

## 7- Projeto de Controladores Feedback

Neste capítulo vamos tentar responder às seguintes perguntas: Como selecionamos o tipo de controlador feedback (ou seja, P, PI ou PID) e como ajustamos os parâmetros do controlador selecionado (ou seja,  $K_c$ ,  $\tau_I$  e  $\tau_D$ ) de forma a obter uma resposta "ótima" para o processo controlado?

### 7.1- Introdução

Considere o diagrama de blocos do sistema em malha fechada da Figura 5.1. Quando a carga ou o *set point* muda, a resposta do processo se desvia e o controlador tenta trazer a saída novamente para o *set point* desejado. A Figura 7.1 mostra a resposta do processo controlado para uma perturbação degrau unitária na carga quando diferentes tipos de controlador são usados. Notamos que diferentes controladores têm efeitos diferentes na resposta do processo controlado.

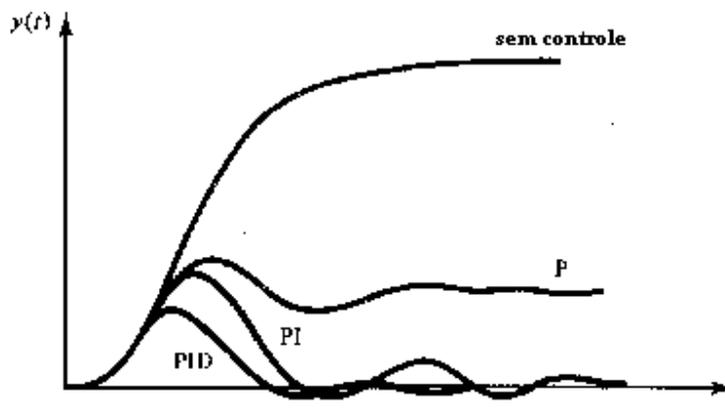


Figura 7.1- Resposta de um sistema para uma perturbação degrau na carga sem controle e com vários tipos de controle feedback.

Assim, a primeira questão aparece:

- Que tipo de controlador feedback deve ser usado para controlar um dado processo?

Se decidirmos, por exemplo, usar o controle PI, ainda temos que selecionar o valor do ganho  $K_c$  e da constante de tempo integral  $\tau_I$ . Nos capítulos anteriores vimos que estes parâmetros apresentam um efeito forte na resposta do processo controlado. Assim a segunda pergunta que surge é:

- Como selecionamos os melhores valores para os parâmetros ajustáveis do controlador feedback?

Isto é conhecido como o problema de sintonização do controlador.

Para responder a estas duas questões de projeto necessitamos de uma medida quantitativa para comparar as alternativas e selecionar o melhor tipo de controlador e os melhores valores para os seus parâmetros. Então a terceira questão que surge é:

- Que critério de desempenho devemos usar para a seleção e sintonia do controlador?

Existe uma grande variedade de critérios de desempenho que poderíamos usar:

- Manter o desvio máximo (erro) tão pequeno quanto possível.
- Conseguir que o sistema atinja o *set point* desejado e permaneça nele rapidamente
- Minimizar a integral dos erros enquanto não se permanece no *set point* desejado, etc.

Diferentes critérios de desempenho levam a diferentes projetos do controlador.

## 7.2- Critérios de desempenho Simples

Começamos com o critério de desempenho pois precisamos estabelecer uma base para comparação de alternativas de projetos de controlador e porque a sua seleção constitui a principal dificuldade durante o projeto de um sistema feedback.

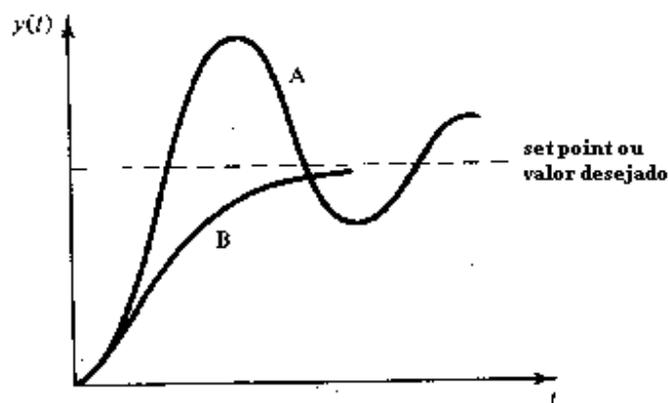


Figura 7.2- Diferentes respostas em malha fechada.

Considere dois diferentes sistemas de controle feedback que produzem as duas respostas em malha fechada mostradas na Figura 7.2. A resposta A atingiu o *set point* mais rápido do que a resposta B. Se o nosso critério para projeto do controlador fosse

*Voltar para o set point o mais rápido possível*

Então selecionaríamos o controlador que leva a uma resposta em malha fechada do tipo da curva A. Mas se o nosso critério fosse

*Manter o desvio máximo o menor possível*

ou

*Retornar ao set point desejado e permanecer próximo a ele no menor tempo possível*

Teríamos selecionado o outro controlador, que apresenta a resposta em malha fechada do tipo B.

Dúvidas similares serão encontradas frequentemente durante o projeto de um controlador.

Para cada aplicação em controle de processos podemos distinguir

*Critérios de desempenho em estado estacionário*

*Critérios de desempenho da resposta dinâmica*

O principal critério estacionário é *erro zero no estado estacionário*. Vimos que na maioria dos casos o controlador proporcional não consegue atingir erro zero no estado estacionário e que o controlador PI consegue. Também sabemos que para controle proporcional o erro no estado estacionário (*offset*) tende a zero quanto  $K_c \rightarrow \infty$ .

A avaliação do desempenho dinâmico de um sistema em malha fechada pode ser baseado em dois tipos de critérios:

- 1- Critérios que usam somente poucos pontos da resposta. Eles são simples, mas somente aproximados.
- 2- Critérios que usam toda a resposta em malha fechada, do tempo  $t=0$  até um tempo  $t$  muito grande. São mais precisos, mas também mais trabalhosos.

Os critérios mais simples são baseados em algumas características da resposta em malha fechada do sistema. As mais usadas são:

-*Overshoot*

-Tempo de ascensão (tempo necessário para a resposta atingir pela primeira vez o valor desejado)

-Tempo de assentamento (tempo necessário para a resposta ficar dentro da faixa de  $\pm 5\%$  do valor desejado).

-Razão de declínio

-Frequência de oscilação da resposta transiente

Cada uma das características acima poderia ser usada como o critério básico para selecionar o controlador e os valores dos parâmetros ajustáveis. Assim, poderíamos projetar o controlador para ter *overshoot* mínimo, ou tempo de assentamento mínimo, etc. Deve-se enfatizar, entretanto, que uma característica não é suficiente para descrever a resposta dinâmica e normalmente precisamos que mais de um objetivo seja satisfeito. Infelizmente projetos de controladores baseados em critérios múltiplos levam a características conflitantes da resposta. Por exemplo, na Figura 5.8 vemos que para um controlador PID, para diminuir o valor do *overshoot*

(através da diminuição de  $K_c$ ) aumentamos o tempo de assentamento. Estes conflitos vão sempre aparecer quando usarmos os critérios de projetos simples tais como os descritos acima.

De todos os critérios de desempenho citados, a razão de declínio tem sido o critério mais popular. A experiência tem mostrado que uma razão de declínio ( $C/A$  - Figura 3.2) igual a  $1/4$  é um meio termo razoável entre um tempo de ascensão rápido e um tempo de assentamento razoável. Este critério é usualmente chamado de critério da razão de declínio de um quarto .

### 7.3- Critério de desempenho da integral no tempo

A forma da resposta em malha fechada, do tempo  $t=0$  até que o estado estacionário tenha sido atingido, pode ser usada para a formulação de um critério de desempenho dinâmico. Diferentemente dos critérios simples que usam somente características isoladas da resposta dinâmica (razão de declínio, tempo de assentamento, etc.), os critérios desta categoria são baseados na resposta do processo como um todo. Os mais usados são:

1- Integral do erro ao quadrado (ISE-Integral of the Square Error), em que

$$ISE = \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t) dt \quad (7.1)$$

2-Integral do valor absoluto do erro (IAE-Integral of the Absolute value of the Error), em que

$$IAE = \int_0^{\infty} |\varepsilon(t)| dt \quad (7.2)$$

3- Integral do tempo vezes o erro absoluto (ITAE-Integral of the Time-weighted Absolute Error), em que

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |\varepsilon(t)| dt \quad (7.3)$$

$\varepsilon(t) = y_{sp}(t) - y(t)$  é o desvio (erro) da resposta do *set point* desejado.

O problema de projeto do "melhor" controlador pode agora ser formulado como:

*Selecione o tipo de controlador e os valores dos seus parâmetros ajustáveis de forma a minimizar o ISE, IAE ou ITAE da resposta do sistema.*

Qual dos três critérios acima serão usados depende das características do sistema a ser controlado e de certas exigências que impomos à resposta do processo controlado. A seguir são mostradas algumas regras gerais:

*Se é importante evitar grandes erros, ISE é melhor do que IAE porque os erros estão elevados ao quadrado e assim contribuem mais para o valor da integral.*

Para evitar pequenos erros, IAE é melhor do que ISE porque quando elevamos números pequenos ao quadrado (menores que um) eles se tornam menores ainda.

Para evitar erros que persistem por longos tempos, o critério ITAE é o melhor porque grandes tempos amplificam o efeito de erros mesmo pequenos no valor da integral.

### Exemplo 7.1- Sintonia de controladores usando o critério da integral no tempo

Considere o sistema em malha fechada mostrado na Figura 7.3 A resposta em malha fechada é:

$$y(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\frac{\tau_I}{20K_c} s^2 + \tau_I \left(1 + \frac{1}{20K_c}\right) s + 1} y_{sp}(s) + \frac{(\tau_I / 20K_c) s}{\frac{\tau_I}{20K_c} s^2 + \tau_I \left(1 + \frac{1}{20K_c}\right) s + 1} d(s)$$

ou

$$y(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1} y_{sp}(s) + \frac{(\tau_I / 20K_c) s}{\tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1} d(s) \quad (7.4)$$

em que

$$\tau = \sqrt{\frac{\tau_I}{20K_c}} \quad (7.5)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\tau_I}{20K_c} (1 + 20K_c)} \quad (7.6)$$

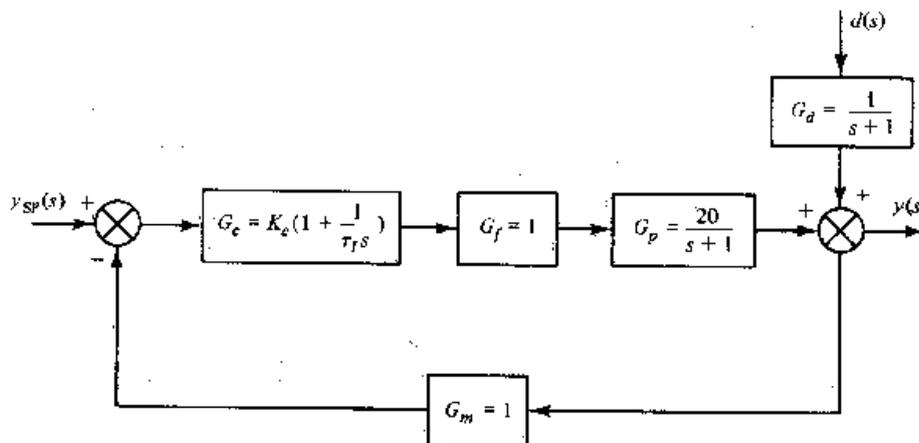


Figura 7.3- Sistema em malha fechada do exemplo 7.1

Para selecionar os melhores valores de  $K_c$  e  $\tau_I$ , podemos usar um dos três diferentes critérios ISE, IAE ou ITAE. Além disso, podemos considerar mudanças no *set point* ou na carga. Finalmente, mesmo se selecionarmos mudanças no *set point*, ainda precisamos decidir que tipo de mudanças

considerar (ou seja, degrau, senoidal, impulso, etc.). Vamos selecionar o critério ISE e a perturbação degrau unitário no *set point*. Da equação 7.4 temos

$$y(s) = \frac{\tau_I s + 1}{\tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1} \frac{1}{s}$$

Invertendo esta equação encontramos (se  $\xi < 1$ )

$$y(t) = 1 + \frac{e^{-\xi/\tau}}{\sqrt{1-\xi^2}} \left[ \frac{\tau_I}{\tau} \operatorname{sen} \left( \sqrt{1-\xi^2} \frac{t}{\tau} \right) \right] - \operatorname{sen} \left( \sqrt{1-\xi^2} \frac{t}{\tau} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \right) \quad (7.7)$$

E então podemos resolver o seguinte problema de otimização:

Minimize  $\text{ISE} = \int_0^{\infty} [y_{sp} - y(t)]^2 dt$  selecionando os valores de  $\tau$  e  $\xi$ , em que  $y(t)$  é dado pela equação 7.7.

Os valores ótimos de  $\tau$  e  $\xi$  são dados pela solução das seguintes equações (condições para o ótimo):

$$\frac{\partial(\text{ISE})}{\partial\tau} = \frac{\partial(\text{ISE})}{\partial\xi} = 0$$

Se  $\tau^*$  e  $\xi^*$  são os valores ótimos, podemos encontrar os valores ótimos correspondentes para os parâmetros do controlador ( $K_c$  e  $\tau_I$ ) usando as equações 7.5 e 7.6.

Devemos ter em mente que:

- 1- Diferentes critérios levam a diferentes projetos do controlador, ou seja, se tivéssemos escolhido IAE ou ITAE os valores ótimos encontrados para  $K_c$  e  $\tau_I$  seriam diferentes.
- 2- Para o mesmo critério integral, diferentes mudanças na entrada levam a diferentes projetos. Por exemplo, se a mudança degrau unitária fosse feita na carga ao invés de no *set point*, os valores ótimos encontrados para  $K_c$  e  $\tau_I$  também seriam diferentes.

#### 7.4- Seleção do tipo de controlador feedback

Qual dos três tipos de controlador feedback deve ser usado para controlar um dado processo? A pergunta pode ser respondida de maneira sistemática como segue:

- 1- Defina um critério de desempenho apropriado (ISE, IAE ou ITAE)
- 2- Calcule o valor do critério de desempenho usando um controlador P, PI ou PID com os melhores valores para os parâmetros ajustáveis ( $K_c, \tau_I$  e  $\tau_D$ ).
- 3- Selecione o controlador que leva ao "melhor" valor do critério de desempenho.

Este procedimento, embora matematicamente preciso, apresenta vários problemas práticos:

*É muito tedioso*

*Depende de modelos (funções de transferência) para o processo, sensor e elemento final de controle, que podem não ser exatos.*

*Apresenta certas ambiguidades na escolha do melhor critério e da mudança na entrada a considerar.*

Felizmente é possível selecionar o tipo mais apropriado de controlador feedback usando somente considerações qualitativas vindas das análises feitas nos capítulos passados quando examinamos o efeito dos modos de controle proporcional, integral e derivativo na resposta de um sistema. Resumindo as conclusões são as seguintes:

#### 1- Controle proporcional

- (a) Acelera a resposta do processo controlado
- (b) Produz *offset* (ou seja, erro estacionário diferente de zero) para todos os processo com exceção dos chamados integradores puros (equação 3.4 -pag. 35).

#### 2- Controle integral

- (a) Elimina qualquer *offset*
- (b) A eliminação do *offset* normalmente leva a desvios máximos mais altos
- (c) Leva a respostas lentas e que oscilam por muito tempo
- (d) Se aumentamos o ganho  $K_c$  para obter respostas mais rápidas, o sistema se torna mais oscilatório e pode se tornar instável.

#### 3- Controle derivativo

- (a) Antecipa erros futuros e introduz ações de controle apropriadas a estes erros
- (b) Introduce um efeito estabilizante na resposta em malha fechada.

A Figura 7.1 mostra estas características.

A partir das considerações acima fica claro que o controlador PID deve ser o melhor. Isto é verdade no sentido de que ele oferece a maior flexibilidade para atingirmos a resposta desejada, já que tem 3 parâmetros ajustáveis. Ao mesmo tempo, ele leva a um problema de sintonia mais difícil pelo mesmo motivo. Podemos adotar as seguintes regras para selecionar o controlador mais apropriado:

- 1- *Se possível, use o controle proporcional simples.* Controle proporcional simples pode ser usado se podemos atingir *offset* aceitável com valores moderados de  $K_c$ . É normalmente usado para controle de nível e de pressão de gás.
- 2- *Se um controlador P simples não é aceitável, use um PI.* Um controlador PI deve ser usado quando o controle proporcional não consegue *offset* pequeno. É normalmente usado para controle de vazão. A resposta de um sistema de controle de vazão é muito rápida. Conseqüentemente, a velocidade do sistema em malha fechada se mantém satisfatória apesar da diminuição de velocidade causada pelo modo integral
- 3- *Use um controlador PID para aumentar a velocidade da resposta em malha fechada e para estabilizar o sistema.* O PI elimina o *offset* mas reduz a velocidade da resposta. No caso de sistemas muito lentos, a adição de um PI torna a resposta ainda mais lenta. Nestes casos a adição da ação de controle derivativa com o seu efeito estabilizador permite o uso de ganhos mais altos, que produzem respostas mais rápidas, sem oscilações excessivas. Este tipo de controle é muito usado, por exemplo, para controle de temperatura e composição.

### **7.5- Sintonia do controlador**

Depois que o tipo de controlador tiver sido selecionado, ainda temos que decidir que valores usar para os parâmetros ajustáveis. Este é conhecido como o problema de sintonia do controlador. Existem três diferentes abordagens que podem ser usadas:

- 1- Use critérios simples como a razão de declínio de um quarto, tempo de assentamento mínimo, desvio máximo mínimo, etc. Tal abordagem é facilmente implementada num processo real. Normalmente leva a várias soluções possíveis (diferentes combinações dos parâmetros levam ao mesmo resultado para razão de declínio ou outro critério). Especificações adicionais sobre o desempenho em malha fechada serão necessárias para selecionar um único conjunto de parâmetros.
- 2- Use critérios de integral no tempo como ISE, IAE ou ITAE. Esta abordagem é mais trabalhosa e depende fortemente do modelo matemático (função de transferência) do processo. Aplicada experimentalmente no processo real é bastante demorada.
- 3- Use regras semi empíricas que foram provadas na prática.

#### **7.5.1-Método da Curva de Reação ou Método de Cohen e Coon**

Um dos métodos semi empíricos mais conhecidos é o método da curva de reação do processo e foi desenvolvido por Cohen e Coon.

Considere o sistema de controle da figura 7.2, que foi "aberto" desconectando-se o controlador do elemento final de controle. Faça uma perturbação degrau de magnitude A na variável c, que atua no elemento final de controle. Guarde o valor da saída com o tempo. A curva  $y_m(t)$  é chamada de curva de reação do processo. Entre  $y_m$  e c temos as seguintes funções de transferência (veja figura 7.2):

$$G_{CRP}(s) = \frac{y_m(s)}{c(s)} = G_f(s)G_p(s)G_m(s) \quad (7.8)$$

A equação acima mostra que a curva de reação do processo é afetada não somente pela dinâmica do processo mas também pela dinâmica do sensor (medidor) e do elemento final de controle.

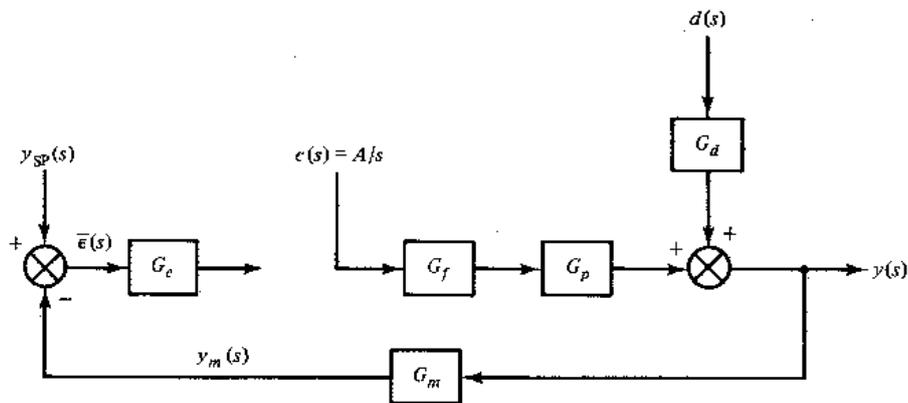


Figura 7.2- Malha de controle "aberta".

Cohen e Coon notaram que a resposta da maior parte dos processos a uma perturbação degrau tal como a descrita acima tem uma forma sigmoideal (veja figura 7.3a), que pode ser adequadamente aproximada pela resposta de um sistema de primeira ordem com tempo morto (veja a curva pontilhada na figura 7.3b):

$$G_{CRP} = \frac{y_m(s)}{c(s)} \approx \frac{Ke^{-t_d s}}{\tau s + 1} \quad (7.9)$$

que tem três parâmetros: ganho estático K, tempo morto  $t_d$  e constante de tempo  $\tau$ . Da resposta aproximada da Figura 7.3b é fácil estimar os valores destes parâmetros:

$$K = \frac{\text{saída (no estado estacionário)}}{\text{entrada (no estado estacionário)}} = \frac{B}{A}$$

$\tau = B/S$ , em que S é a inclinação da resposta sigmoideal no ponto de inflexão

$t_d =$  tempo passado até que o sistema responda

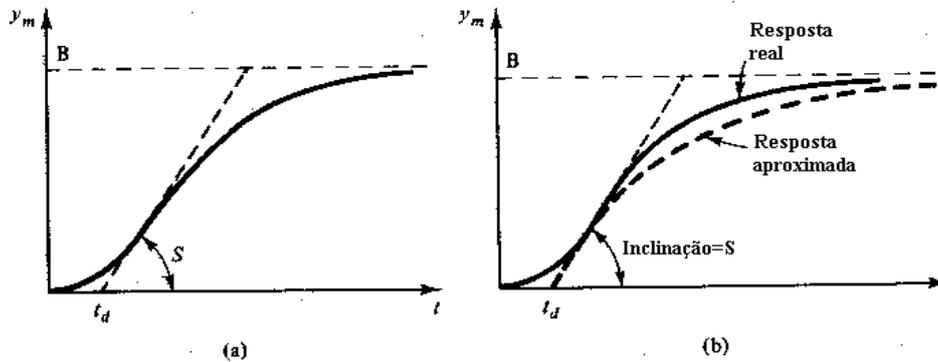


Figura 7.3- (a) Curva de reação do processo; (b) sua aproximação por um sistema de primeira ordem mais tempo morto.

Cohen e Coon usaram o modelo aproximado da equação 7.9 e estimaram os valores dos parâmetros  $K$ ,  $t_d$  e  $\tau$  como indicado acima. Então eles derivaram expressões para os "melhores" valores dos parâmetros empiricamente, de forma que se tenha resposta com razão de declínio de um quarto. Estas expressões são mostradas na tabela abaixo:

| Controlador | Parâmetros | Cohen e Coon   | Equação |
|-------------|------------|--|---------|
| P           | $K_c$      | $\frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left[ 1 + \frac{t_d}{3\tau} \right]$        | (7.10)  |
| PI          | $K_c$      | $\frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left[ 0.9 + \frac{t_d}{12\tau} \right]$     | (7.11)  |
|             | $\tau_I$   | $\frac{t_d [30 + 3t_d / \tau]}{9 + 20t_d / \tau}$                          | (7.12)  |
| PID         | $K_c$      | $\frac{1}{K} \frac{\tau}{t_d} \left[ \frac{16\tau + 3t_d}{12\tau} \right]$ | (7.13)  |
|             | $\tau_I$   | $\frac{t_d [32 + 6t_d / \tau]}{13 + 8t_d / \tau}$                          | (7.14)  |
|             | $\tau_D$   | $\frac{4t_d}{11 + 2t_d / \tau}$  | (7.15)  |

Observações:

- Os valores dos parâmetros do controlador dados pelas equações acima são baseados no fato de que o sistema de primeira ordem mais tempo morto é uma boa aproximação para a resposta sigmoideal do processo em malha aberta. É possível, no entanto, que a aproximação seja ruim. Neste caso os valores dos parâmetros de Cohen e Coon devem ser usados somente como primeiras estimativas, necessitando de correções posteriores.

- 2- Por que a maior parte das malhas "abertas" apresentam uma resposta sigmiodal? Porque a maioria dos processos encontrados numa planta química são de primeira ordem ou processos multicapacitivos cuja resposta é super amortecida. O comportamento sub amortecido e oscilatório é quase sempre devido à presença de controladores feedback. Assim, quando "abrimos" a malha desconectando o controlador, a resposta assume a forma sigmiodal de um sistema super amortecido.
- 3- Das equações 7.10, 7.11 e 7.13 que dão os valores do ganho proporcional  $K_c$  para os três controladores, podemos observar que:
- (a) O ganho do controlador PI é menor do que o do controlador P. Isto é porque o modo de controle integral faz o sistema mais sensível (pode mesmo levar à instabilidade) e, logo, o valor do ganho precisa ser mais conservativo.
- (b) O efeito estabilizante do modo derivativo permite o uso de ganhos maiores no controlador PID (maiores do que os ganhos do P e PI).

### **Exemplo 7.2- Sintonia de controladores feedback através de curvas de reação do processo**

Neste exemplo examinamos como a dinâmica de alguns processos influencia os resultados recomendados por Cohen e Coon.

- 1- *Processos com atraso muito pequeno (tempo morto)*: Quando  $t_d$  é muito pequeno (quase zero) a curva de reação do processo é bem próxima da resposta de um sistema simples de primeira ordem. As equações de Cohen e Coon levam a um valor muito grande para o ganho proporcional  $K_c$  (veja equações 7.10, 7.11 e 7.13). Na prática vamos usar o maior ganho possível para reduzir o *offset* se um controlador proporcional for empregado. Se um controlador PI é usado, o valor do ganho será determinado pelas características desejadas da resposta.
- 2- *Processos multicapacitivos*: Estes constituem a grande maioria dos processos reais. Considere dois sistemas de primeira ordem em série com

$$G_p = \frac{K_p}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

Assuma que o medidor e a válvula de controle (elemento final de controle) têm dinâmica de primeira ordem:

$$G_m = \frac{K_m}{(\tau_m s + 1)} \quad \text{e} \quad G_f = \frac{K_f}{(\tau_f s + 1)}$$

Então a função de transferência entre a variável de ação  $c$  e a medida da saída  $y_m$  é dada por (equação 7.8):

$$G_{CRP} = \frac{y_m}{c} = G_f G_p G_m = \frac{K_f K_p K_m}{(\tau_f s + 1)(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_m s + 1)}$$

Esta equação mostra que a curva de reação do processo apresenta as mesmas características dinâmicas da resposta de um sistema composto de quatro sistemas de primeira ordem em série (ou seja, uma curva sigmoideal).

Se damos uma perturbação degrau unitário em  $c$ , a figura 7.4 mostra a curva de reação do processo para os seguintes valores:

$$\begin{array}{lll} K_p=1 & K_m=1 & K_f=1 \\ \tau_1=5 & \tau_2=2 & \tau_f=0 \quad \tau_m=10 \end{array}$$

Trace a tangente no ponto de inflexão e encontre:

$$S = \text{inclinação no ponto de inflexão} = 0.05$$

$$B = \text{resposta final} = 1$$

$$\tau = \text{constante de tempo} = B/S = 20$$

$$t_d = \text{tempo morto} = 2.5$$

$$K = \text{ganho} = B/A = 1/1 = 1$$

Então a curva de reação do processo pode ser aproximada pela resposta do seguinte sistema de primeira ordem com tempo morto:

$$G_{CRP}(s) = \frac{y_m(s)}{c(s)} \approx \frac{1e^{-2.5s}}{20s + 1}$$

A resposta aproximada também está mostrada na figura 7.4.

Usando os valores sugeridos por Cohen e Coon encontramos:

Para o controlador proporcional:

$$K_c = 8.3$$

Para o controlador proporcional-integral:

$$K_c = 7.3 \text{ e } \tau_i = 6.6$$

Para o controlador proporcional-integral-derivativo:

$$K_c = 10.9, \tau_i = 5.85 \text{ e } \tau_D = 0.89$$

A figura 7.5 mostra as respostas em malha fechada para um degrau unitário no *set point* (figura 7.5a) e na carga (figura 7.5b). Vemos que os parâmetros sintonizados pelo método de Cohen e Coon produzem comportamento sub amortecido com uma boa razão de declínio.

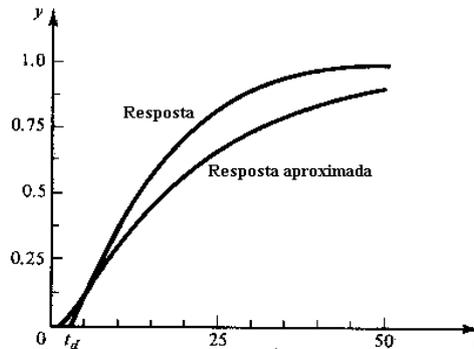


Figura 7.4- Curva de reação do processo real e aproximada para o sistema multicapacitivo do exemplo 7.2

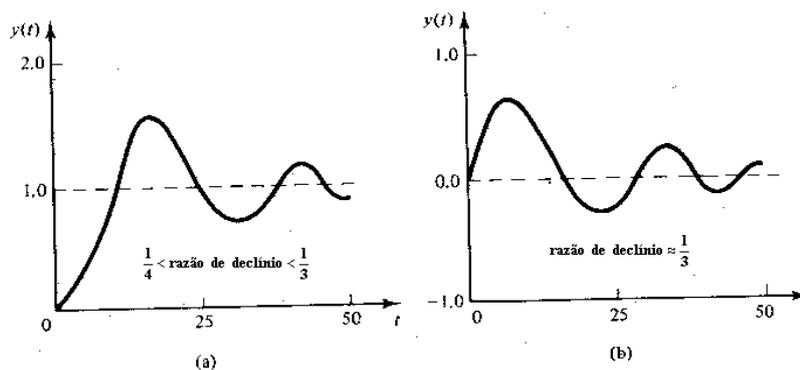


Figura 7.5- Resposta em malha fechada para o processo multicapacitivo do exemplo 7.2 para perturbação de degrau unitário (a) no *set point* (b) na carga.

### 7.5.2- Método de Ziegler e Nichols

Este método é clássico e amplamente usado na indústria. Ele consiste em se encontrar o ganho limite ( $K_u$ ), ou seja, o valor do ganho para o qual a malha de controle está no limite de estabilidade com controle feedback proporcional. O período da oscilação resultante é chamado de período limite,  $P_u$ . Os passos experimentais são os seguintes para um controlador PID:

- 1- Elimine as ações integral e derivativa, colocando  $\tau_D$  no seu valor mínimo e  $\tau_I$  no seu valor máximo.
- 2- Coloque  $K_c$  num valor pequeno (ex.:  $K_c=0.5$ ).
- 3- Aumente o ganho do controlador ( $K_c$ ) em pequenos incrementos e dê uma pequena perturbação de degrau na carga ou *set point* até encontrar o valor de  $K_c$  que leva a uma oscilação

com amplitude constante. O valor de  $K_c$  que produz esta oscilação sustentada é  $K_u$  e o período desta oscilação é  $P_u$ .

Os valores dos parâmetros do controlador são então calculados usando as relações de Ziegler e Nichols, mostradas na tabela abaixo:

| Controlador | Parâmetros | Ziegler e Nichols | Equação |
|-------------|------------|-------------------|---------|
| P           | $K_c$      | $\frac{K_u}{2}$   | (7.16)  |
| PI          | $K_c$      | $\frac{K_u}{2.2}$ | (7.17)  |
|             |            | $\frac{P_u}{2.2}$ | (7.18)  |
| PID         | $K_c$      | $\frac{K_u}{1.2}$ | (7.19)  |
|             |            | $\frac{P_u}{1.7}$ | (7.20)  |
|             |            | $\frac{P_u}{8}$   | (7.21)  |

Observe que um ganho menor é usado quando usamos controle PI e que a adição do termo derivativo permite o uso de um ganho maior e  $\tau_I$  menor (maior ação integral).

Os valores calculados pelo método de Ziegler e Nichols são boas estimativas. Existem algumas malhas em que estes valores podem não ser muito bons, já que eles normalmente levam a respostas muito sub amortecidas. Algum ajuste em linha pode melhorar o controle significativamente.