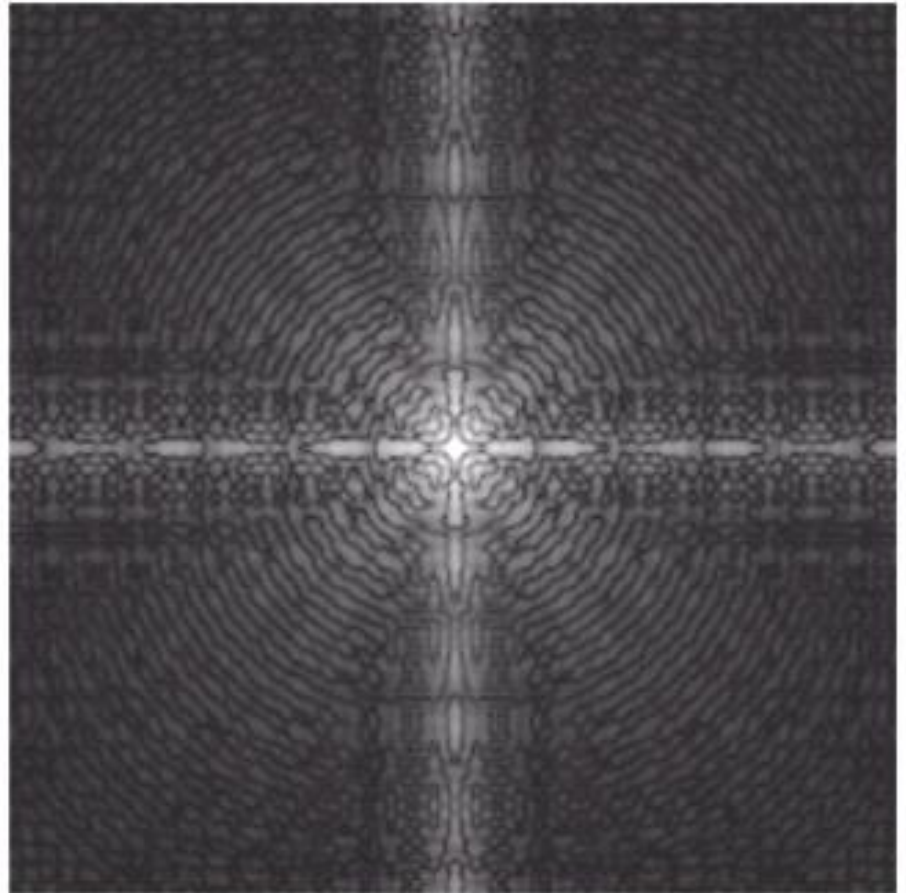
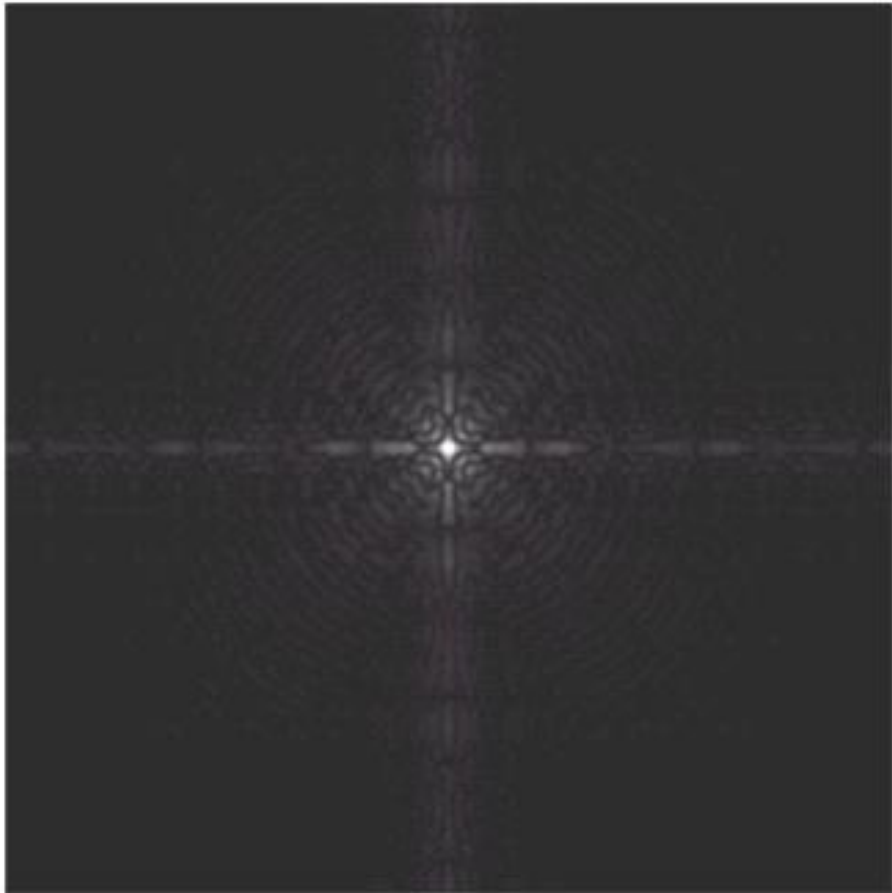


5) Binarização (“Thresholding”)

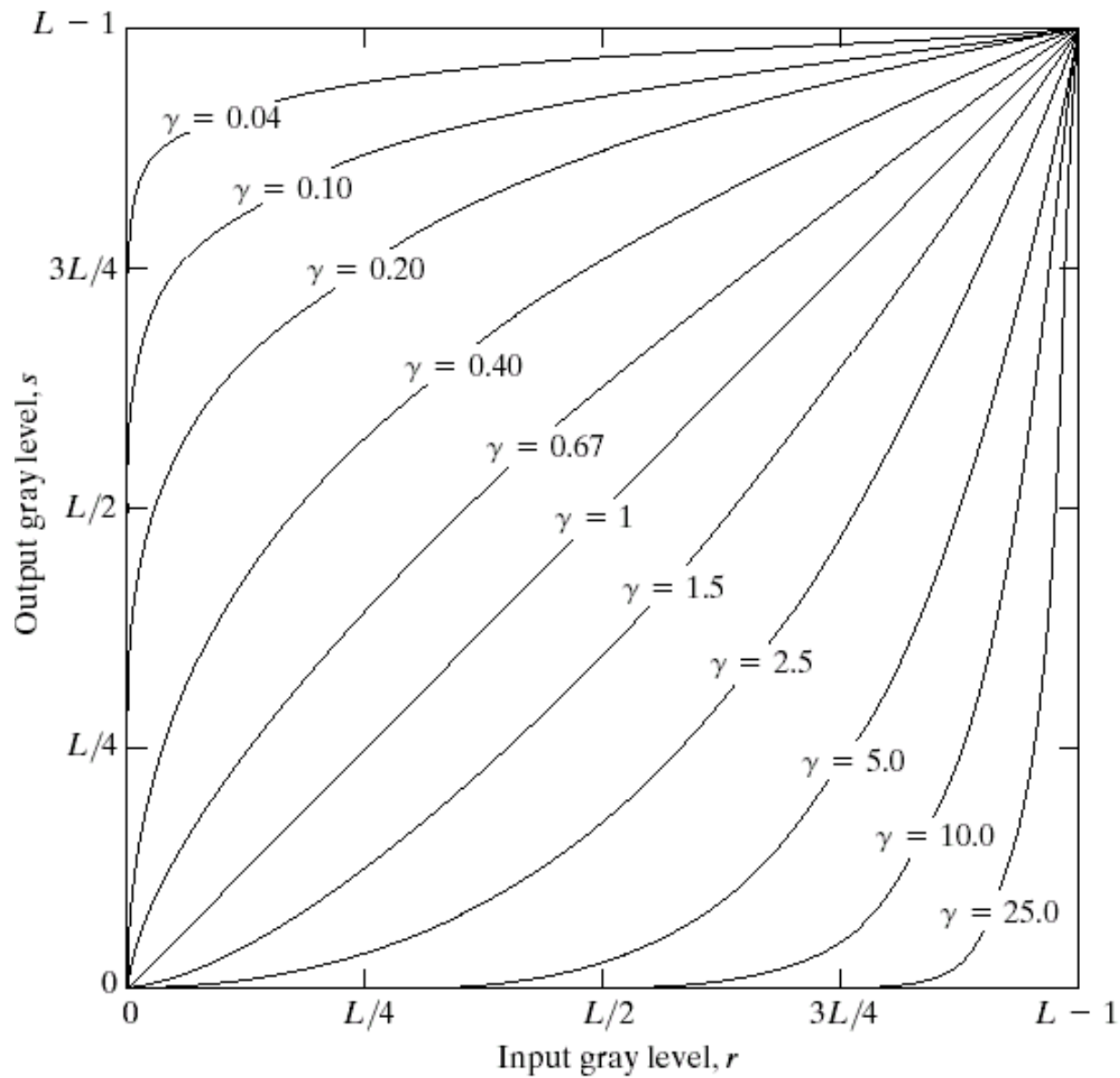


Transformações Não-Lineares

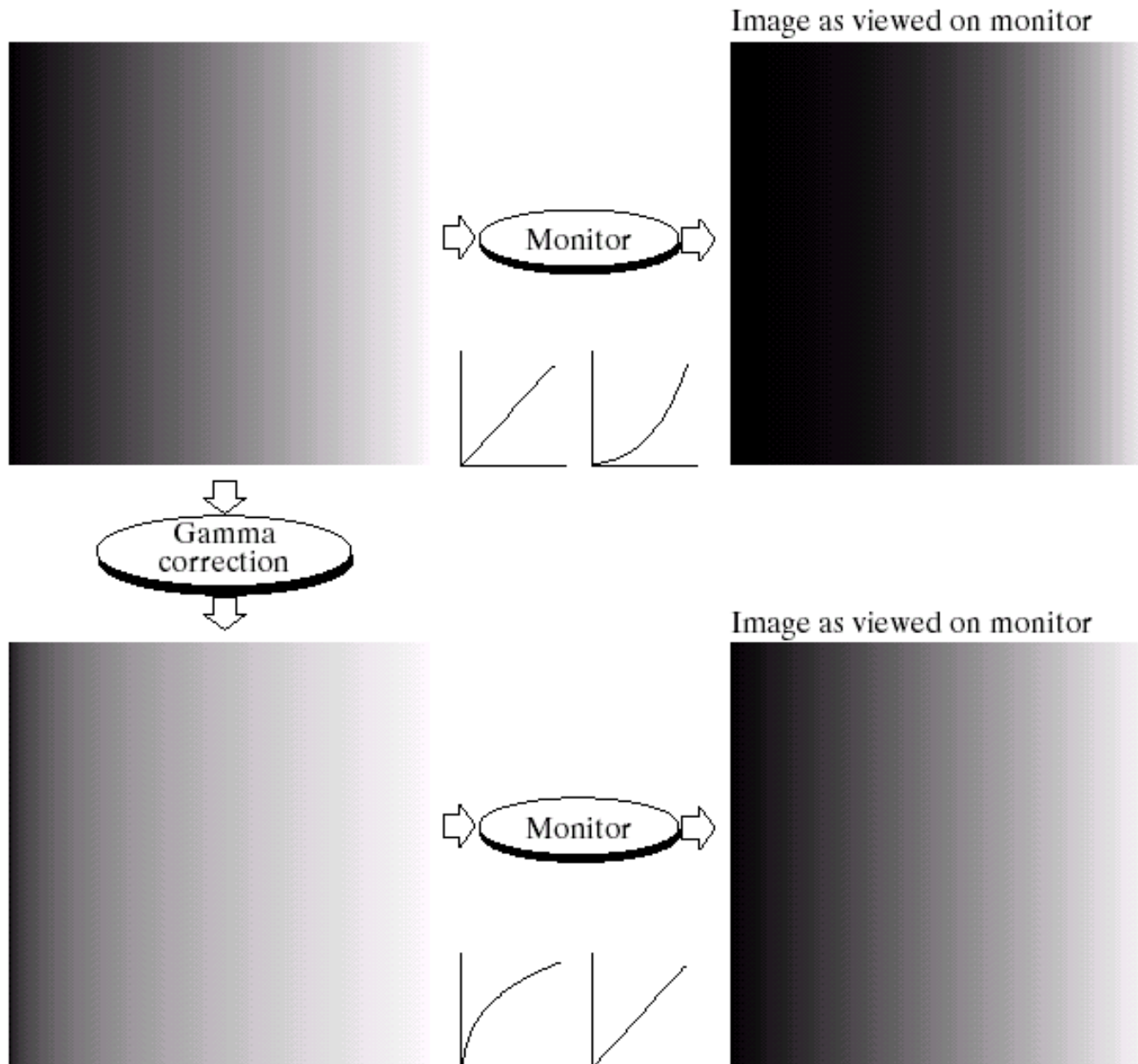




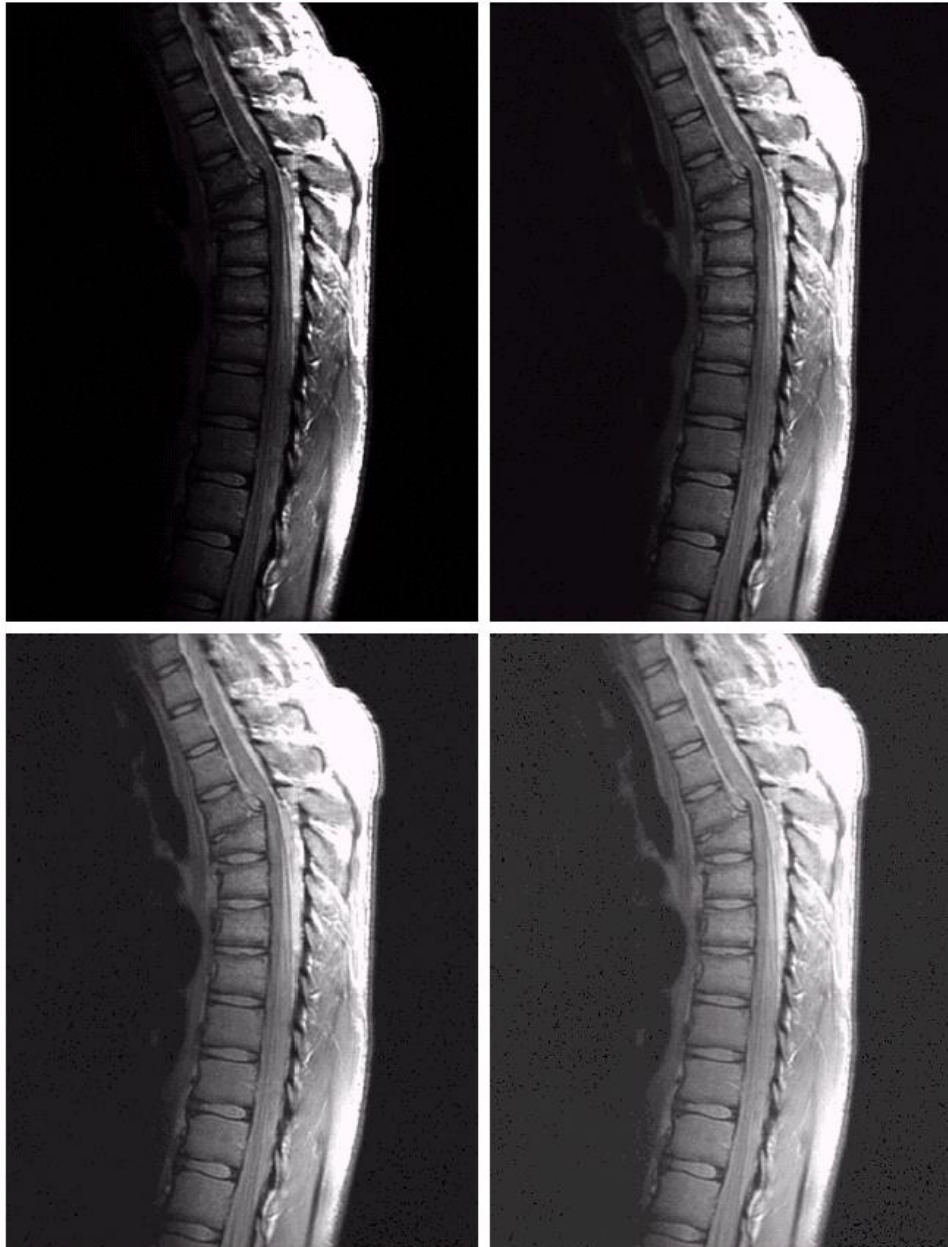
Correção Gamma



Correção Gamma



Correção Gamma



a	b
c	d

FIGURE 3.8

(a) Magnetic resonance (MR) image of a fractured human spine.
(b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 0.6, 0.4,$ and $0.3,$ respectively. (Original image for this example courtesy of Dr. David R. Pickens, Department of Radiology and Radiological Sciences, Vanderbilt University Medical Center.)

Correção Gamma

a b
c d

FIGURE 3.9
(a) Aerial image.
(b)–(d) Results of
applying the
transformation in
Eq. (3.2-3) with
 $c = 1$ and
 $\gamma = 3.0, 4.0,$ and
 $5.0,$ respectively.
(Original image
for this example
courtesy of
NASA.)



Processamento Espacial

- Transformações ponto a ponto
 - Histograma
 - Transformações lineares
 - Transformações não-lineares
- **Transformações por vizinhança**
 - **Convolução**
 - **Filtros lineares (passa alta e passa baixa)**



Transformações Por Vizinhaça

Operadores Locais (Vizinhança).

Combina a Intensidade de um certo número de píxels (janela), para computar o valor da nova intensidade na Imagem de Saída.

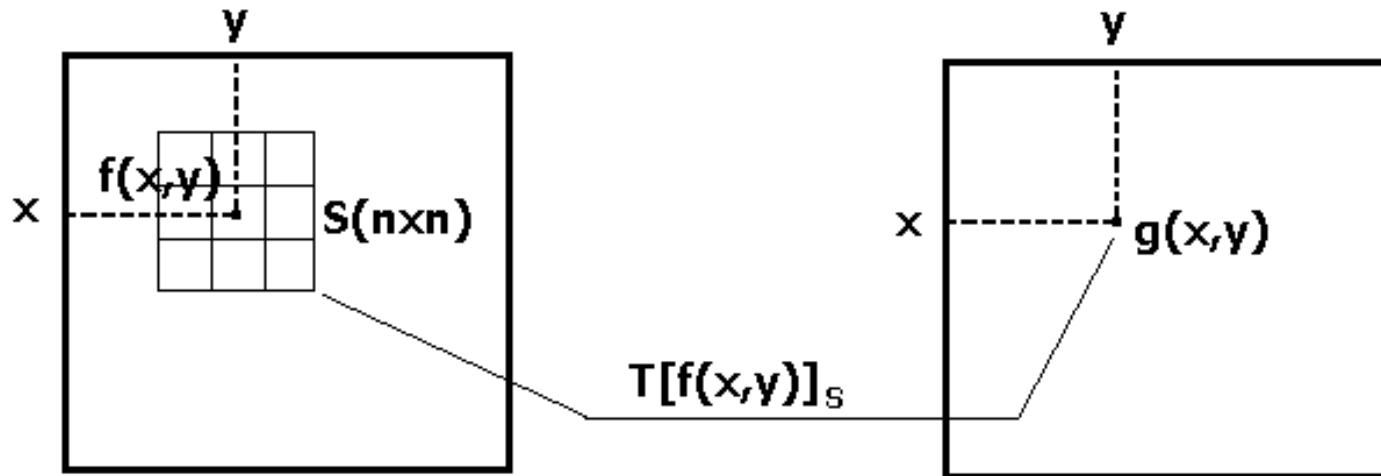


Imagem de Entrada

Imagem de Saída

$T[f(x,y)]_S \implies$ Operação sobre todos os píxels dentro da janela S centrada em $f(x,y)$

Convolução e Correlação Cruzada

Convolução \longrightarrow $f(x) * h(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(m)h(x-m) dm$

Correlação Cruzada \longrightarrow $f(x) \star h(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(m)h(x+m) dm$

Convolução e Correlação Cruzada

Forma DISCRETA

Convolução \longrightarrow $f[x] * h[x] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[m]h[x-m]$

Correlação Cruzada \longrightarrow $f[x] \star h[x] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f[m]h[x+m]$

1D

Correlação

Convolução

(a) \swarrow Origem f w \swarrow Origem f w rotacionado 180°
 0 0 0 1 0 0 0 0 1 2 3 2 8 0 0 0 1 0 0 0 0 8 2 3 2 1 (i)

(b) \downarrow
 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (j)
 1 2 3 2 8 8 2 3 2 1
 \uparrow Posição inicial do alinhamento

(c) Preenchimento com zeros
 \swarrow \searrow
 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (k)
 1 2 3 2 8 8 2 3 2 1

(d) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (l)
 1 2 3 2 8 8 2 3 2 1
 \uparrow Posição após um deslocamento

(e) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (m)
 1 2 3 2 8 8 2 3 2 1
 \uparrow Posição após quatro deslocamentos

(f) 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (n)
 1 2 3 2 8 8 2 3 2 1
 Posição final \uparrow

(g) Resultado da correlação completa 0 0 0 8 2 3 2 1 0 0 0 0 0 Resultado da convolução completa 0 0 0 1 2 3 2 8 0 0 0 0 0 (o)

(h) Resultado da correlação após recorte 0 8 2 3 2 1 0 0 Resultado da convolução após recorte 0 1 2 3 2 8 0 0 (p)

2D

↙ Origem $f(x,y)$

0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	$w(x,y)$
0	0	1	0	0	1 2 3
0	0	0	0	0	4 5 6
0	0	0	0	0	7 8 9

(a)

f preenchida com zeros

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(b)

↙ Posição inicial de w

1	2	3	0	0	0	0	0	0	0
4	5	6	0	0	0	0	0	0	0
7	8	9	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(c)

Resultado da correlação completa

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	9	8	7	0	0	0	0
0	0	0	6	5	4	0	0	0	0
0	0	0	3	2	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(d)

Resultado da correlação após recorte

0	0	0	0	0
0	9	8	7	0
0	6	5	4	0
0	3	2	1	0
0	0	0	0	0

(e)

↙ w rotacionado

9	8	7	0	0	0	0	0	0	0
6	5	4	0	0	0	0	0	0	0
3	2	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(f)

Resultado da convolução completa

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	2	3	0	0	0	0
0	0	0	4	5	6	0	0	0	0
0	0	0	7	8	9	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

(g)

Resultado da convolução após recorte

0	0	0	0	0
0	1	2	3	0
0	4	5	6	0
0	7	8	9	0
0	0	0	0	0

(h)

Propriedades da Convolução

1. Comutativa

$$f[x] * h[x] = h[x] * f[x] \quad - \text{(Não vale na correlação cruzada)}$$

2. Associativa

$$f[x] * (g[x] * h[x]) = (f[x] * g[x]) * h[x]$$

3. Distributiva

$$f[x] * (g[x] + h[x]) = (f[x] * g[x]) + (f[x] * h[x])$$



Filtros no domínio do espaço

E

Imagem --- $f(x,y)$

	a	b	c
	d	e	f
	g	h	i

x

y

Template

$k = 3 \times 3 = 9$

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

$$g(x, y) = \sum_{i=1}^k w_i \cdot f(x, y)$$

□ (a,b,c,d,e,f,g,h,i) são os valores dos níveis de cinza na mesma vizinhança de $f(x,y) = e$, comparativamente ao Template.

□ (w_1 a w_9) são os “pesos”, ou seja, os valores dos níveis de cinza em cada posição do Template.

O valor do pixel $g(x,y)$ na nova Imagem, na posição (x,y) será dado por:

$$g(x,y) = w_1 \cdot a + w_2 \cdot b + w_3 \cdot c + w_4 \cdot d + w_5 \cdot e + w_6 \cdot f + w_7 \cdot g + w_8 \cdot h + w_9 \cdot i$$

Convenção:

- ❑ Máscaras de organização par (2×2 , 4×4 ,) o resultado é colocado sobre o **Primeiro Pixel**.

- ❑ Máscaras de organização ímpar (3×3 , 5×5 ,) o resultado é colocado sobre o **Pixel de Centro**.

Convolução e Correlação Cruzada:

- No domínio do espaço, a diferença entre a **Convolução** e a **Correlação Cruzada** reside apenas no espelhamento do Template a ser utilizado, que deve ser feito na Convolução.
- Como, em geral, os Templates são simétricos, a equação da Correlação Cruzada tem sido empregada com o nome de Convolução na área de Processamento de Imagens.

Convoluir um Template com uma Imagem equivale à operação:

Espelhamento, Desloca, Multiplica e Soma

Exemplo de máscara simétrica, onde a operação de convolução e de correlação são idênticas:

Template

1	0
0	1

$T(i,j)$

Imagem Original

1	1	3	3	4
1	1	4	4	3
2	1	3	3	3
1	1	1	4	4

$f(x,y)$

Imagem Final

2	5	7	6	*
2	4	7	7	*
3	2	7	7	*
*	*	*	*	*

$T(i,j) * f(x,y)$

1	1	3	3	4	0
0	0	0	0	0	1
2	1	3	3	3	
1	1	1	4	4	

Os valores marcados com * não podem ser calculados.

Solução para os pixels das bordas:

Podem ser usadas cinco soluções:

- Atribuindo valor zero aos resultados não calculáveis;
- Preenchimento da imagem com 0's antes do cálculo da imagem final (P^*);
- Replicação dos pixels das bordas (*replicate**);
- Espelhamento (*symmetric**);
- Convolução periódica (*circular**);

* *Usado pelo Matlab*

Exemplo 1: Atribuindo zero aos resultados não calculáveis

Template

1	1	1
0	0	0
1	1	1

Imagem

1	2	3	4	5
0	1	3	4	0
1	1	3	2	0
0	0	4	5	6
1	0	7	8	0

Resultado

0	0	0	0	0
0	11	15	17	0
0	8	17	22	0
0	13	21	20	0
0	0	0	0	0

Primeiro Ponto ==> $(1 \times 1) + (1 \times 2) + (1 \times 3) + (0 \times 0) + (0 \times 1) + (0 \times 3) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 3) = 11$

Exemplo 2: *Padding* com zeros

Centra-se o Template com o primeiro pixel da imagem atribuindo o valor 0 aos valores inexistentes na imagem.

Template

1	1	1
0	0	0
1	1	1

Imagem

1	2	3	4	5
0	1	3	4	0
1	1	3	2	0
0	0	4	5	6
1	0	7	8	0

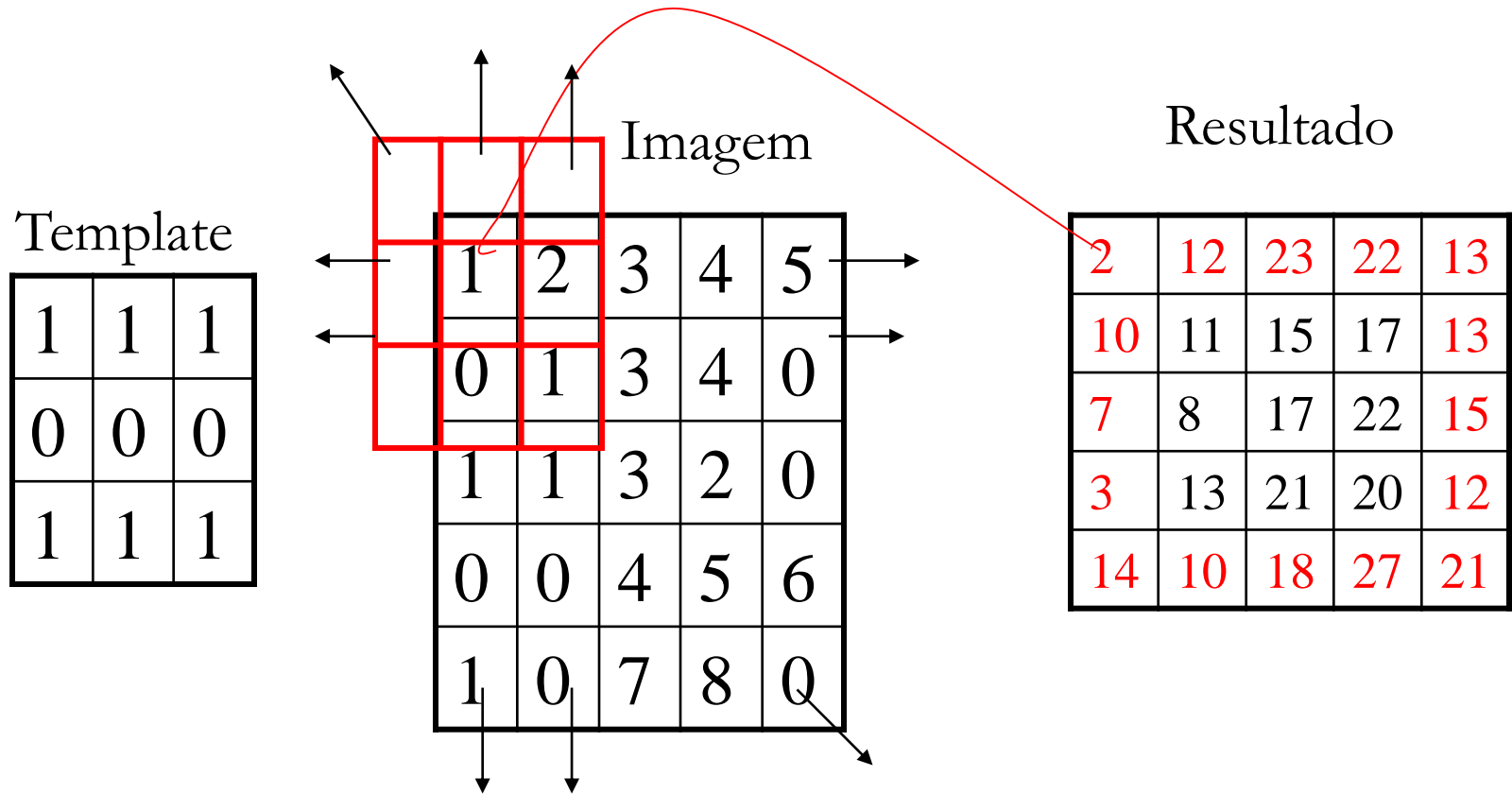
Resultado

1	4	8	7	4
4	11	15	17	11
1	8	17	22	15
3	13	21	20	10
0	4	9	15	11

Primeiro Ponto ==> $(1 \times 0) + (1 \times 0) + (1 \times 0) + (0 \times 0) + (0 \times 1) + (0 \times 2) + (1 \times 0) + (1 \times 0) + (1 \times 1) = 1$

Exemplo 3: Convolução Periódica

O Template é deslocado sobre todos os pixels da imagem original como se esta fosse adjacente em suas extremidades.



Primeiro Ponto ==> $(1 \times 0) + (1 \times 1) + (1 \times 0) + (0 \times 5) + (0 \times 1) + (0 \times 2) + (1 \times 0) + (1 \times 0) + (1 \times 1) = 2$

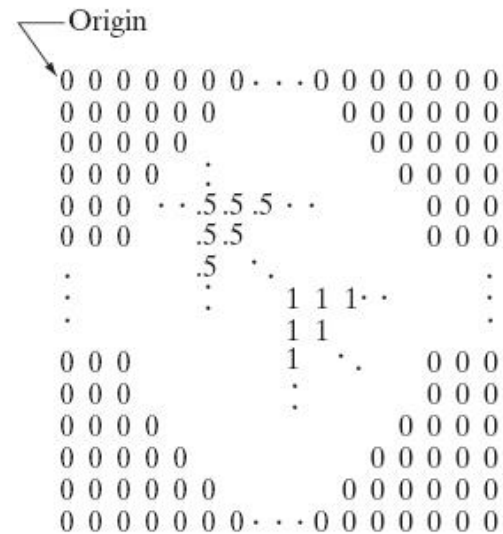
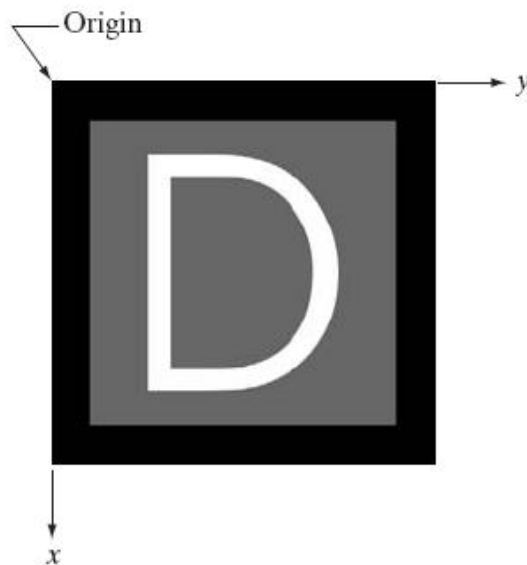
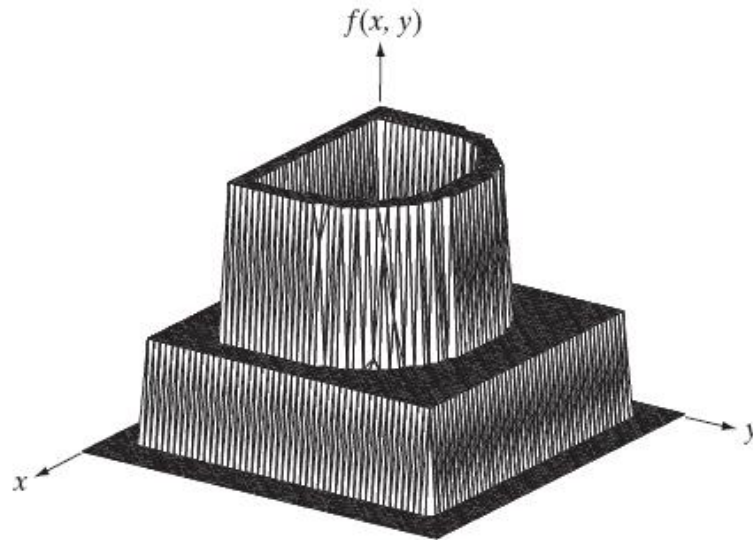
Observações:

- ❑ O custo computacional da **Convolução espacial** é alto.
- ❑ Se a Imagem é de tamanho $M \times M$ e o Template $N \times N$, o número de multiplicações é de $M^2 \cdot N^2$
- ❑ Ou seja, se a Imagem é de 512×512 e o Template é de 16×16 , são necessárias 67.108.864 multiplicações.
- ❑ A alternativa é transformar a Imagem e o Template para o domínio da frequência (Fourier) e multiplicar elemento a elemento.

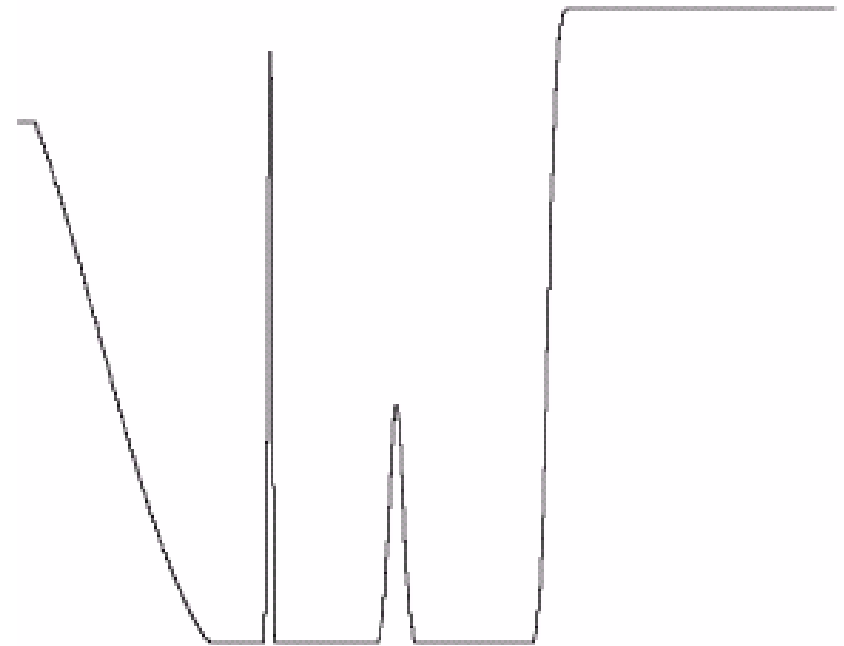
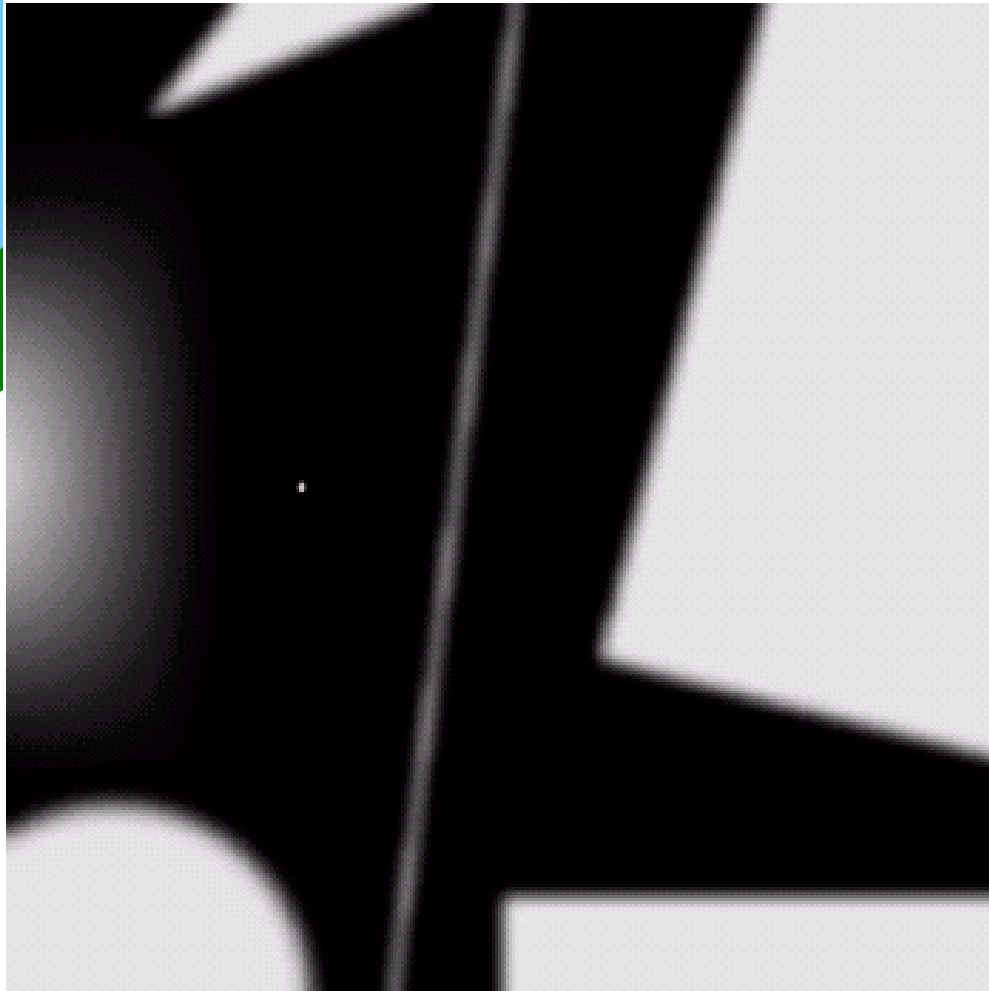
Filtragem Espacial

- Filtros Passa-Baixa
- Filtros Passa-Alta

Representação de uma Imagem como Superfície Isométrica



Perfil radiométrico de uma imagem: altas frequências e baixas frequências



Altas e baixas frequências em uma imagem

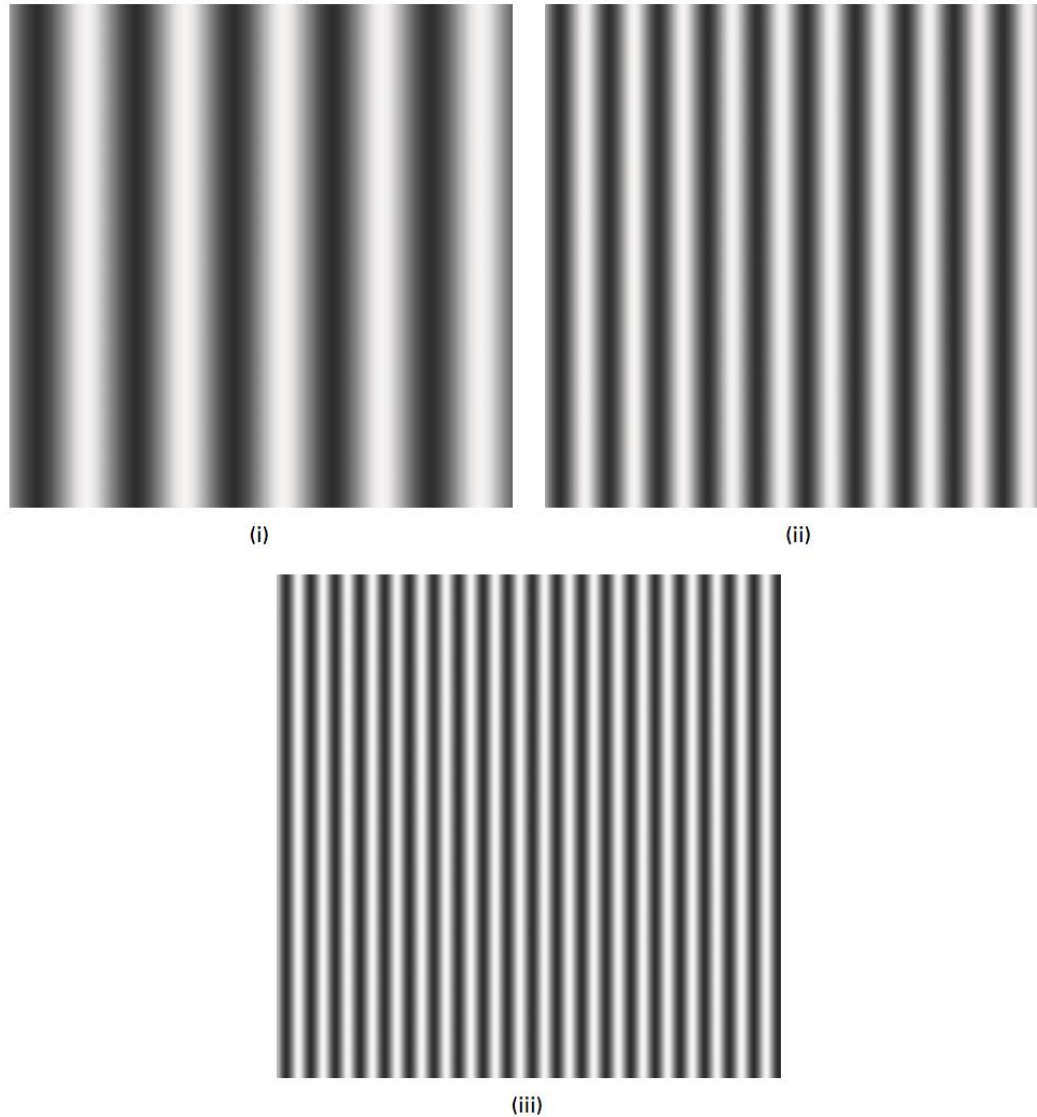


Figure 2.8 Sinusoidal patterns with (i) low, (ii) medium and (iii) high spatial frequency in the horizontal direction.

Filtragem Espacial: Passa Baixa

❑ Uma das aplicações da Convolução espacial de uma Imagem com Templates é a **Suavização (Smoothing) ou Filtragem Passa Baixa**.

❑ Um filtro espacial Passa Baixa é implementado através de uma Máscara que realiza a Média da Vizinhança.

❑ Uma Máscara de Média é tal que seus pesos são positivos e a soma é igual a 1.

➤ Exemplos de algumas Máscaras de Filtros Passa Baixa:

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{32} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 3 & 16 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Exemplo de Média da Vizinhança.

$f(x,y)$

20	30	24	34	60	80	89	90	12	00
23	24	56	67	88	99	00	00	00	00
12	23	35	65	66	77	88	99	00	00
11	22	99	99	99	99	99	98	88	88
12	12	12	22	22	44	55	65	77	88
11	44	55	76	87	55	66	33	33	33
12	33	44	55	66	77	88	00	00	00

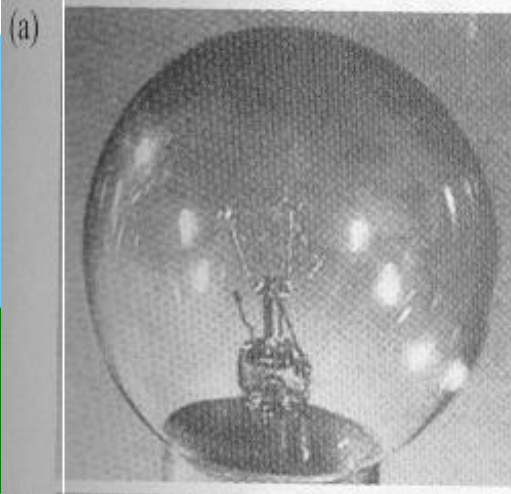
$g(x,y)$

		25	40						

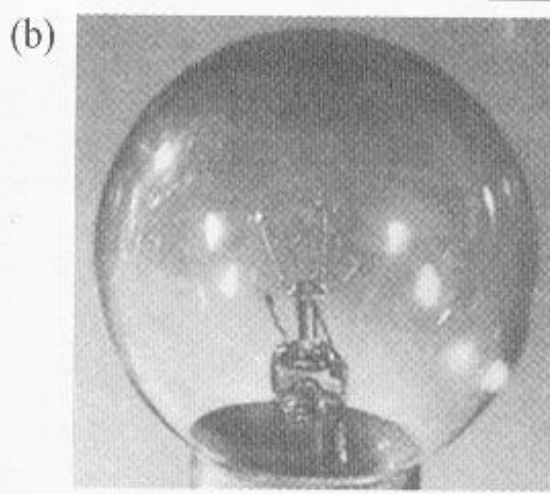
$$g(0,0) = (20 + 30 + 24 + 23 + 24 + 56 + 12 + 23 + 35) / 9 = 24,77$$

$$g(0,1) = (30 + 24 + 34 + 24 + 56 + 67 + 23 + 35 + 65) / 9 = 39,77$$

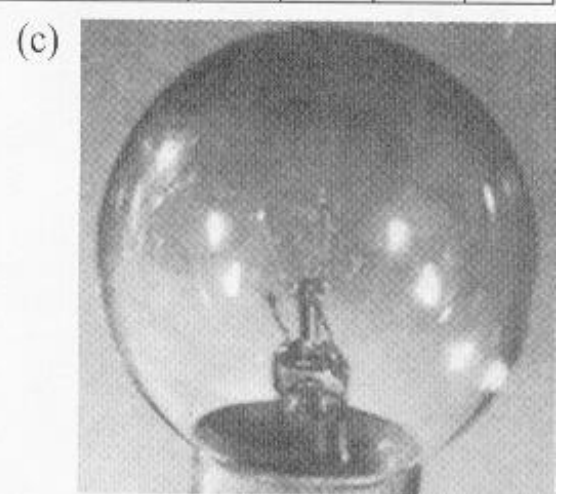
a) Imagem Original



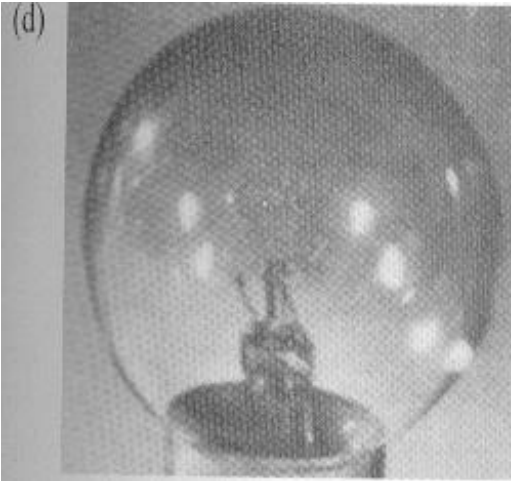
b) Vizinhança 3 x 3



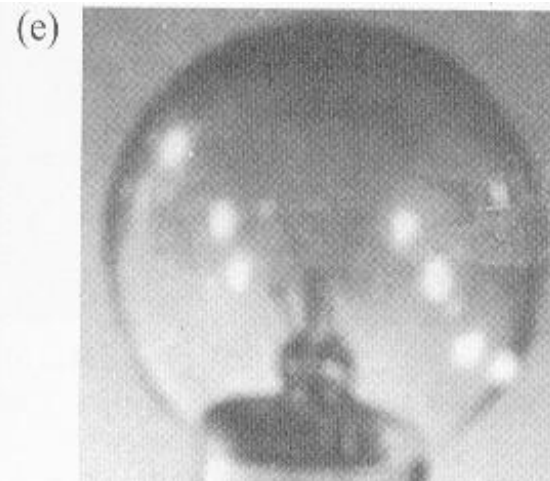
c) Vizinhança 5 x 5



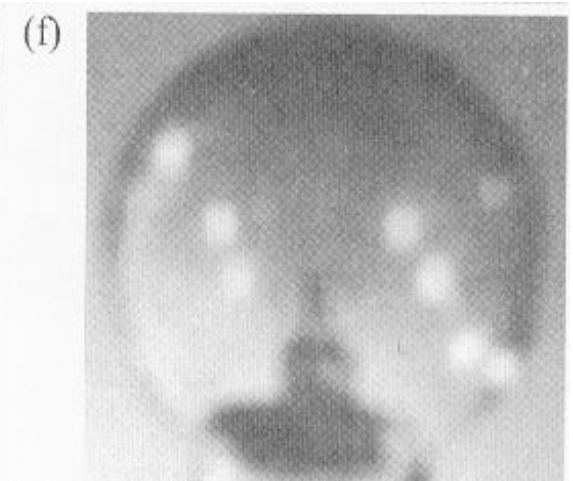
d) Vizinhança 7 x 7

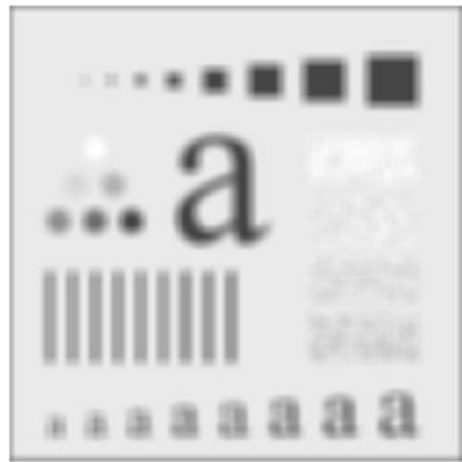
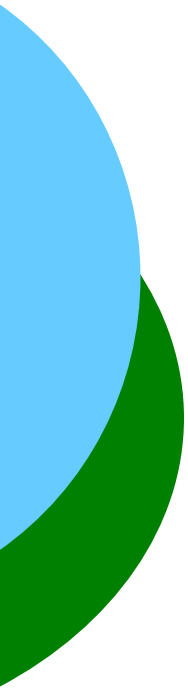


e) Vizinhança 15 x 15



f) Vizinhança 25 x 25





Filtro Passa Baixa – Média da Vizinhança



*

$$\frac{1}{9} \times$$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

=

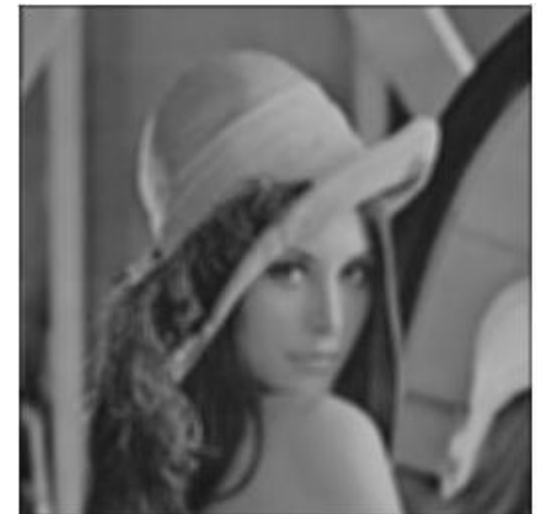


*

$$\frac{1}{25} \times$$

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

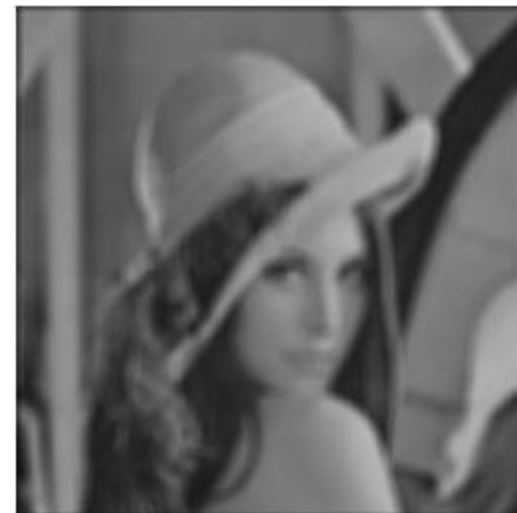
=



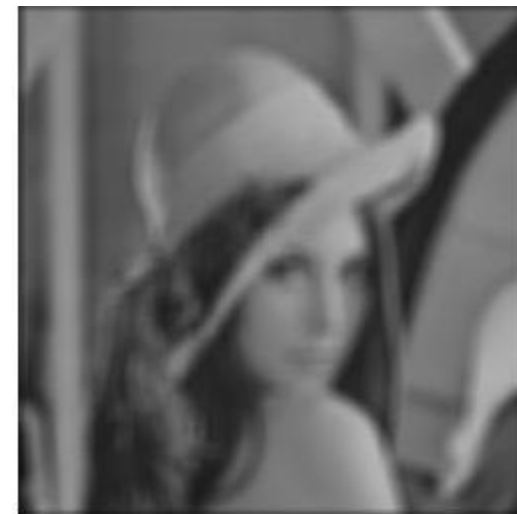
Filtro Passa Baixa – Média da Vizinhança



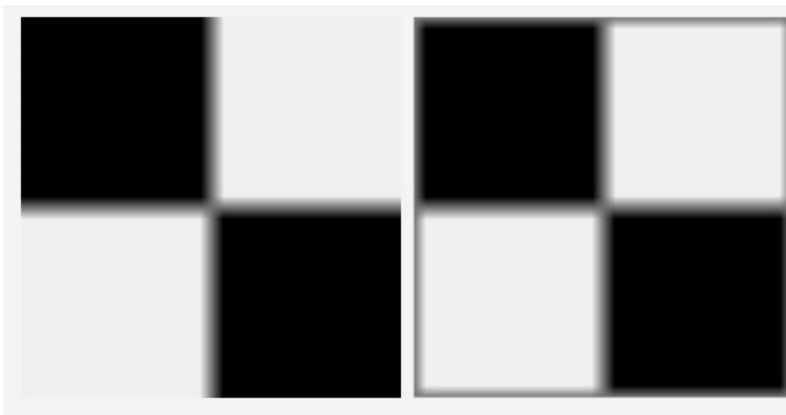
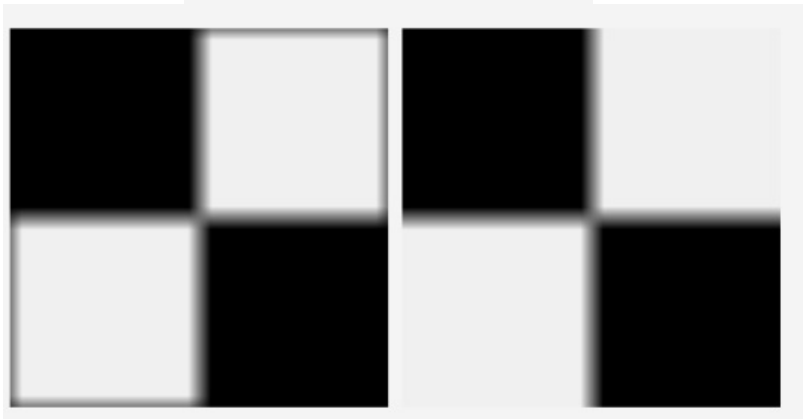
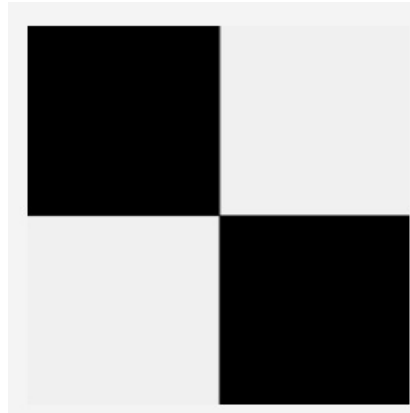
$$* \quad 7 \times 7 \quad =$$



$$* \quad 9 \times 9 \quad =$$



Efeitos nas bordas da imagem



Convolução da imagem original com um filtro da média



- A) Imagem original
- B) Padding com zeros
- C) Replicação
- D) Espelhamento
- E) Periódica (circular)

Filtragem Espacial: **Passa Alta**

- ❑ É chamada de filtro de passa-alta porque detecta na imagem os detalhes finos e mudanças abruptas de níveis de cinza na imagem.
- ❑ A máscara do filtro passa alta deve ter pesos de tal forma que a soma seja igual a zero.

Exemplos de máscaras de filtros passa alta:

Normalizado

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Normalizado

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Operador Laplaciano

Filtro Passa Alta – Detector de Altas Frequências



Normalized

$$* \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$



255 -



=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências



+



=



+



=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências



+



=



Filtro Passa Alta – Detector de Altas Frequências

Não-normalizado



$$* \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} =$$



255 -



=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências



+



=



+



=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências



+



=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

Como montar um “template” para o filtro de aguçamento?



*



=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

1) Filtro que detecta apenas as bordas e detalhes (passa-alta)



*

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

2) Filtro que gera a mesma imagem após a convolução



*

0	0	0
0	1	0
0	0	0

=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

Filtro de aguçamento =
imagem da detecção das bordas + imagem original

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 9 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

Filtro de aguçamento



*

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

E se for usada a normalização do filtro?



*



=



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

1) Filtro que detecta apenas as bordas e detalhes (passa-alta)



Normalizado

$$* \frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} =$$



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

2) Filtro que gera a mesma imagem após a convolução



Normalizado

$$* \frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 9 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} =$$



Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

Filtro de aguçamento = imagem original + detecção das bordas

$$\frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} + \frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 9 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} = \frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 17 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

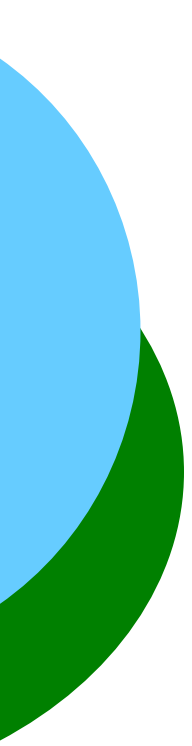
Filtro de AGUÇAMENTO (*Sharpening*) - realce de altas frequências

Filtro de aguçamento (normalizado)



$$* \frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 17 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} =$$





FIM