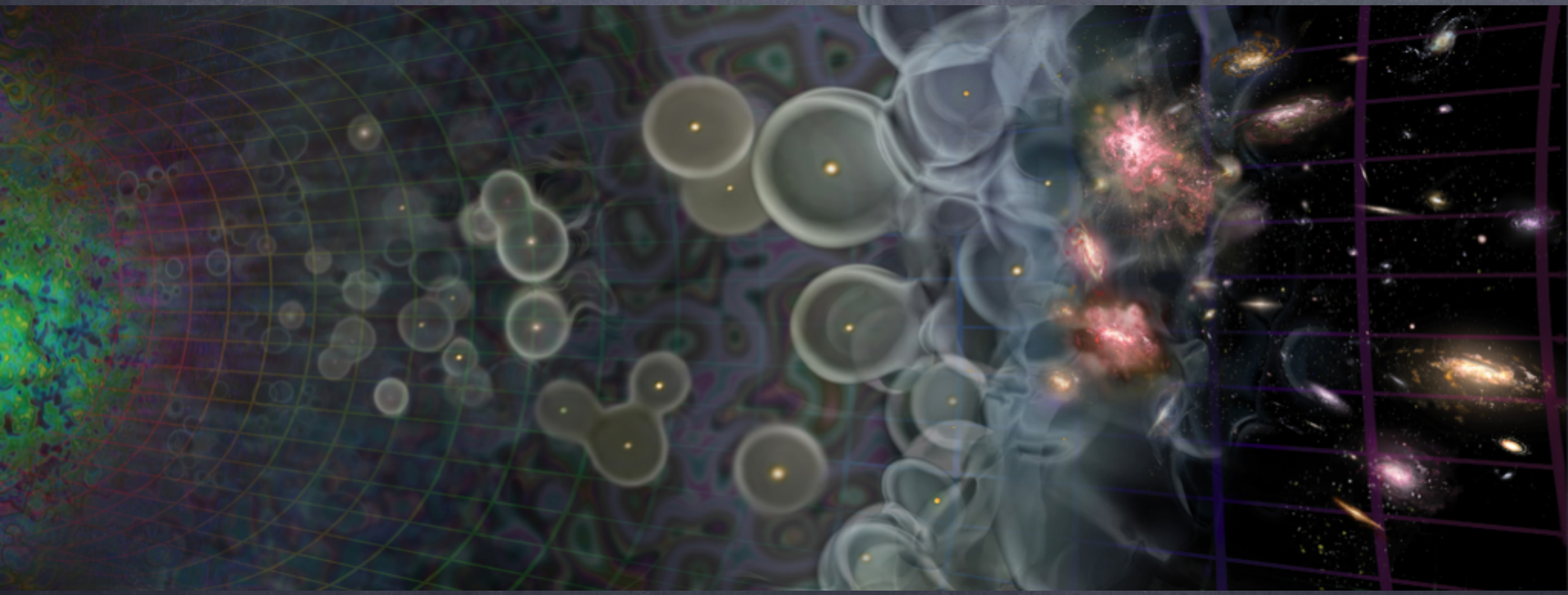
Introdução à Cosmologia Física



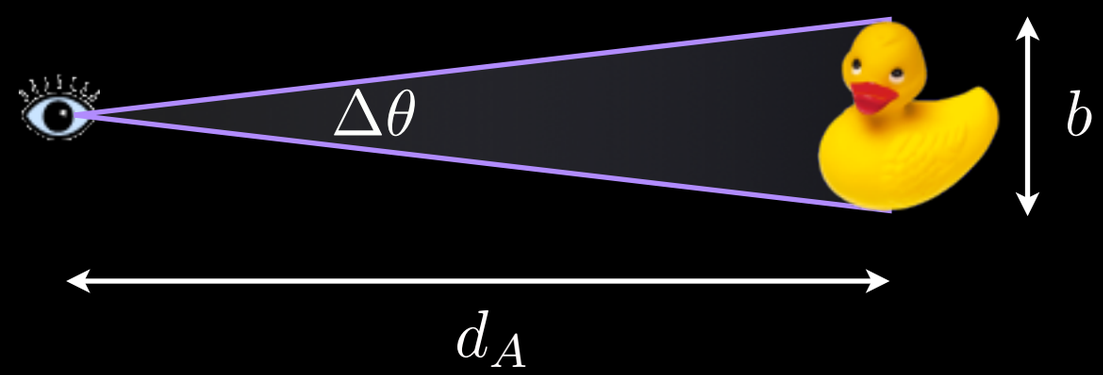
Aulas 7/8:
Distâncias Cosmológicas

—> Ryden, Capítulos 4-5-6-7
(É tudo misturado mesmo...!)

Medidas de distâncias cosmológicas

Distância angular (ou: distância de diâmetro angular)

Podemos usar um objeto cujo **comprimento transversal** é conhecido para estimar a distância até ele a partir de seu **tamanho angular**:



$$d_A = \frac{b}{\Delta\theta}$$

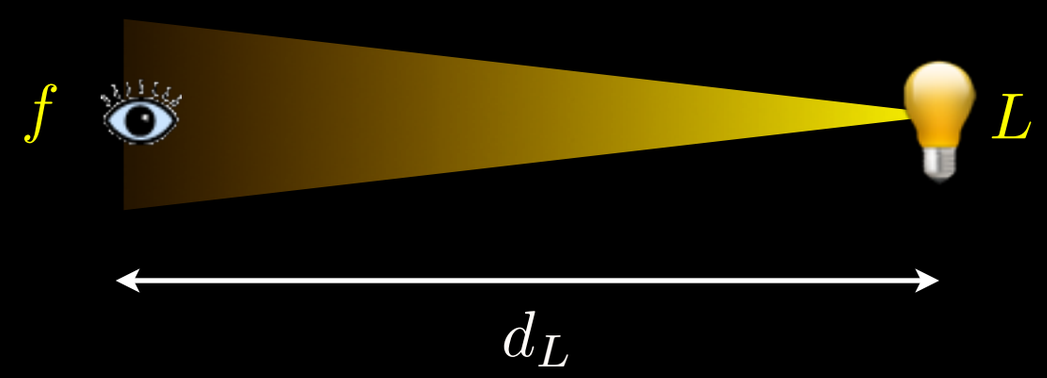
Em FLRW, esses dois comprimentos estão relacionados. Em dois dos nossos sistemas de coordenadas favoritos:

$$ds^2 = -dt^2 + \boxed{a^2(t)}\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + \boxed{r^2 d\Omega^2}\right] \qquad \boxed{= b^2} \qquad d_A = a\,r = \frac{r}{1+z}$$

$$ds^2 = -dt^2 + \boxed{a^2(t)}\left[d\chi^2 + \boxed{\frac{1}{k}\,\sin^2\left(\sqrt{k}\,\chi\right)d\Omega^2}\right] \qquad \boxed{= b^2} \qquad d_A = \frac{1}{1+z}\frac{1}{\sqrt{k}}\sin\left(\sqrt{k}\,\chi\right)$$

Distância luminosidade

Podemos também usar um objeto cuja **luminosidade** é conhecida para estimar a distância até ele:



$$f = \frac{L}{4\pi\, d_L^2}$$

Em FLRW os fotons da fonte de luz sofrem **dois** efeitos não-triviais:

1. A sua energia decai com o redshift segundo $E \sim 1/a$; e
2. A frequência com que os fotons chegam ao ponto de observação também sofre um "redshift", por um fator de $1/a$.

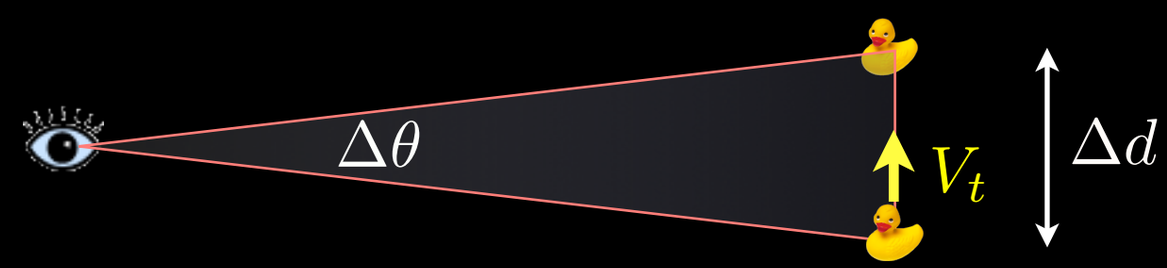
Portanto, o fluxo observado (ou seja, a **potência**) é dada por:

$$f_0 = \left(\frac{a_\mathrm{e}}{a_0}\right)^2 \frac{L}{4\pi\, r^2} \quad \Rightarrow \quad d_L = \frac{r}{a_e} = (1+z)\, r$$

Distância de movimento próprio

Se um objeto está se movendo com uma velocidade V_t transversal à linha de visada, então ao longo de um intervalo de tempo Δt esse objeto vai se mover uma distância Δd:

$$\Delta d = V_t \, \Delta t = V_t \, \frac{a(t)}{a_0} \, \Delta t_0$$



A distância angular que esse objeto viaja naquele intervalo de tempo é dada pelo mesmo argumento utilizado na distância de diâmetro angular:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta d}{r/(1+z)} = \frac{V_t \, \Delta t_0/(1+z)}{r/(1+z)} = \frac{V_t \, \Delta t_0}{r}$$

Essa relação nos permite definir a **distância de movimento próprio** como:

$$d_M = \frac{V_t}{\Delta\theta/\Delta t_0} \quad (= r)$$

Para pode usar isso, devemos conhecer a velocidade!

Relações de "dualidade" das distâncias

Das suas definições, temos que, por exemplo (Etherington, 1933):

$$\frac{d_L}{d_A} = (1+z)^2$$

Sob que condições isso é verdade? (Bassett & Kunz 2004)

(a) O número de fotons é conservado ("transparência")

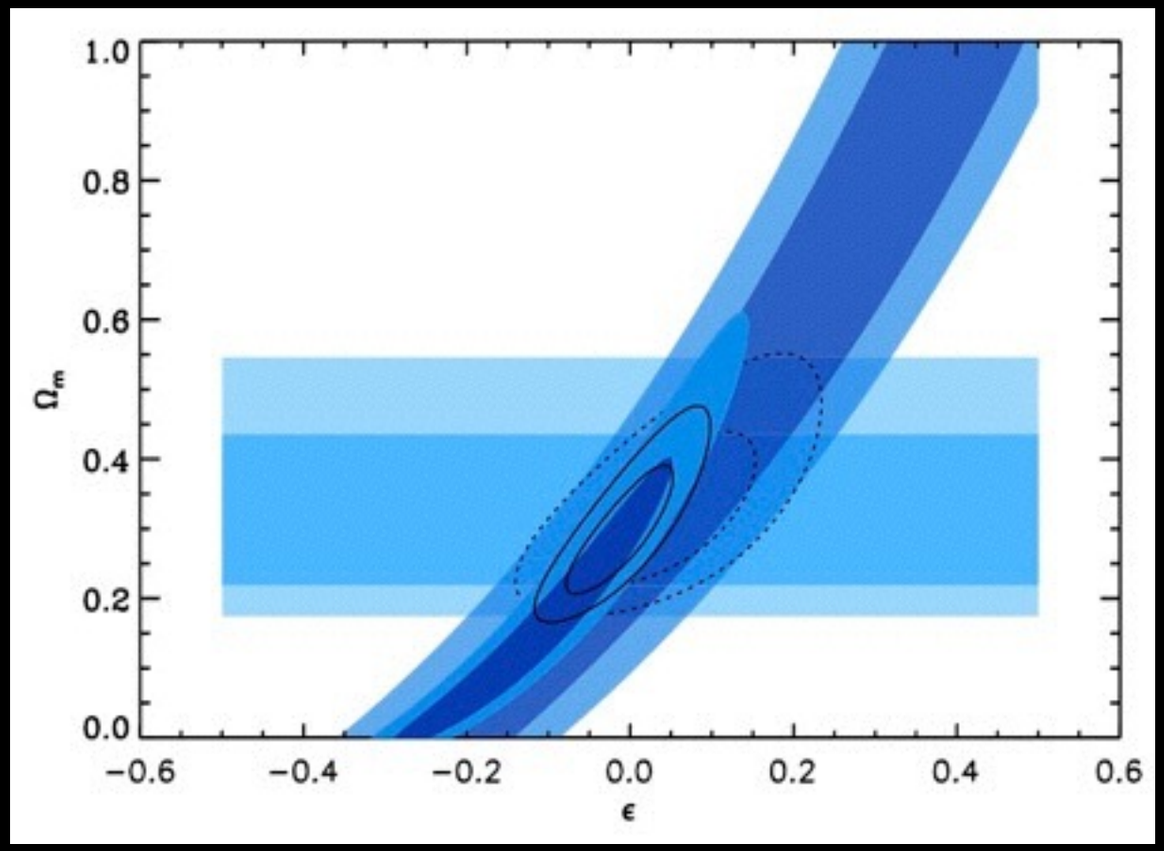
(b) Teoria métrica da gravidade

(c) Os fotons viajam em geodésicas nulas únicas

Será que funciona?...

(e.g., Avgoustidis, Jimenez & Verde, 2009)

$$\frac{d_L}{d_A} = (1+z)^{2+\epsilon}$$



Relações de "consistência" (Clarkson, Bassett & Hui-Ching Lu, Phys. Rev. Lett. 2008)

Suponha que medimos independentemente $H(z)$ e, p. ex., $d_L(z)$. Então:

$$d_L(z) = (1+z)\,r = \frac{(1+z)}{\sqrt{k}}\,\sin\left(\sqrt{k}\chi\right) = \frac{(1+z)}{\sqrt{k}}\sin\left[\sqrt{k}\int\frac{dt}{a(t)}\right]$$

$$= \frac{(1+z)}{\sqrt{k}}\sin\left[\sqrt{k}\int\frac{da}{a^2\,H}\right]$$

$$a = \frac{1}{1+z}$$

$$= -\frac{(1+z)}{\sqrt{k}}\sin\left[\sqrt{k}\int_z^0\frac{dz'}{H(z')}\right]$$

$$da = -\frac{dz}{(1+z)^2}$$

$$= \frac{(1+z)}{\sqrt{k}}\sin\left[\sqrt{k}\int_0^z\frac{dz'}{H(z')}\right]$$

Portanto, deveria ser verdade que:

$$k = \frac{1-[H(z)r'(z)]^2}{r^2(z)}$$

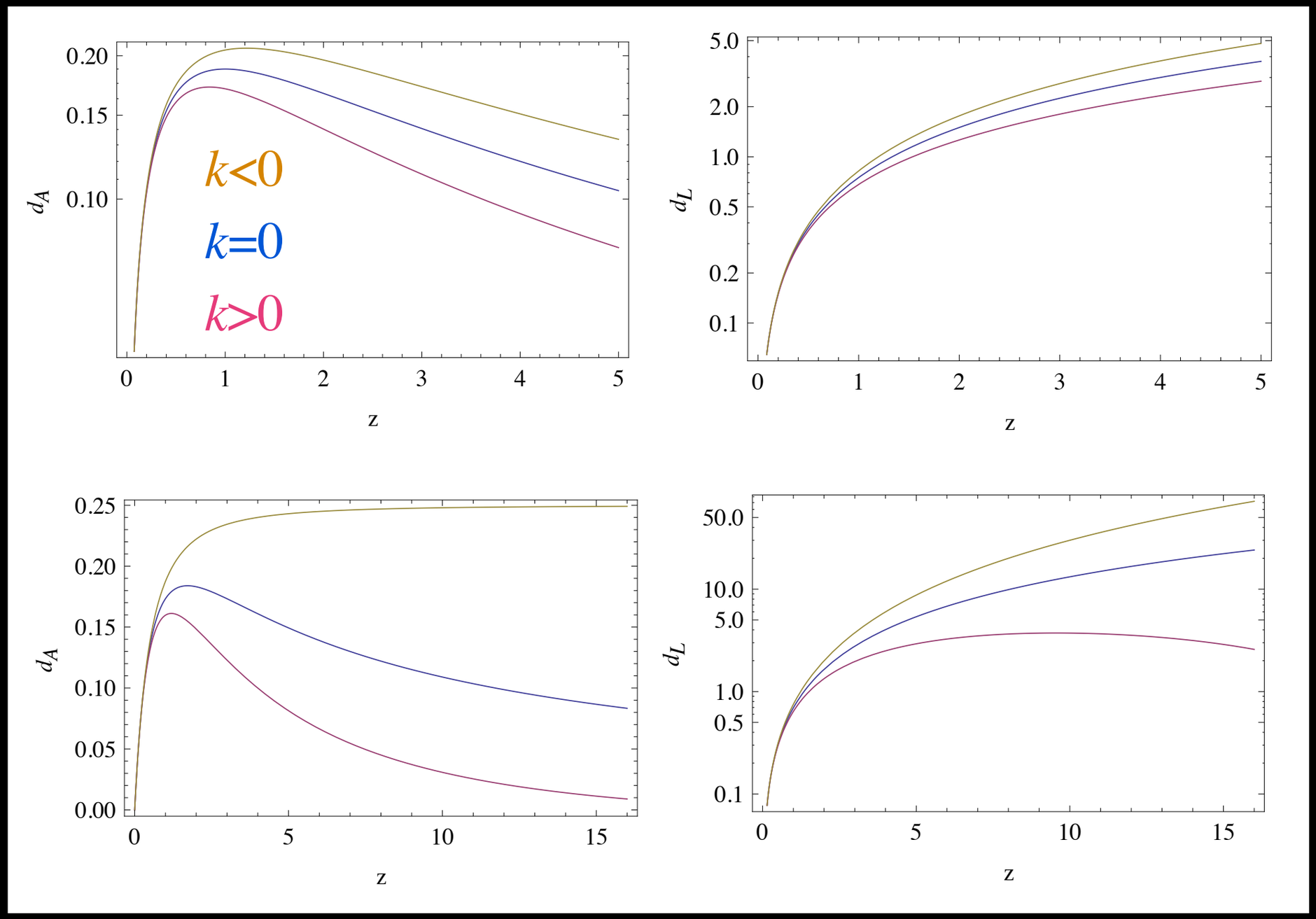
→ Dá para observar e checar!

Distâncias de diâmetro angular e de luminosidade: exemplos

Usando a geodésica nula radial: $\chi = \int \frac{dt}{a(t)}$

$a \sim t^{2/3}$

$a \sim t^{2}$



Problema

Considere um universo com um fator de escala $a=(t/t_0)^2$. Tome $t_0=1$ por simplicidade.

(a) Um raio de luz viaja desde uma posição inicial χ_e em t_e, e chega na origem em t_0. Todos os raios de luz chegam na origem, independente de χ_e e de t_e ?

(b) Compute $\chi_e(t)$ nesse modelo.

(c) Compute $d_L(z)$ nesse modelo.

(d) Compute $d_A(z)$ nesse modelo.

(e) Faça gráficos qualitativos dessas três quantidades.

(f) Um raio de luz observado hoje foi emitido em $z=1000$. Em que instante de tempo (relative a t_0) ele foi emitido? E qual é o raio comóvel do ponto onde ele foi emitido?

(g) Uma galáxia esférica em $z=1$ tem raio próprio R. Que ângulo ela subtende no céu, quando a seção espacial tem curvatura $k>0$, $k<0$ e $k=0$?

Cosmografia

Vamos escrever o **raio comóvel** como:

Inverta limites de integração

$$\chi = \int \frac{dt}{a(t)} = \int \frac{dt}{da}\frac{da}{a} = \int \frac{da}{a^2 H} = \int \frac{dz}{H(z)}$$

$$a = \frac{1}{1+z}$$

$$da = -\frac{dz}{(1+z)^2}$$

$$a(t) = 1 + H_0(t-t_0) - \frac{1}{2}q_0 H_0^2 (t-t_0)^2 + \ldots$$

$$H(t) = H_0\left[1 - H_0(1+q_0)(t-t_0) + \ldots\right]$$

H_0: parâmetro de Hubble hoje

q_0: parâmetro de desaceleração

Invertendo, obtemos:

$$(t-t_0) = -H_0^{-1}\left[z - \left(1 + \frac{1}{2}q_0\right)z^2 + \ldots\right]$$

Substituindo de volta na primeira expressão e integrando, obtemos:

$$\chi \simeq H_0^{-1}\left[z - \frac{1}{2}(1+q_0)z^2 + \ldots\right]$$

c/H_0: escala de distâncias cosmológicas

A distância-luminosidade pode ser expandida (para **k=0!**) como:

$$d_L(z) = H_0^{-1}\left[z + \frac{1}{2}(1-q_0)z^2 + \ldots\right]$$

Problema: e quando temos curvatura espacial?

Ou, em termos do fluxo medido de um objeto de luminosidade conhecida:

$$f = \frac{L}{4\pi\, d_L^2(z)} = \frac{L\, H_0^2}{4\pi\, z^2}\left[1 + \frac{1}{2}(q_0-1)z + \ldots\right]$$

Os astrônomos que medem esses fluxos escolheram (desde Hiparco, há 2000 anos!) o sistema de **magnitudes**. A **magnitude relativa** (ou **brilho**) entre dois objetos é:

$$\Delta m_{12} = m_1 - m_2 = -2.5\,\log_{10}\frac{f_1}{f_2}$$

Já vimos que o objeto "padrão" para medir magnitudes é a estrela **Vega.**

Só como lembrança, aqui estão algumas "magnitudes aparentes":

$$m \equiv -2.5 \log_{10} \frac{f}{f_{\rm Vega}}$$

Magnitude aparente (m)	Objeto
-27	Sol
-13	Lua cheia
-5	Venus
0	Vega*, Saturno
6	Limite do olho humano
8	Netuno
14	Plutão
20	Galáxia em z=1
27	Limite da luz visível por um telescópio de 8m
32	Limite do telescópio HST

* Para ser exato, o padrão moderno é uma "Vega teórica". A Vega real foi melhor observada em tempos mais recentes, e em termos da definição original temos que $m_{\rm VEGA} = 0.03$!

Magnitude absoluta

Podemos definir uma luminosidade "absoluta", colocando um objeto numa dada distância padrão. Em Astronomia, essa distância padrão é **10 pc**, onde **1 pc=3.26 l-yr**.

Então:

$$M \equiv m + 2.5\,\log_{10}\frac{f}{f_{10\,\mathrm{pc}}} = m - \underbrace{5\,[\log_{10} d_L(\mathrm{pc}) - 1]}_{\mu}$$

μ
módulo de distância

$$M = m - \mu$$

Portanto, se uma distância é conhecida e a magnitude relativa é medida, podemos calcular a magnitude absoluta de um objeto astronômico.

Reciprocamente, se a **magnitude absoluta** de um objeto pode ser **conhecida**, e **medimos** a sua **magnitude relativa**, então podemos inferir o **módulo de distância** — e a **distância-luminosidade**!

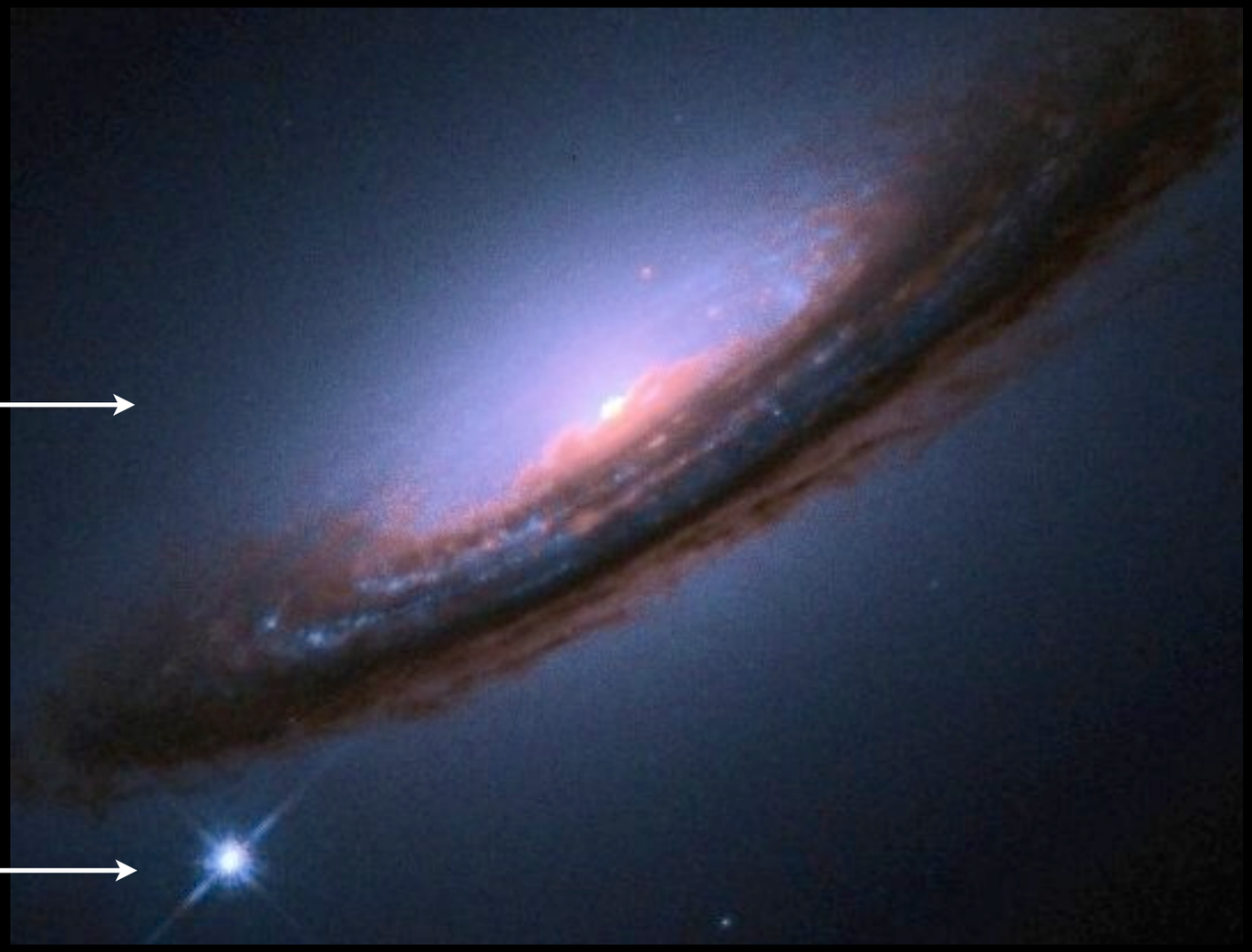
Examplo: Supernovas do tipo Ia

Supernovas são as maiores explosões estelares no Universo.

A luz dessas explosões pode ofuscar a luz de uma galáxia inteira!

NGC 4526

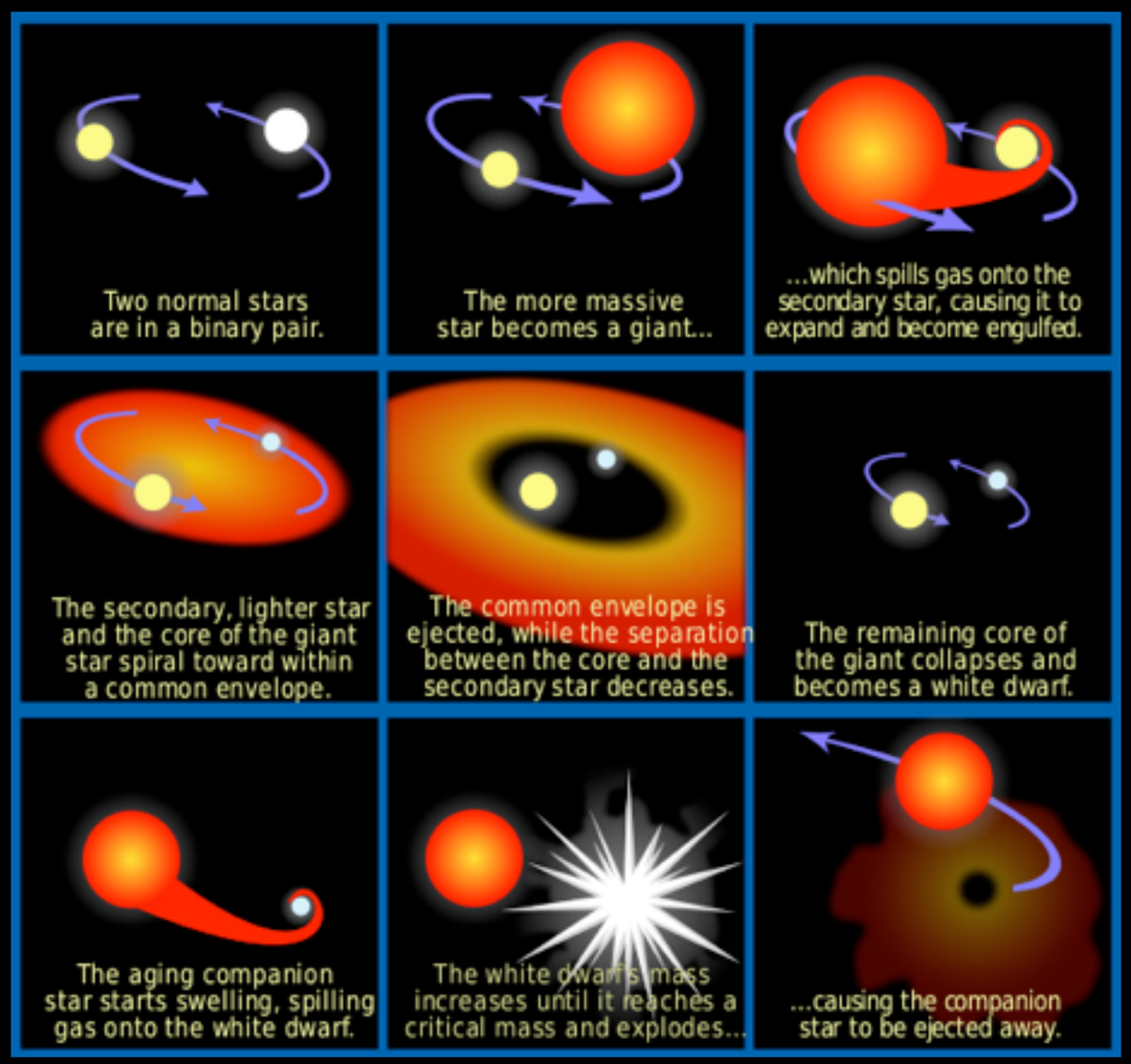
SN 1994D



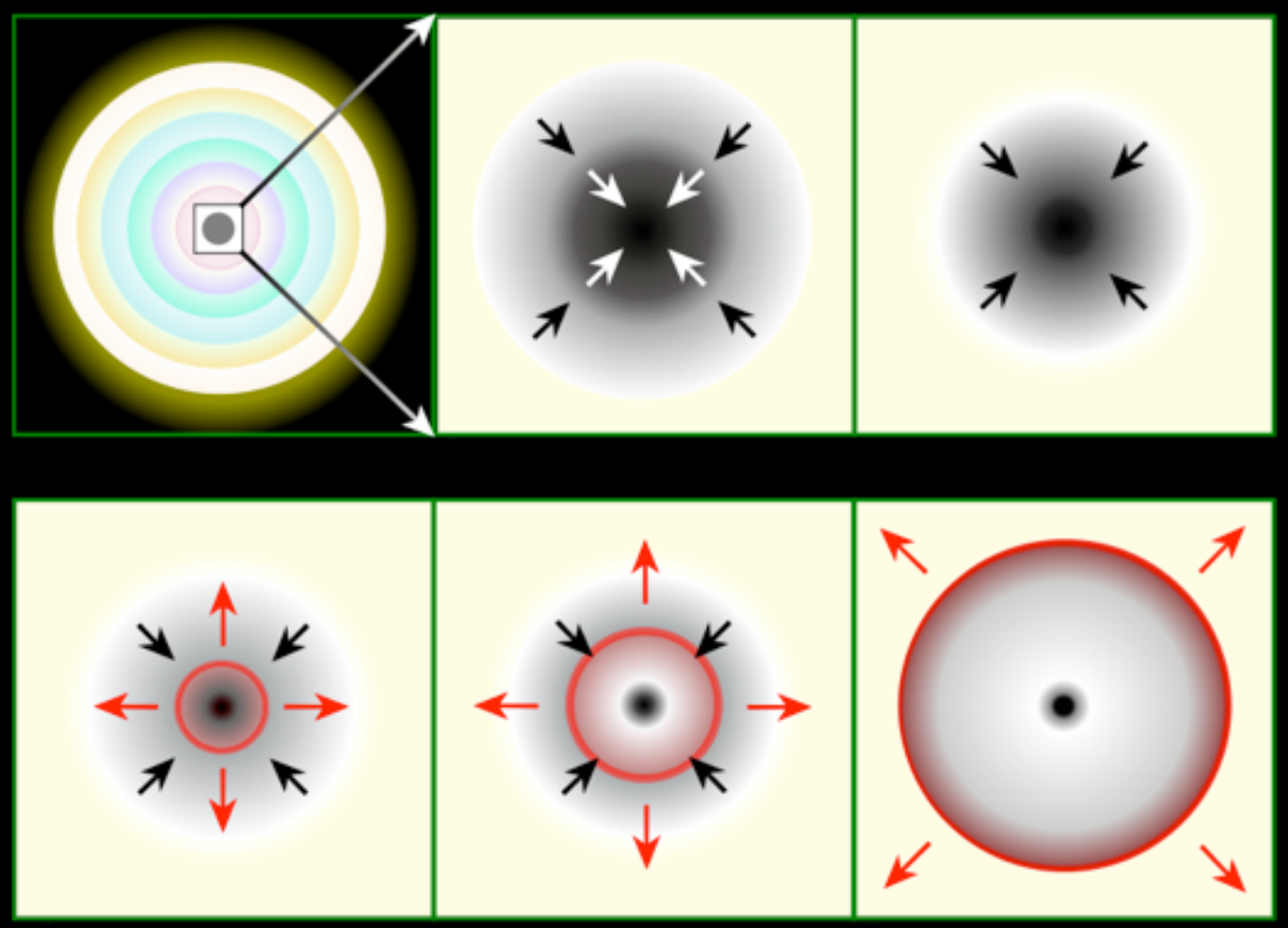
As supernovas vêm em diversos tipos, mas, basicamente:

Tipo I: explosão de uma anã branca tipo CO

(Explosão ativada para valores parecidos da massa)

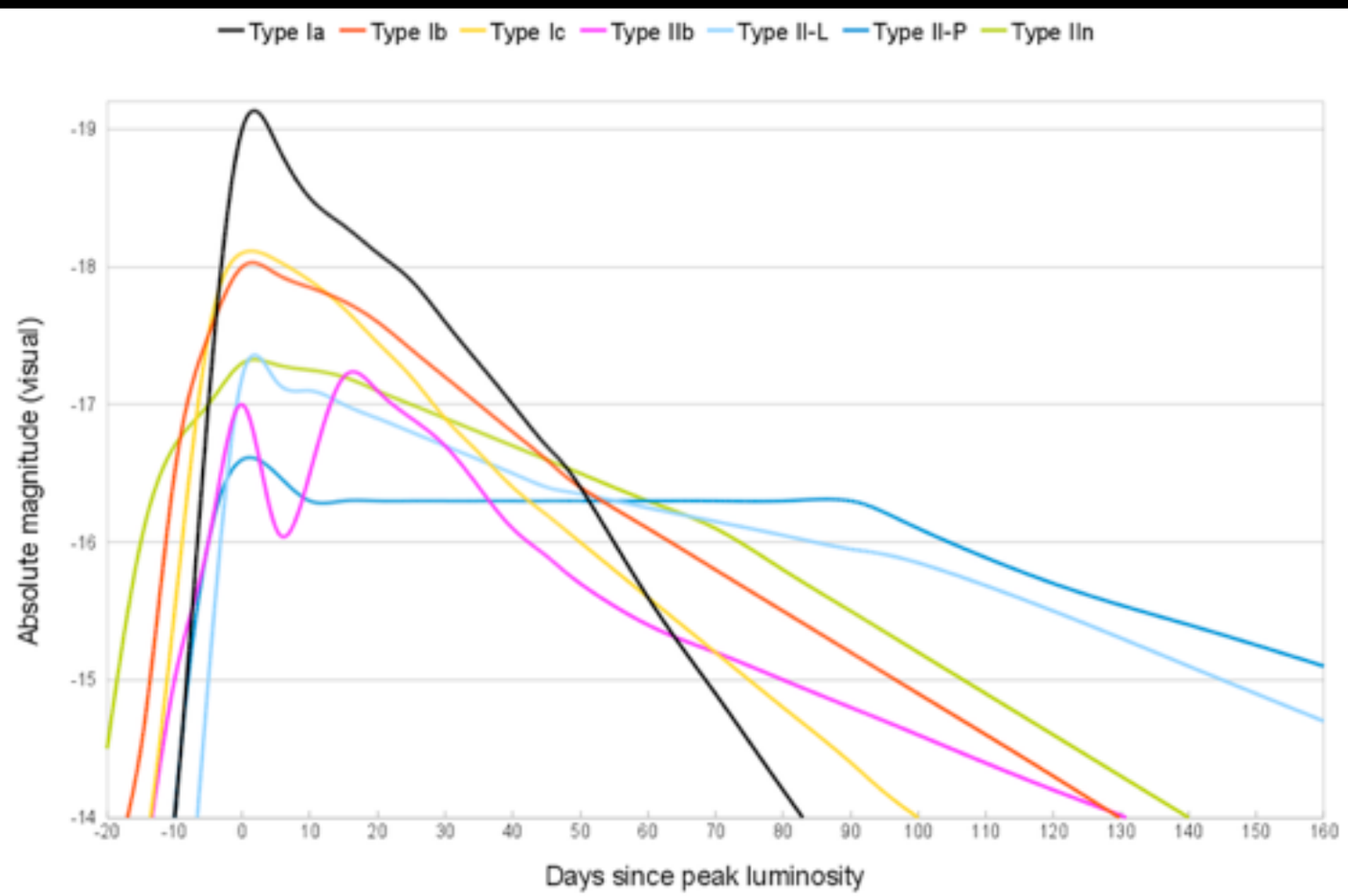


Tipo II - core-collapse

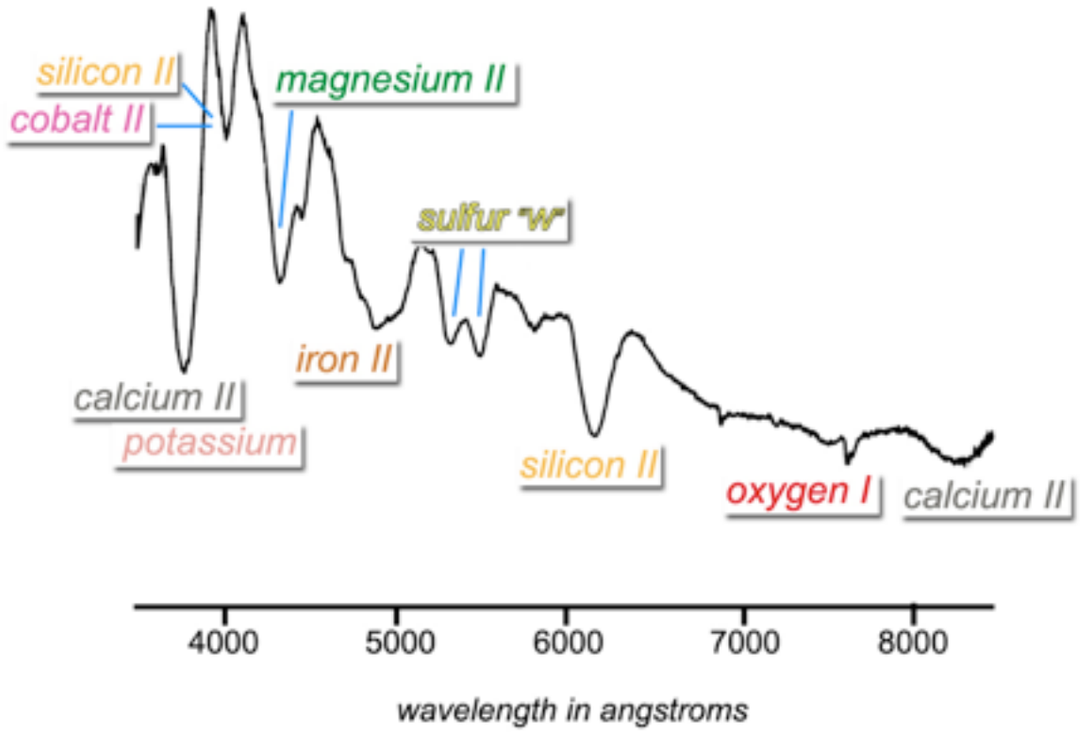


Supernovas são subdivididas em termos das suas **curvas de luz** (isto é, como a explosão se desenvolve ao longo do tempo), e também em termos dos seus **espectros** (ou SEDs - Spectral Energy Distributions).

Curvas de luz de diversos tipos de SNs



Espectro típico de uma SN Ia



Supernovas Ia são particularmente interessantes: elas parecem ter **luminosidades muito similares**, o que indica que as massas dos progenitores devem ser similares

Luminosidade: ~10 bilhões de vezes a do Sol; pico no **óptico**

decaimento $^{56}Ni \rightarrow {}^{56}Co \rightarrow {}^{56}Fe$ provê a energia das SNs Ia

Duração: algumas (3-6) semanas

Padronizáveis: $\leq$6% em distância

A luminosidade e homogeneidade das SNs Ia fazem delas uma das melhores medidas de distância!

Em 1993, após observar diversas SNs Ia próximas, **M. Phillips** (Ap. J. Lett. 413: L105-L108) percebeu uma curiosa relação entre as **curvas de luz** e as **magnitudes absolutas**. De acordo com essa relação:

$$M_B = -21.726 + 2.698\,\Delta m_{15}(B)$$

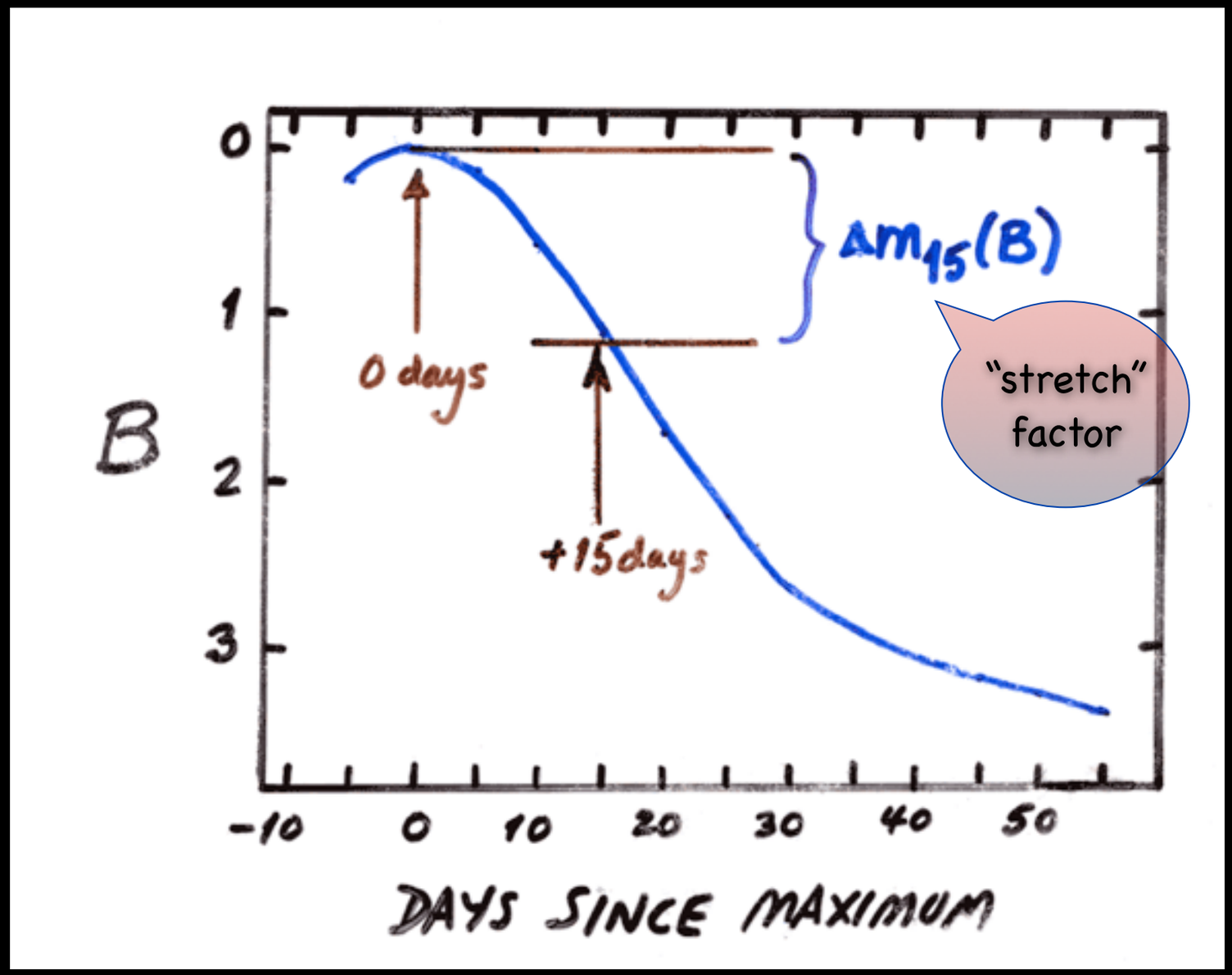


Diagrama original de Phillips

A relação de Phillips foi depois refinada, com **correções** dependendo da "**cor**" da supernova.

Essa relação é **totalmente fenomenológica** – não há nenhuma boa teoria por trás dela.

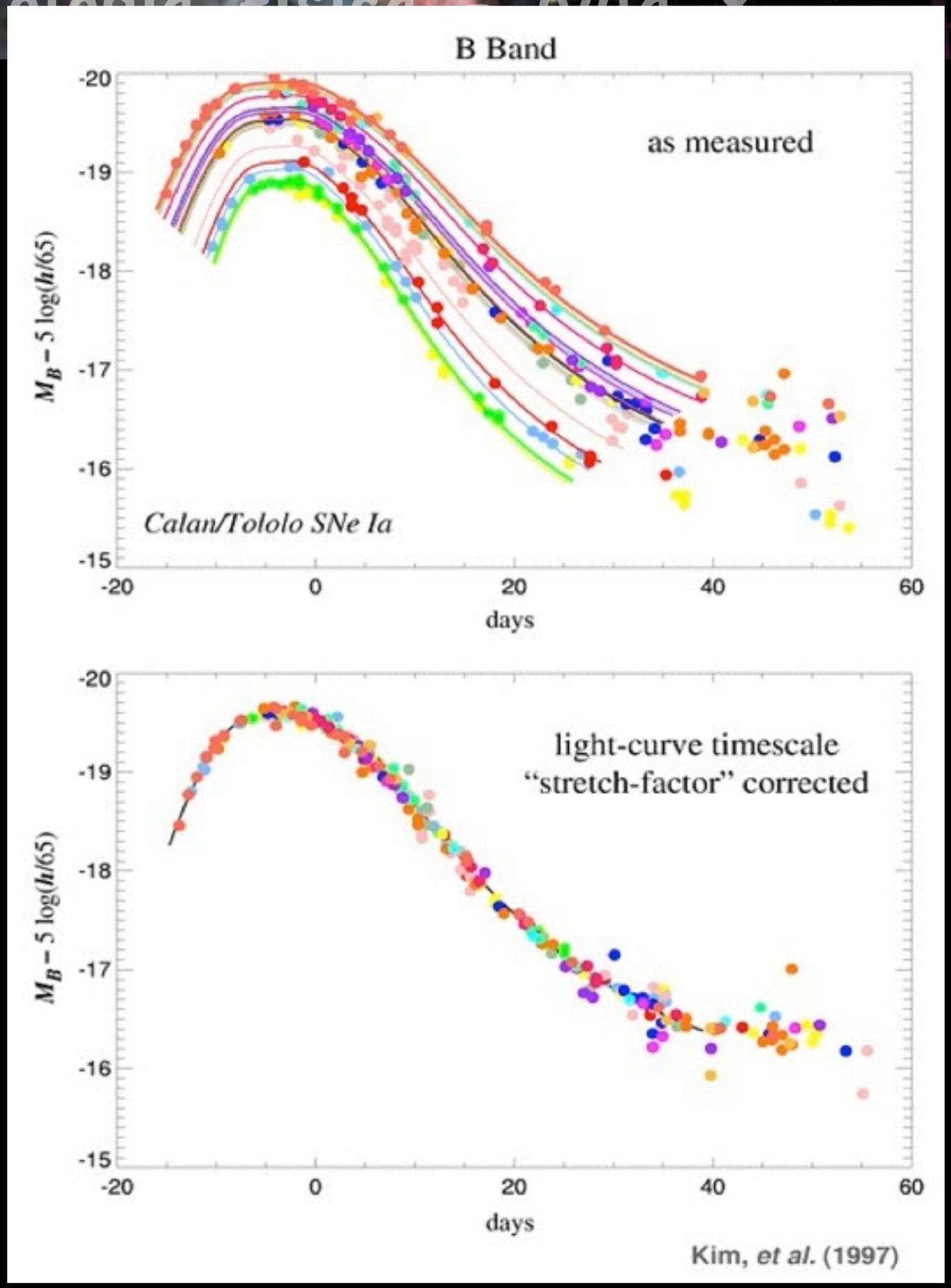
Entretanto, ela parece funcionar muito bem!

Portanto, podemos definir um "**módulo de distância**" para as Supernovas Ia, que é uma medida da **distância-luminosidade:**

$$\mu_B = m_b - M_B + \alpha\,\Delta m_{15} + \beta\,c$$

$$\mu_B \to 5\,\log_{10}\frac{d_L}{10\,\mathrm{pc}}$$

$$d_L(z) = (1+z)\,\chi = H_0\left[z + \frac{1}{2}(1-q_0)z^2 + \ldots\right]$$

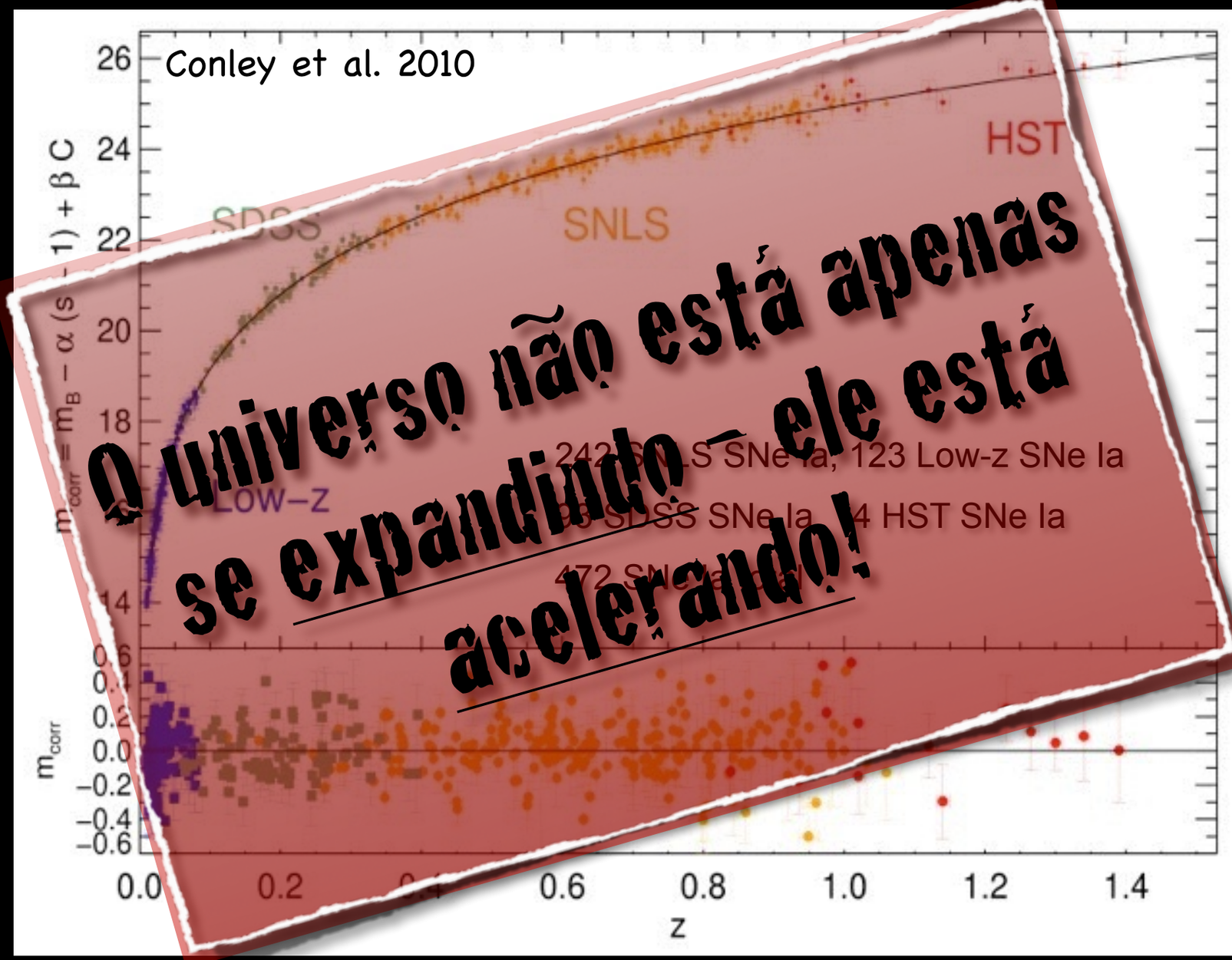


Podemos então usar as SNs Ia para traçar um diagrama de **distância v. redshift** - ou, melhor, do **módulo de distância (corrigido) v. redshift**:

$$\mu_B \to 5\,\log_{10}\frac{d_L}{10\,\mathrm{pc}} \qquad d_L(z) = (1+z)\,\chi = H_0^{-1}\left[z + \frac{1}{2}(1-q_0)z^2 + \ldots\right]$$

Shift: M_B - 5 $\log_{10}$ (c/H_0/10pc)

-> **Forma** dessa curva pode determinar q_0 !

Observações:

$$q_0 = -0.5 \pm 0.2$$