Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle

Teste 5 de PTC3405 - Processos Estocásticos - 1o semestre 2019
GABARITO

[Peebles, 2000] É dado o processo aleatório

$$X(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \Theta)$$

em que A_0 e ω_0 são constantes e Θ é uma VA uniformemente distribuída no intervalo $(0,\pi)$.
Pede-se:

a) $X(t)$ é ESA? Justifique.

b) Encontre a potência média de $X(t)$.

c) Encontre e esboce a DEP $S_{XX}(\omega)$ de $X(t)$.

(a) $\overline{X} = A_0 E[\cos(\omega_0 t + \Theta)] =$

$A_0 \int_0^{\pi} \cos(\omega_0 t + \theta) \cdot \frac{1}{\pi} d\theta$

$= \frac{A_0}{\pi} [\operatorname{sen}(\omega_0 t + \theta)]_0^{\pi} =$

$= \frac{A_0}{\pi} [-\operatorname{sen}(\omega_0 t) - \operatorname{sen}(\omega_0 t)]$

$= -\frac{2A_0}{\pi} \operatorname{sen}(\omega_0 t)$

0,1 Justifique!

O processo não é estacionário pois a média não é constante

(b) $R_{XX}(t,\tau) = E[A_0^2 \cos(\omega_0 t + \Theta) \cdot \cos(\omega_0 t + \omega_0 \tau + \Theta)] =$

$= A_0^2 E\left[\frac{\cos(2\omega_0 t + 2\Theta + \omega_0 \tau) + \cos(\omega_0 \tau)}{2}\right]$

$= \frac{A_0^2}{2}\left(\cos \omega_0 \tau + \int_0^{\pi} \cos(2\omega_0 t + 2\theta + \omega_0 \tau) \cdot \frac{1}{\pi} d\theta\right)$

$= \frac{A_0^2}{2} \cos \omega_0 \tau + \cancel{\left[\frac{\operatorname{sen}(2\omega_0 t + 2\theta + \omega_0 \tau)}{\pi}\right]_0}$

$= \frac{A_0^2}{2} \cos \omega_0 \tau$

$R_{XX}(\tau) = \frac{A_0^2}{2} \cos \omega_0 \tau$ 0,5

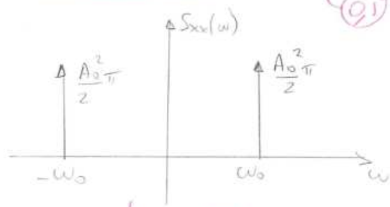
$E[X^2] = R_{XX}(0) \Rightarrow \boxed{E[X^2] = \frac{A_0^2}{2}}$

0,3

(c) $S_{XX}(\omega) = \mathcal{F}\{R_{XX}(\tau)\} =$

$= \frac{A_0^2}{2} \cdot \pi \{\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)\}$

0,1



0,2

Referências

Peebles, P. (2000). *Probability, Random Variables, and Random Signal Principles.* McGraw-Hill Science/Engineering/Math.