

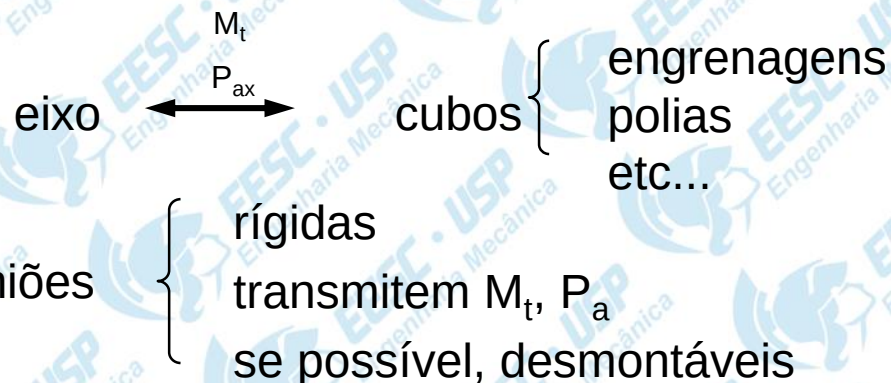
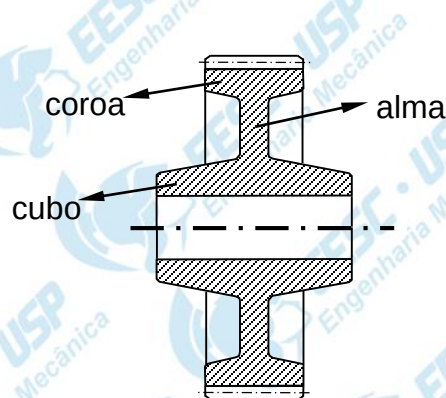
ELEMENTOS DE MÁQUINAS (SEM 0241)

Notas de Aulas v.2018

Aula 08 – Uniões Eixo - Cubo

Professores: Ernesto Massaroppi Junior
Jonas de Carvalho
Carlos Alberto Fortulan

UNIÕES EIXO - CUBO



Tipos de União

I - UNIÕES POR ATRITO

- através de ajuste com interferência transversal
- através de ajuste com interferência longitudinal
- com cubo bipartido
- com assento cônico

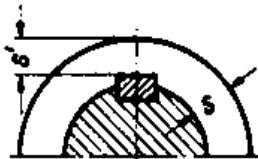
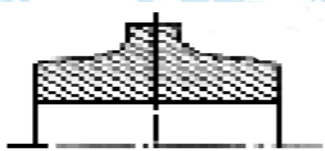
II - UNIÕES ENCAIXADAS (adaptação de forma)

- pino transversal
- chaveta
- ranhuras múltiplas
- dentes
- perfil K

III - UNIÕES ENCAIXADAS SOB TENSÃO

- pino tangencial
- chaveta meia-lua inclinada
- chaveta inclinada embutida
- chaveta inclinada de cravação
- chavetas tangenciais

Valores orientativos de dimensões do cubo



$$L \cong x \cdot \sqrt[3]{M_t} \quad \text{largura}$$

$$S \cong y \cdot \sqrt[3]{M_t} \quad [\text{cm}]$$

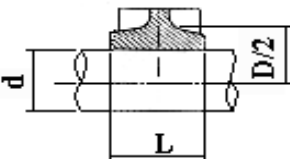
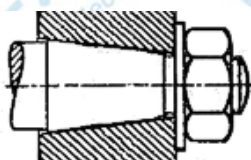
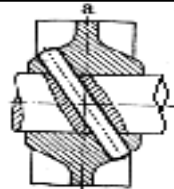
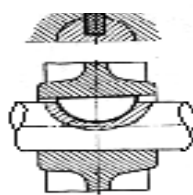
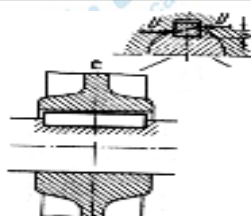
$$S' \cong y' \cdot \sqrt[3]{M_t} \quad M_t : [\text{Kgf.cm}]$$

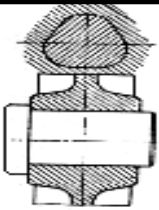
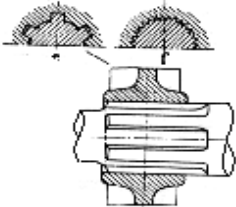
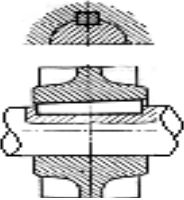
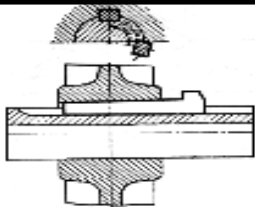
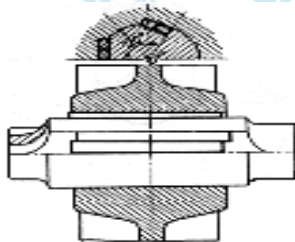
Tabela 18.1 Niemann

União	Cubo de Ferro Fundido			Cubo de aço fundido / aço		
	X	Y	Y'	X	Y	Y'
Ajuste térmico e forçado assento cônico, união por atrito	0.42 – 0.53	0.21 – 0.30	0.21 – 0.30	0.21 – 0.35	0.18 – 0.26	0.18 – 0.27
Chaveta inclinada, plana, ajuste forçado sem interferência, uniões encaixadas	0.53 – 0.70	0.18 – 0.21	0.15 – 0.18	0.35 – 0.46	0.14 – 0.18	0.11 – 0.15
Eixo chavetado DIN 5462	0.34 – 0.42	0.14 – 0.18	0.13 – 0.16	0.21 – 0.30	0.125 – 0.16	0.11 – 0.15
Eixo chavetado DIN 5463	0.21 – 0.30	0.14 – 0.18	0.12 – 0.15	0.13 – 0.21	0.125 – 0.16	0.10 – 0.14
Eixo chavetado DIN 5464	0.14 – 0.21	0.14 – 0.18	0.11 – 0.14	0.08 – 0.13	0.125 – 0.16	0.09 – 0.13

$$L_{\text{cubo}} = \max(L_{\text{min critério 1}}, L_{\text{min crit 2}}, L_{\text{min crit 3}}, \text{etc})$$

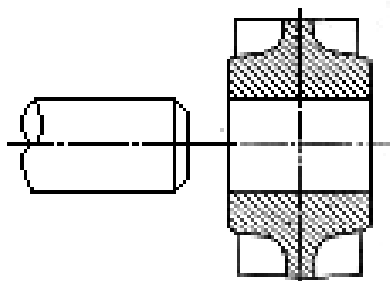
$$\text{também : } 2 \cdot L_{\text{engrenagem}} \geq L_{\text{cubo}} \geq L_{\text{engrenagem}}$$

ESQUEMA	UNIÃO EIXO CUBO	T(min)	CUSTO(DM)
	Interferência Longitudinal Interferência Transversal	36,5 40,0	2,50 2,68
	Assento Cônico Assento Cônico c/ chave Assento Cônico c/ chave, arruela e porca	48,0 57,7 77,7	3,32 4,18 6,02
	Pino Cônico Transversal Pino Ranhurado Transversal	43,8 40,8	3,00 2,79
	Chaveta Meia-Lua	43,2	2,93
	Chaveta Plana Embutida	52,6	3,41

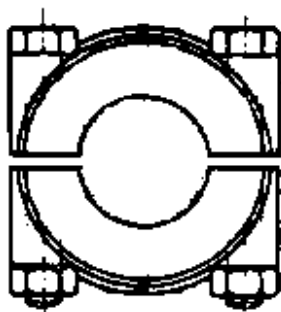
ESQUEMA	UNIÃO EIXO CUBO	T(min)	CUSTO(DM)
	Perfil K Perfil K, arruela e porca	61,7 74,2	4,23 5,72
	Ranhuras Ranhuras, arruela e porca Dentes Dentes, arruela e porca	60,2 80,7 62,2 74,2	4,65 6,14 3,23 4,72
	Chaveta Inclinada Embutida	55,2	3,52
	Chaveta Inclinada c/ cabeça	62,2	3,87
	Chaveta Tangencial Chaveta Tangencial, cubo bi-partido e dois parafusos	66,7 102,7	4,18 6,77

8 – Uniões por atrito

Montagem com prensa

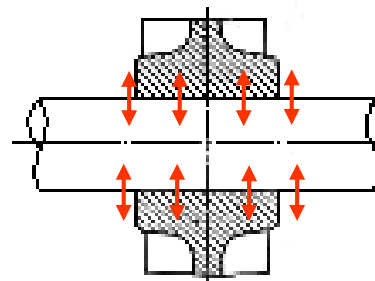


Interferência longitudinal

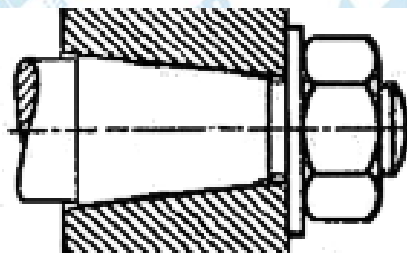


Cubo bipartido

Montagem com dilatação térmica

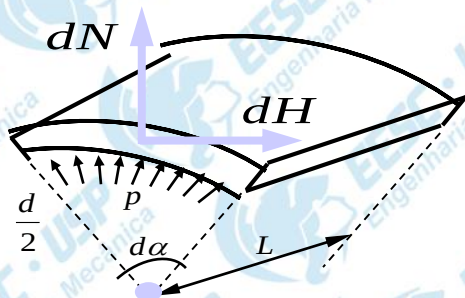


Interferência transversal



Ajuste cônico

Equacionamento Básico das Uniões por Atrito



- pressão distribuída - p
- diâmetro do eixo - d
- comprimento cubo - L
- coeficiente atrito - μ

$$dH = \mu \cdot dN$$

$$dN = p \cdot dA$$

$$dN = p \cdot L \cdot \text{arco} = p \cdot L \cdot \frac{d}{2} \cdot d\alpha \Rightarrow N = p \cdot L \cdot \frac{d}{2} \cdot \int_0^{2\pi} d\alpha$$

$$N = p \cdot L \cdot \frac{d}{2} \cdot 2\pi \Rightarrow \boxed{N = p \cdot \pi \cdot d \cdot L}$$

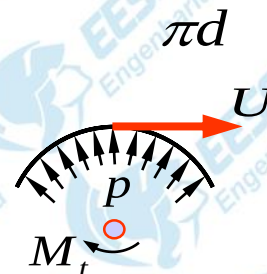
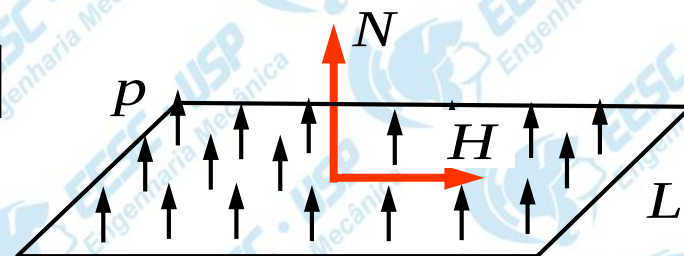
$$H = \mu \cdot N \Rightarrow \boxed{H = p \cdot \pi \cdot d \cdot L \cdot \mu}$$

Força de retenção devida ao atrito - H

$$M_t \leq H \cdot \frac{d}{2}$$

Força tangencial no eixo devida ao M_t - U

$$U = \frac{2 \cdot M_t}{d}$$



$U \leq H$, no limite, $U = H$

Substituindo

$$M_t = W_t \cdot \tau_{\max} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \cdot \tau_{\max}$$

$$\frac{\pi \cdot d^3}{16} \cdot \tau_{\max} \cdot \frac{2}{d} = p \cdot \pi \cdot d \cdot L \cdot \mu$$

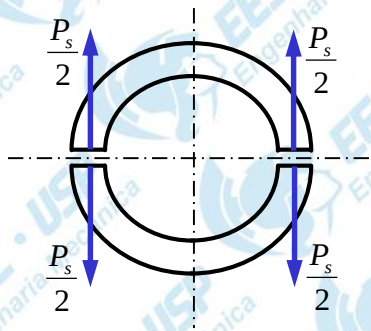
$\Rightarrow$

$$\frac{L}{d} = \frac{1}{8 \cdot \mu \cdot p} \cdot \tau_{\max} \cdot \varepsilon$$

Também de $U \leq H$ vem que :

$$U \leq p \cdot \pi \cdot d \cdot L \cdot \mu \Rightarrow \boxed{p \cdot d \cdot L} \geq \frac{U}{\pi \cdot \mu}$$

Área projetada



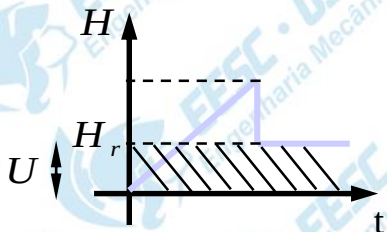
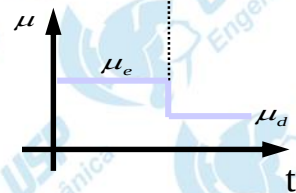
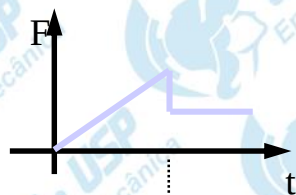
$$P_s = p \cdot d \cdot L \geq \frac{U}{\pi \cdot \mu} = \frac{2 \cdot M_t}{\pi \cdot d \cdot \mu}$$

P_s - força de separação do cubo

A pressão específica na área projetada deve obedecer :

$$p \leq p_{adm} \Rightarrow$$

$$L_{\min} = \frac{P_s}{p_{adm} \cdot d}$$



$$\left. \begin{array}{l} \mu_{est} > \mu_{din} \\ H > H_r \end{array} \right\}$$

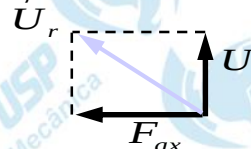
por isso adota-se: $U \leq H_r$

H_r : força de deslizamento

qualquer sobrecarga causará deslizamentos

$$U \cong H \Rightarrow$$

Se houver também força axial, considerar U_r em vez de U

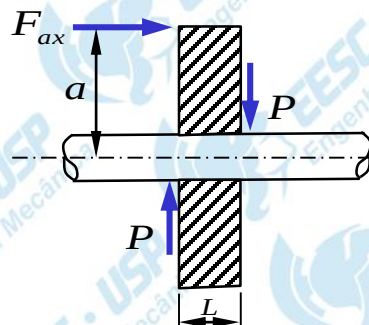


Se houver só força axial:

$$U = F_{ax}$$

Havendo $F_{axial} \Rightarrow F_{ax} \cdot a = P \cdot L$ (momento de tombamento)

ocorrerá **auto-retenção** (mesmo para ajuste auto deslizamento)

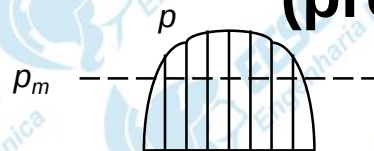
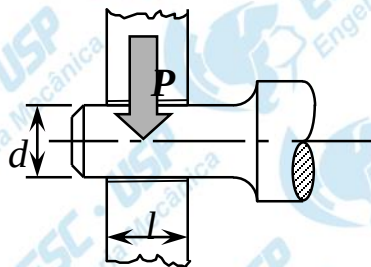


$$\text{Se } H \geq F_{ax} \quad H = 2P\mu$$

$$H = 2F_{ax} \cdot \frac{a}{L} \cdot \mu \geq F_{ax} \Rightarrow \boxed{\frac{a}{L} \geq \frac{1}{2\mu}}$$

(condição para auto retenção)

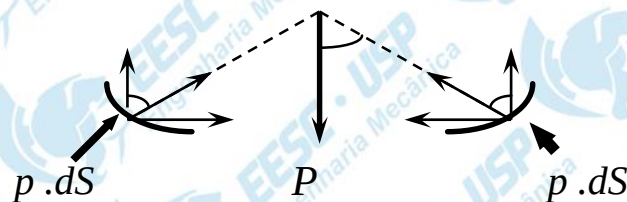
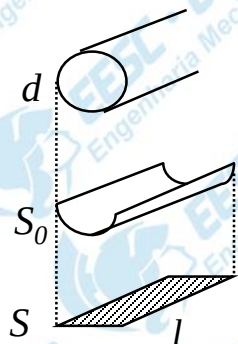
Tensão normal de contato entre 2 superfícies (pressão específica)



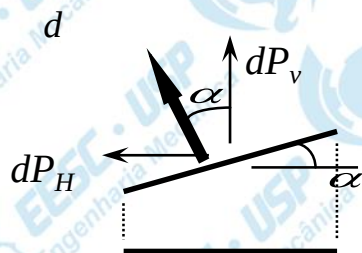
Distribuição
de Hertz

$$p_m = \frac{P}{S}$$

$$S = d \cdot l$$



Componentes horizontais se anulam



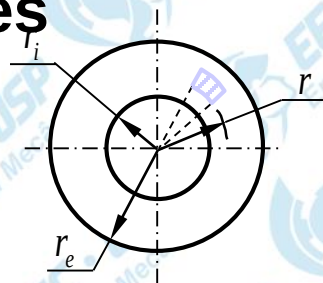
$$dP_v = (p \cdot dS) \cdot \cos \alpha$$

$$dP_v = p \cdot (dS \cdot \cos \alpha)$$

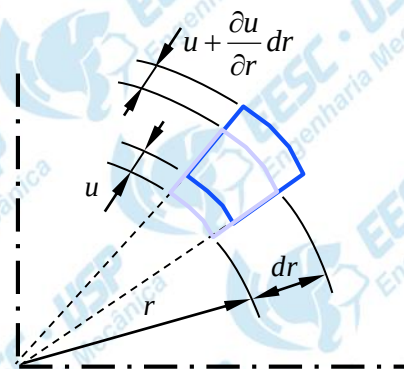
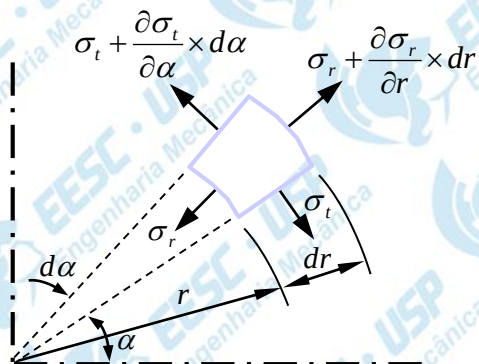
$$P = \int_{S_0} p \cdot \cos \alpha \cdot dS = p_m \cdot \int_S dS = p_m \cdot S$$

$dS \cdot \cos \alpha$ = área projetada

Tensões e deformações



$$r \in [r_i, r_e]$$



$$\text{Axissimetria} \Rightarrow \frac{\partial \sigma_t}{\partial \alpha} = 0$$

$$\sum F_r = 0, \quad \text{Assumindo largura unitária (b = 1)}$$

$$0 = -\sigma_r \times d\alpha + \left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} \times dr \right) (r + dr) d\alpha - 2\sigma_t \cdot dr \cdot \sin\left(\frac{d\alpha}{2}\right) \quad \text{I}$$

$$\text{Mas : } \sin\left(\frac{d\alpha}{2}\right) \cong \frac{d\alpha}{2} \Rightarrow \frac{\partial(\sigma_r \cdot r)}{\partial r} - \sigma_t = 0 \quad \text{Condição de equilíbrio}$$

$$\varepsilon_t = \frac{(r + u)d\alpha - r \cdot d\alpha}{r \cdot d\alpha} = \frac{u}{r}$$

$$\varepsilon_r = \frac{\left(u + \frac{\partial u}{\partial r} dr + dr - u \right) - dr}{dr} = \frac{du}{dr} = \frac{d(\varepsilon_t \cdot r)}{dr} \quad \text{II} \quad \text{Condição de compatibilidade}$$

Relação entre tensão e deformação :

$$\sigma_r - \nu \cdot \sigma_t = E \cdot \varepsilon_r$$

$$\sigma_t - \nu \cdot \sigma_r = E \cdot \varepsilon_t$$

III

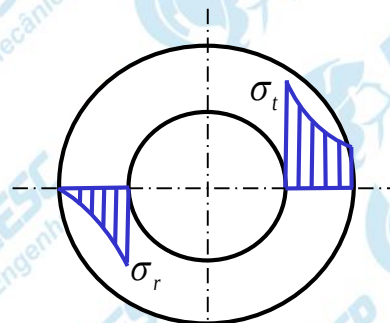
De I, II e III :

$$r \frac{d^2 \sigma_r}{dr^2} + 3 \frac{d\sigma_r}{dr} = 0$$

Cuja solução é do tipo :

$$\sigma_r = \frac{A}{r^2} + B$$

Cubo



Pressão interna

$$\begin{cases} r = r_i \Rightarrow \sigma_r = -p \\ r = r_e \Rightarrow \sigma_r = 0 \end{cases}$$

$$\sigma_r = p \frac{\left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2} \left[1 - \left(\frac{r_e}{r}\right)^2 \right]$$

$$\sigma_t = p \frac{\left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2} \left[1 + \left(\frac{r_e}{r}\right)^2 \right]$$

Deslocamento
em $r = r_i$

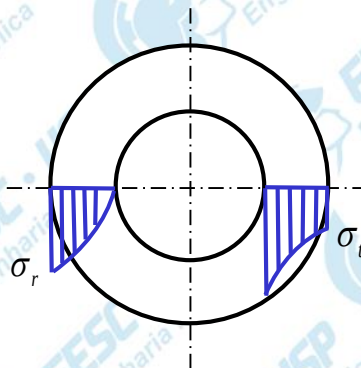
$$\frac{u_i}{r_i} = \frac{p}{E} \left[\frac{1 + \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2} + \nu \right]$$

E = módulo de elasticidade

ν = coeficiente de poisson

μ_i = deslocamento radial interno

Eixo



Pressão
externa

$$\begin{cases} r = r_i & \Rightarrow & \sigma_r = 0 \\ r = r_e & \Rightarrow & \sigma_r = -p \end{cases}$$

$$\sigma_r = -p \frac{1 - \left(\frac{r_i}{r}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2}$$

$$\sigma_t = -p \frac{1 + \left(\frac{r_i}{r}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2}$$

Deslocamento
em $r = r_e$

$$r_i = 0 \Rightarrow \sigma_r = \sigma_t = -p$$

$$\frac{u_e}{r_e} = -\frac{p}{E} \left[\frac{1 + \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2} - \nu \right]$$

E = módulo de elasticidade

ν = coeficiente de poisson

μ_e = deslocamento radial externo

Interferência :

$$u_r = u_{ic} - u_{eE}$$

$$\frac{u_r}{r} = \frac{p}{E_c} \left[\frac{1 + \left(\frac{r_{ic}}{r_{ec}} \right)^2}{1 - \left(\frac{r_{ic}}{r_{ec}} \right)^2} + \nu_c \right] + \frac{p}{E_E} \left[\frac{1 + \left(\frac{r_{iE}}{r_{eE}} \right)^2}{1 - \left(\frac{r_{ie}}{r_{eE}} \right)^2} - \nu_E \right]$$

Para :

$$\left. \begin{aligned} E_c &= E_E = E \\ \nu_c &= \nu_E = \nu \end{aligned} \right\}$$

mesmo material

$$r_{iE} = 0$$

eixo maciço

$$r_{cE} = r_{ic} = \frac{d}{2}$$

$$r_{ec} = \frac{D}{2}$$

$$\frac{u_r}{r} = \frac{u_d}{d} = \frac{p}{E} \cdot \frac{2}{1 + \left(\frac{d}{D} \right)^2}$$

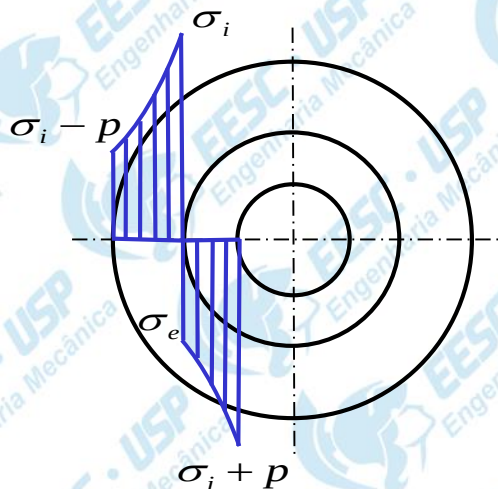
Tensões :

Tensões Tangenciais :

$$\sigma_{tm} = \frac{P_s}{(D - d).L}$$

$$\sigma_{tcubo} = \sigma_1 = p \cdot \frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}, \quad a_1 = \frac{D}{d_1}$$

$$\sigma_{teixo} = \sigma_e = p \cdot \frac{a^2 + 1}{a^2 - 1}, \quad a = \frac{d}{d_i}$$



d_i : diâmetro interno do eixo

d_1 : diâmetro do furo

As tensões radiais são do tipo :

$$\sigma_R = -p \frac{a^2 - (2.r / d)^2}{a^2 - 1}$$

Se :

$$\begin{cases} 2.r = D \Rightarrow \sigma_R = 0 \\ 2.r = d \Rightarrow \sigma_{R_{\max}} = -p, \end{cases} \quad \text{sempre} \quad \sigma_t > \sigma_R, \quad \forall r$$

$\equiv$ Tubo de parede grossa c/ pressão interna p

Se o eixo é cheio ($d_i = 0$), $\sigma = p$

Pressão devido ao ajuste considerando interferência e diâmetro nominal:

$$\rho = \frac{\mu}{\frac{d}{E_{cubo}} \left(\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} + \nu_{cubo} \right) + \frac{d}{E_{eixo}} \left(\frac{d^2 + d_i^2}{d^2 - d_i^2} - \nu_{eixo} \right)}$$

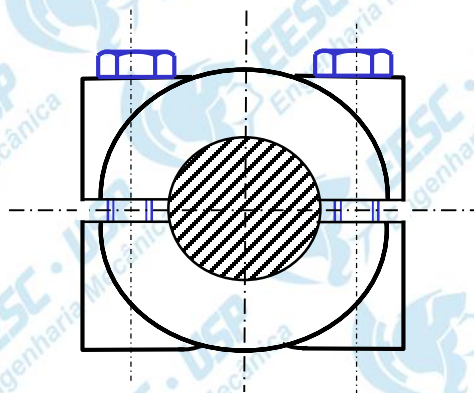
μ = interferência;

D = diâmetro do cubo;

d = diâmetro nominal do eixo;

d_i = diâmetro do furo do eixo.

8.1 - União por Atrito com Cubo bi-partido



$$H = \pi \cdot d \cdot L \cdot p \cdot \mu \geq \frac{2 \cdot M_t}{d}$$

$$P_s = p \cdot d \cdot L = \frac{2 \cdot M_t}{\pi \cdot d \cdot \mu}$$

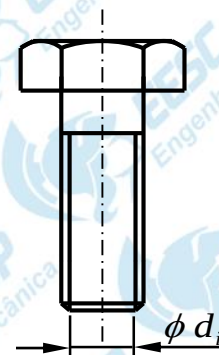
$$P_s = \text{número de parafusos} \times \text{carga admissível por parafuso}$$

$$P_s = n \cdot P_p$$

$$P_p = S_p \cdot \sigma_{adm}$$

$$S_p = \frac{\pi \cdot d_i^2}{4}$$

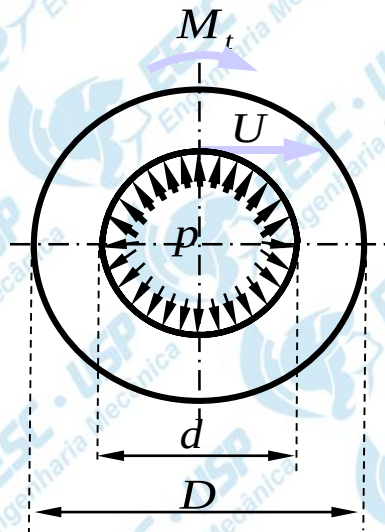
$$\sigma_{adm} = 10 \text{ [kgf/mm}^2\text{]}$$



$$n = \frac{2 \cdot M_t}{\pi \cdot d \cdot \mu \cdot S_p \cdot \sigma_{adm}}$$

$$L_{\min} = \frac{P_s}{p_{adm} \cdot d}$$

8.2 - Uniões através de ajuste com Interferência Transversal



- d_e - diâmetro eixo
- d_1 - diâmetro do furo ($d_1 < d_e$)
- $u = d_e - d_1 \rightarrow$ interferência

Força Tangencial : $U = \frac{2.M_t}{d}$

Forças de deslizamento e retenção :

Força de deslizamento igual à força a ser transmitida ao eixo

$$H_R = U$$

$$H_R = 0,47.H \Rightarrow H = \frac{U}{0,47}$$

Interferência mínima necessária p/ transmitir M_t :

$$H = u_m \cdot q_1 \cdot L \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^e \right] \geq U = \frac{2.M_t}{d}$$

$$u_m \Rightarrow \text{interferência mínima necessária}$$

$$q_1, e \Rightarrow \text{tab. 18.4 pag. 66 Niemann v.2}$$

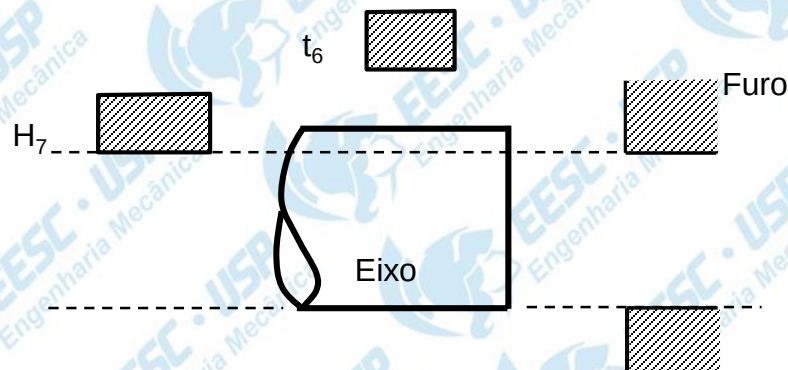
$$u_m = \frac{H}{q_1 \cdot L \cdot \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^e \right]}$$

Valor da máxima interferência elástica :

$u_m < u_e$, senão há deformações plásticas no ajuste

u_e : tab. 18.4

Escolha do ajuste que satisfaz :



• Eixo : $t_6 - d_{em}, d_{em}$

• Furo : $H_7 - d_{1M}, d_{1m}$

- máxima interferência : $u_{\max aj.} = d_{em} - d_{1m}$
- mínima interferência : $u_{\min aj.} = d_{em} - d_{1M}$

$$u_{\max aj} < u_e$$

$$u_{\min aj} > u_m$$

Devemos ter :

Ex :

$$\begin{aligned} \text{Eixo } 40 \text{ H}_7 \text{ t}_6 \\ u_e &= 140 \mu\text{m} \\ u_m &= 20 \mu\text{m} \end{aligned}$$

$$\longrightarrow \begin{cases} \text{eixo} \\ \text{furo} \end{cases}$$

$$40^{+64}_{+48}$$

$$40^{+25}_{+0}$$

$$u_{\max aj.} = 64 - 0 = 64 \quad [\mu\text{m}]$$

$$u_{\min aj.} = 48 - 25 = 23 \quad [\mu\text{m}]$$

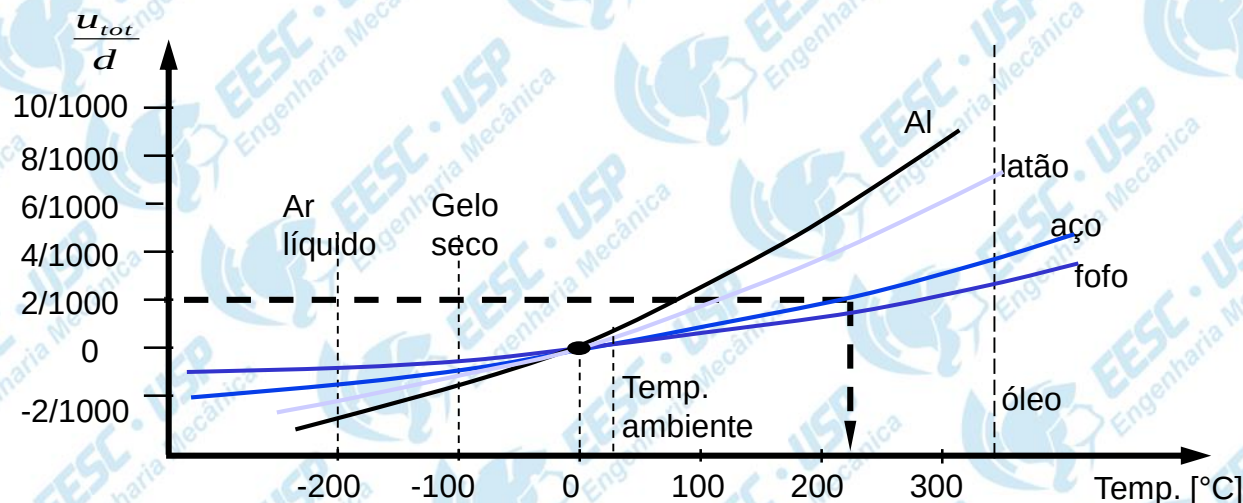
$$64 < 140 \quad \text{OK!}$$

$$23 > 20 \quad \text{OK!}$$

Determinação da temperatura de montagem :

$$u_{tot} = u_{\max aj} + u_f \quad u_f = \frac{d}{1000} \quad (\text{folga para montagem})$$

$$\frac{u_{tot}}{d} = \text{dilatação térmica relativa}$$



$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \alpha \cdot \Delta T$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Exemplo :

$$\frac{u_{tot}}{d} = \frac{2}{1000}; \quad \text{Material Aço} \quad \rightarrow \quad t_{montagem} = 220^{\circ}C$$

OBS.: u_{total} pode ser maior que u_e só na montagem, a união neste caso vai trabalhar com $u_{\max ajuste}$

Alguns dados importantes :

a) Pressão específica admissível - p_{adm}

$$p_{adm} \begin{cases} \bullet 30 \text{ a } 50 \text{ [MPa]} & \text{para fofó} \\ \bullet 50 \text{ a } 90 \text{ [MPa]} & \text{para aço} \end{cases}$$

Ver também tabela 11.4 (Niemann)

b) Coeficiente de atrito

estático

μ

$$\mu_{est} = 0,15 \sim 0,30$$

depende :

- lubrificação
- pressão específica
- acabamento superficial

com pó Carborundum :

$$\mu_{est} = 0,65$$

dinâmico

$$\mu_{din} = 0,5 \cdot \mu_{est}$$

c) Máxima interferência para se ter regime elástico :

Eixo	Cubo	Interferência [μm]
Aço	Aço	3.5d
Aço	FoFo	2.2d
Aço	Celeron	2.0d

Temperaturas de referência

u_t máximo possível de ser conseguida

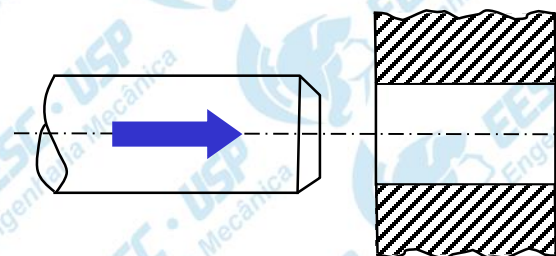


Aquecimento do Cubo	Chapa quente	Até 100°C	$\frac{3.5d}{1000}$
	Óleo quente	Até 370°C	
	Forno	Até 700°C	
Resfriamento do eixo	Gelo seco (CO ₂ líq.)	Até -80°C	$\frac{0.67d}{1000}$
	O ₂ líq. , N ₂ líq	Até -196°C	

Se $u_t > u_{t \text{ max}}$ possível , aquecer cubo e resfriar eixo

8.3 - União através de Ajuste com Interferência Longitudinal

$$H_R = 0.66H$$



Interferência longitudinal

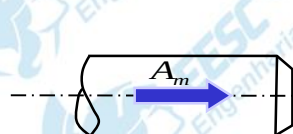
=

Interferência Radial

+

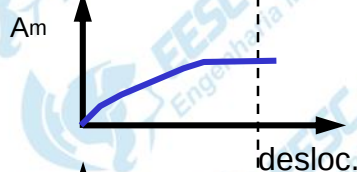
Montagem longitudinal

- furo acabado com alargador H7
- eixo retificado IT6
- chanfro (10° a 15°)
- lubrificação

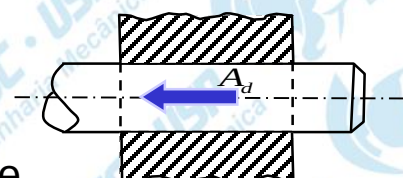
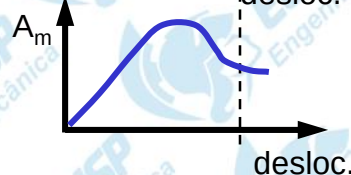


Força de montagem

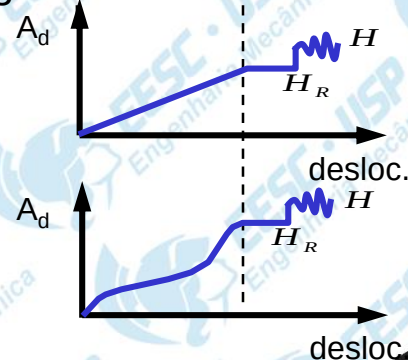
Deformação elástica



Deformação plástica



Força de desmontagem



Força desmont. = H , H_R !

Interferência mínima necessária :

a) No regime elástico :

$$u \leq u_e = \frac{3,5.d}{1000}$$

$$H \geq u_m \cdot q_2 \cdot L \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^e\right) \quad q_2, e \rightarrow \text{tab 18.4 – Niemann, v.2, p.66}$$

$$u_m = \frac{H}{q_2 \cdot L \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)^e\right)}$$

$$H = \frac{U}{0.66} \quad \text{int. longitudinal} \rightarrow \text{amassa rugosidade}$$

$$H = \frac{U}{0.47} \quad \text{interferência transversal}$$

b) No regime plástico :

$$u > u_e = \frac{3,5.d}{1000}$$

$$H_{\text{possível}} = L \cdot (B \cdot d + C) \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D}\right)\right) ; B, C \rightarrow \text{tab 18.4 - Niemann, v.2, p.66}$$

garantindo-se u pouco acima de u_e , H não depende de u .

$$u_m = 1,1 \cdot u_e$$

Se $H_{\text{necessário}} > H_{\text{possível}}$ então união eixo-cubo não pode ser feita com ajuste longitudinal

Interferência total :

$$u_t = u_m + u_v$$

$u_v \rightarrow$

compensar perda de interferência por alisamento na montagem

u_v [μm]	0.7	1	2	3	4	5	6	7
Acab. furo	▽▽▽			▽▽▽		▽▽		▽
	~							~
	N1 a N3			N4 a N6		N7 a N9		N10-N12
								✓

Escolha do ajuste :

Ajuste	H ₇ S ₆	H ₇ t ₆	H ₇ u ₆	H ₇ x ₆	H ₇ z ₆	H ₇ z _{a6}	H ₇ z _{b6}	H ₇ z _{c6}
$u_t \frac{1000}{d}$	0.40	0.63	1.00	1.60	2.50	3.15	4.00	5.00

$$u_{\min \text{ aj}} > u_t$$

$$u_{\max \text{ aj}} < u_e$$

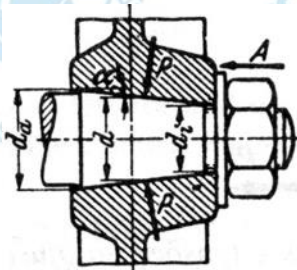
p/ regime elástico

$$u_{\min \text{ aj}} > u_e$$

p/ regime plástico

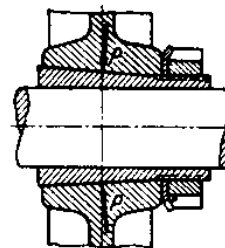
8.4 - União por Atrito com Assento Cônico

Vantagem



eixo cônico

facilidade de desmontagem



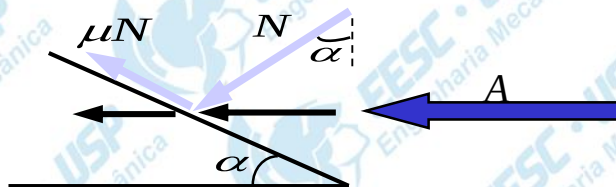
cone postiço

Escolha de α :

Uso do cubo

α : tab 18.5 - NIEMANN v.2, p.68

Força Axial necessária (A) :



$$A = N \sin \alpha + \mu \cos \alpha$$

$$A = N (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) ; \alpha \text{ pequeno}$$

$$A = N (\tan \alpha + \mu) ; H = \mu N$$

$$A = H \cdot \frac{(\tan \alpha + \mu)}{\mu}$$

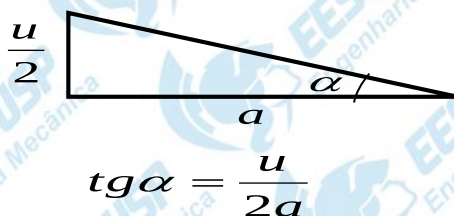
$$H = \frac{2 \cdot M_t}{0,47 \cdot d_{\text{medio}}}$$

$$H_R = U = 0,47 \cdot H$$

- Interferência mínima necessária :

$$H = u_m \cdot q_1 \cdot L \cdot \left(1 - \left(\frac{d}{D} \right)^e \right)$$

- Deslocamento axial necessário :

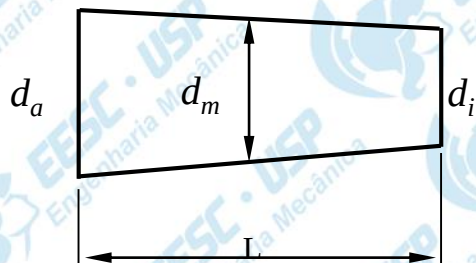


$$a = \frac{u_m}{2 \cdot tg \alpha}$$

- Pressão específica :

$$p = \frac{H}{\mu \cdot \pi \cdot d_{med} \cdot L} \leq P_{adm}$$

- Dimensões do cone :



$$d_a = d_m + L \cdot tg \alpha$$

$$d_i = d_m - L \cdot tg \alpha$$

$$tg \alpha = \frac{d_a - d_i}{2 \cdot L}$$

Passos para dimensionamento de união eixo-cubo por atrito

- a) Pré-dimensionamento do cubo (tab 18,1 v2 Nieman);
- b) Cálculo da força tangencial (U);
- c) Cálculo da força de Separação (Ps);
- d) Verificação do $L_{\min} \rightarrow L_{\text{pré dimensionado}} > L_{\min}$;
- e) Cálculo das forças de deslizamento e de retenção; (i, ii, iv)

i) Interferência transversal

$$H_R = 0,47.H$$

ii) Interferência longitudinal

$$H_R = 0,66.H$$

iii) Cubo bipartido

iv) Assento cônico

$$H_R = 0,47.H$$

- f) Cálculo da interferência mínima necessária u_m no regime elástico (i,ii,iv), no regime plástico (ii);
- g) Cálculo da máxima interferência elástica $u_m < u_e$; (i,ii,iv)
- h) Escolha do ajuste ideal; (i, ii)
- i) Determinação da Temperatura de montagem. (i)

TABELA 11.4 – Valores admissíveis de p , τ_f e τ (kgf/cm²) para junções por pinos, segundo a Tab. 11.3, com solicitação “pulsante”. Para solicitações “alternantes”, multiplicar por 0,7, para estáticas, por 1,5. Para movimento de escorregamento, adotar p segundo o Cap. 15.6. Para pinos ranhurados, multiplicar os valores de p também por 0,7 (pressão elevada de ranhura).

Material	St 37	St 50	St 60	St 70	GS	GG
p	650	880	1050	1200	550	450
σ_f	550	700	850	1000	—	—
τ	360	480	580	680	—	—

NIEMANN, G. (1971) Elementos de Máquinas.
Ed. Edgard Blücher Ltda. V.1, p.185

TABELA 18.4 – Coeficientes para ajustes forçados, segundo experiências [18/9], [18/10]

Material		u_e	q_1 (kgf/cm ²)		q_2 (kgf/cm ²)	B	C
Eixo	Cubo	(cm)	da Eq. (8)	e	da Eq. (9)	da Eq. (10)	
St 50	St 50	$d \cdot 3,5/1\ 000$	$5 \cdot 10^5$	2	$2,1 \cdot 10^5$	112	450
St 50	GG	$d \cdot 2,2/1\ 000$	$3,7 \cdot 10^5$	1	$1,12 \cdot 10^5$	510	0
St 50	elêtron	$d \cdot 2/1\ 000$	$1,4 \cdot 10^5$	1	$0,72 \cdot 10^5$	225	0

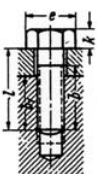
NIEMANN, G. (1995) Elementos de Máquinas.
Ed. Edgard Blücher Ltda. V.2, p.66

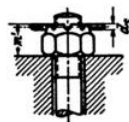
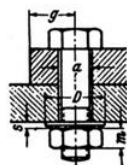
TABELA 18.5 – Inclinações comuns para cones.

Cone ($d_a - d_i$)/ L	Inclinação $\text{tg } \alpha$	α	Empregado para
1: 5	1:10	5° 42' 38"	cubos facilmente desmontáveis sobre eixos
1:10	1:20	2° 51' 45"	cubos desmontáveis sobre eixos e buchas reajustáveis para mancais
1:12	1:24	2° 23' 10"	buchas cônicas para mancais de êmbolo
1:15	1:30	1° 54' 30"	hélices, hastes do êmbolo
1:20	1:40	1° 25' 56"	cone métrico; DIN 233 para ferramentas

NIEMANN, G. (1995) Elementos de Máquinas.
Ed. Edgard Blücher Ltda. V.2, p.68

Valores práticos: $\text{tg } \alpha$, segundo Tab. 18.5; coeficiente de atrito $\mu = \text{tg } \rho = 0,15$ a $0,25$.

TABELA 10.13 – Dimensões dos parafusos				Parafusos Métricos								Parafusos em polegada																							
																				Segundo DIN															
Diâmetro nominal		d		M 2	M 4	M 6	M 8	M 10	M 12	M 14	M 16	M 18	M 20	M 22	M 24	M 27	M 30	M 33	M 36	Segundo DIN		1/2"	5/8"	3/4"	7/8"	1"	1 1/4"	1 1/2"	1 3/4"	2"	Segundo DIN				
Passo		h	mm	0,4	0,7	1	1,25	1,5	1,75	2	2	2,5	2,5	2,5	3	3	3,5	3,5	4	13 (2. 49x)		2,12	2,31	2,54	2,80	3,17	3,63	4,23	5,08	5,64	11 (6. 23x)				
Diâmetro do núcleo		d_1	mm	1,48	3,09	4,70	6,38	8,05	9,73	11,40	13,40	14,75	16,75	18,75	20,10	23,10	25,45	28,45	30,80			10,0	12,9	15,8	18,6	21,3	27,1	32,7	37,9	43,6					
Seção transversal do núcleo		F_1	mm²	1,7	7,5	17,3	31,9	50,9	74,3	102	141	171	220	276	317	419	509	636	745			78	131	196	272	358	577	839	1131	1491					
	Altura da cabeça	k	mm	1,4	2,8	4,5	5,5	7	8	9	10,5	12	13	14	15	17	19	21	23	931 (12. 52)	9	11	13	16	18	22	27	32	36	931 (4. 42)					
	Diâmetro circunscrito	$e \approx$	mm	4,6	8,1	11,5	16,2	19,6	21,9	25,4	27,7	31,2	34,6	36,9	41,6	47,3	53,1	57,7	63,5			25,4	31,2	36,9	41,6	47,3	57,7	69,3	80,8	92,4					
	Abertura da chave de boca	s	mm	4,0	7	10	14	17	19	22	24	27	30	32	36	41	46	50	55	475 (1. 43)		22	27	32	36	41	50	60	70	80	475 (1. 43)				
	Comprimento de rosca	b	mm	6	10	15	18	20	22	25	28	30	32	35	38	40	45	50	55	931 (12. 52)		25	30	35	38	42	50	62	70	75	931 (4. 42)				
	Altura da porca	m	mm	1,6	3,2	5	6,5	8	9,5	11	13	15	16	17	18	20	22	25	28	934 (4. 42)		11	13	16	18	20	25	30	35	40	934 (4. 42)				
	Altura da porca castelo	m'	mm		5	7,5	9,5	11	14	16	19	21	22	25	26	28	31	34	37	935 (4. 42)		16	19	22	26	28	34	42	47	52	935 (4. 42)				
	Diâmetro da couplilha	d_s	mm		1	1,5	2	2	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6	94 (8. 39)	3	4	4	5	5	6	8	8	8	94 (8. 39)					
	Altura da cabeça	k	mm	1,5	2,8	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	18	20	84 (12. 52)	8	9	11	12	14	17	21			64 (1. 26x)					
	Diâmetro da cabeça	D	mm	4	7	10	13	16	18	22	24	27	30	33	36	39	45	48	52		19	24	30	33	38	45	56								
	Comprimento de rosca	b	mm	6	12	18	20	22	22	25	28	30	32	35	38	40	45	50	55			30	36	42	48	55	68	80							
	Altura da cabeça	k	mm		4	6	8	10	12		16		20		24		30		36	912 (4. 46)	12,5	16	19	22	25										
	Diâmetro da cabeça	D	mm		7	10	13	16	18		24		30		36		45		54		19	24	30	33	38										
	Comprimento de rosca	b	mm		13	18	22	25	32		38		45		55		65		75			30	36	42	48	55									
	Altura da cabeça	k	mm	1,2	2,3	3,3	4,4	5,5	6,5	7	7,5	8	8,5	13,1	14	16,6	16,6	18,3	20	87 (10. 42)	6,8	8	9,5	13	15,5							68 (1. 26x)			
	Diâmetro da cabeça	D	mm	4	8	12	16	20	24	27	30	33	36	36	39	45	48	53	58		24	30	36	36	42										
	Comprimento de rosca	b	mm	7	13	18	22	25	32	32	38	45	45	50	50	55	60	65	75			30	36	42	48	55									
	Distância da borda	g	mm		6	8	10	12	16	18	20	23	23	25	26	29	32	35	38																
	Diâmetro do furo para o parafuso	a	mm	2,4	4,8	7	9,5	11,5	14	16	18	20	23	25	27	30	33	36	39	69 (5. 43)	15	18	22	25	28	35	42	48	55	69 (5. 43)					
	Usinado com broca	a	mm																			16	20	24	27	31	38	45	52	60					
	Fundido	a	mm				10,5	13	15	18	20	22	25	27	30	33	36	40	42																
Arruela de apoio		D	mm	5,5	9	12	17	21	24	28	30	34	36	40	44	50	56	60	68	125 (5. 43)	21	30	36	40	50	60	72	85	98	125 (5. 43)					
Espessura da arruela de apoio		g	mm	0,5	0,8	1,5	2	2,5	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	6			3	3	4	4	5	5	6	7	8					
Fôrça do parafuso P* Material St 38.13			kgf					53	126	238	405	564	817	1163	1408	2400	2710	3580	4440			156	394	733	1165	1725	3269	5225	7491	10362					
Fôrça do parafuso P* Material C 35			kgf					75	180	337	582	796	1172	1606	1992	2860	3720	4980	6150			219	551	1026	1632	2415	4577	7316	10488	14507					



Escalonamento dos comprimentos dos parafusos:
 l em mm. Até M 6: 10, 11, 12, 13, 14, 16, 18, 22 e acima, com intervalo de 5 mm até $l = 15l$ acima de M 6: 15, 20, 22, 25, 28, 30 e acima:
 Comprimento aparafusado: para aço $b_1 \approx 1 \cdot d$ para $b_1 \approx 2d$ até 2,5 d .

(Valores médios)
 24, 26, 28, 30, 35, 40, 45, 50

Varição para cada 10 mm
 $GGb_1 \approx 1,3d$; para metal macio

Frezamento para apoio $\approx$ diâmetro da arruela de apoio D .
 Qualidade do parafuso: Normal $4D$ com $\sigma_s > 19$ kgf/mm² (corresponde ao St 38); acima de $5D$ com $\sigma_s > 28$ kgf/mm² (corresponde ao St 50); para construção leve $8G$ com $\sigma_s > 64$ kgf/mm²; para casos especiais e parafusos de sextavado interno $10K$ com $\sigma_s > 90$ kgf/mm².

Diâmetro		Furo	Eixos																								
		H7	m6			n6		p6		r6		s6		t6		u6		v6		x6		y6		z6		za 6	
>	≤	Afast. inf. sup.	Afast. inf. sup.	x	Afast. inf. sup.	x	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	Afast. inf. sup.	Interf. max. min.	
	3	+10 0	+8 +2	10 (8)	+10 +4	16 (6)	+12 +6	12 4	+16 +10	16 0	+20 +14	20 4	-	-	+24 +18	24 8	-	-	+26 +20	26 10	-	-	+32 +26	32 16	+38 +32	38 12	
3	6	+12 0	+12 +4	12 (8)	+16 +8	16 (4)	+20 +12	20 0	+23 +15	23 3	+27 +19	27 7	-	-	+31 +23	31 11	-	-	+36 +28	36 16	-	-	+43 +35	43 23	+50 +42	50 30	
6	10	+15 0	+15 +6	15 (9)	+19 +10	19 (5)	+24 +15	24 0	+28 +19	28 4	+32 +23	32 8	-	-	+37 +28	37 13	-	-	+43 +34	43 19	-	-	+51 +42	51 27	+61 +52	61 37	
10	14	+18 0	+21 +8	18 (11)	+23 +12	23 (6)	+28 +18	29 0	+34 +23	34 5	+39 +28	39 10	-	-	+44 +33	44 15	-	-	+51 +40	51 22	-	-	+61 +50	61 32	+75 +64	75 46	
14	18																										
18	24																										
24	30	+21 0	+21 +8	21 (13)	+28 +15	28 (6)	+35 +22	35 1	+41 +18	41 7	+48 +35	48 14	-	-	+54 +41	54 20	+60 +47	60 26	+67 +54	67 33	+76 +63	76 42	+86 +73	86 52	+111 +98	111 77	
30	40	+25 0	+25 +9	25 (16)	+33 +17	33 (8)	+42 +26	42 1	+50 +34	50 9	+59 +43	59 18	+64 +48	64 23	+76 +60	76 35	+84 +68	84 43	+96 +80	96 55	+110 +94	110 69	+128 +112	128 87	+164 +148	164 123	
40	50												+70 +54	70 29	+86 +70	86 45	+97 +81	87 56	+113 +97	113 72	+130 +114	130 89	+152 +136	152 111	+196 +180	196 155	
50	65	+30 0	+30 +11	30 (19)	+39 +20	39 (10)	+51 +32	51 2	+60 +41	60 11	+72 +53	72 23	+85 +66	85 36	+106 +87	106 57	+121 +102	121 72	+141 +122	141 92	+163 +144	163 114	+191 +172	191 142	+245 +226	245 196	
65	80								+62 +43	62 13	+78 +59	78 29	+94 +75	94 45	+121 +102	121 72	+139 +120	139 90	+165 +146	165 116	+193 +174	193 144	+229 +210	229 180	+293 +274	293 244	
80	100	+35 0	+35 +13	35 (22)	+45 +23	45 (12)	+59 +37	59 2	+73 +51	73 16	+93 +71	93 36	+113 +91	113 56	+146 +124	146 89	+168 +146	168 111	+200 +178	200 143	+236 +214	236 179	+280 +258	280 223	+357 +335	357 300	
100	120								+76 +54	76 19	+101 +79	101 44	+126 +104	126 69	+166 +144	166 109	+194 +172	194 137	+232 +210	232 175	+276 +254	276 219	+332 +310	332 275	+422 +400	422 365	
120	140								+88 +63	88 23	+117 +92	117 52	+147 +122	147 82	+195 +170	195 130	+227 +202	227 162	+273 +248	273 208	+325 +300	325 260	+390 +365	390 325	+495 +470	495 430	
140	160	+40 0	+40 +15	40 (25)	+52 +27	52 (3)	+68 +43	68 3	+90 +65	90 25	+125 +100	125 60	+159 +134	159 94	+215 +190	215 150	+253 +228	253 188	+305 +280	305 240	+365 +340	365 300	+440 +415	440 375	+560 +535	560 495	
160	180								+93 +68	93 28	+133 +108	133 68	+171 +146	171 106	+235 +210	235 170	+277 +252	277 212	+335 +310	335 270	+405 +380	405 340	+490 +465	490 425	+625 +600	625 560	
180	200								+106 +77	106 32	+151 +122	151 77	+195 +166	195 121	+265 +236	265 191	+313 +284	313 239	+379 +350	379 305	+454 +425	454 390	+549 +520	549 475	+690 +670	690 625	
200	225	+45 0	+63 +17	63 (28)	+60 +31	60 (14)	+79 +50	79 5	+109 +80	109 35	+159 +130	159 85	+209 +180	209 135	+287 +258	287 213	+339 +310	339 265	+414 +385	414 340	+499 +470	499 425	+604 +575	604 530	+769 +740	769 695	
225	250								+113 +84	113 39	+168 +140	168 95	+225 +196	225 151	+313 +284	313 239	+369 +340	369 295	+454 +425	454 380	+459 +520	459 475	+669 +640	669 595	+849 +820	849 775	
250	280								+126 +94	126 42	+190 +158	190 106	+250 +216	250 164	+347 +315	347 263	+417 +385	417 333	+507 +475	507 423	+612 +580	612 528	+742 +710	742 619	+952 +920	952 868	
280	315	+52 0	+52 +20	52 (32)	+66 +34	66 (18)	+88 +56	88 4	+130 +98	130 46	+202 +170	202 118	+272 +240	272 188	+382 +350	382 298	+457 +425	457 373	+557 +525	557 473	+682 +650	682 598	+822 +790	822 738	+1032 +1000	1032 948	
315	355								+144 +108	144 51	+226 +190	226 133	+304 +268	304 211	+426 +390	426 333	+511 +475	511 418	+626 +590	626 533	+766 +730	766 673	+936 +900	936 843	+1186 +1150	1186 1093	
355	400								+150 +114	150 57	+244 +208	244 151	+330 +294	330 237	+471 +435	471 378	+566 +530	566 473	+696 +660	696 603	+856 +820	856 763	+1036 +1000	1036 943	+1336 +1300	1336 1243	
400	450	+63 0	+63 +23	36 (40)	+80 +40	80 (23)	+108 +68	108 5	+166 +126	166 63	+272 +232	272 169	+370 +330	370 267	+530 +490	530 427	+635 +595	635 532	+780 +740	780 677	+960 +920	960 857	+1140 +1100	1140 1037	+1490 +1450	1490 1387	
450	500								+172 +132	172 69	+292 +252	292 189	+400 +360	400 297	+580 +540	580 477	+700 +660	700 597	+860 +820	860 757	+1040 +1000	1040 937	+1290 +1250	1290 1227	+1640 +1600	1640 1577	

Referências

- Niemann G. *Elementos de Máquinas*, vol. 2, Editora Edgard Blucher, 1991.
- Norton, RL. “Projeto de Máquinas”, 2.ed. Bookman, Porto Alegre, 2004.