

- **Planta, Controlador:**

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = K_p = 0.2 \quad (2)$$

- **Malha aberta:**

$$G(s)H(s) = \frac{4}{s(s+4)} \times 0.2 \quad (3)$$

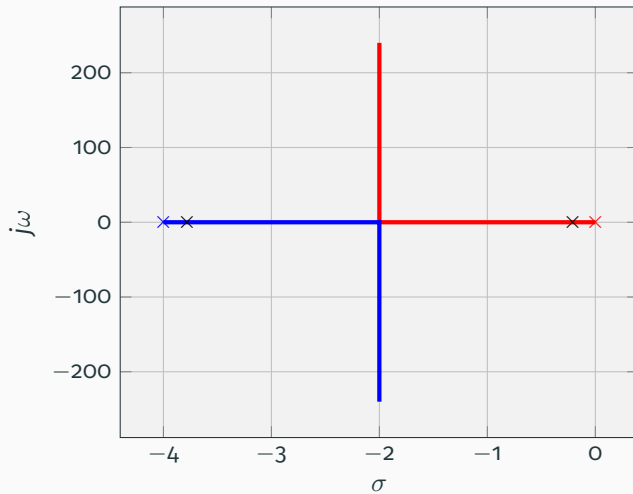
- **Pólos de malha aberta:**  $p_1 = 0$ ,  $p_2 = -4$

- **Malha fechada:**

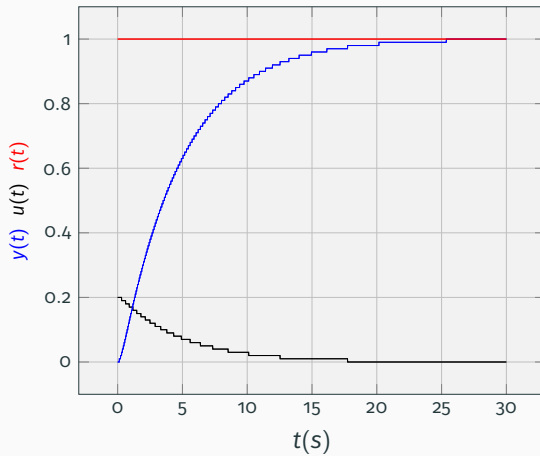
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{0.8}{s^2 + 4s + 0.8} \quad (4)$$

- **Pólos de malha fechada:**  $p_1 = -3.78$   $p_2 = -0.21$

## Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 10.42\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 18.80\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 0.0$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = K_p = 1 \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{4}{s(s+4)} \times 1 \quad (3)$$

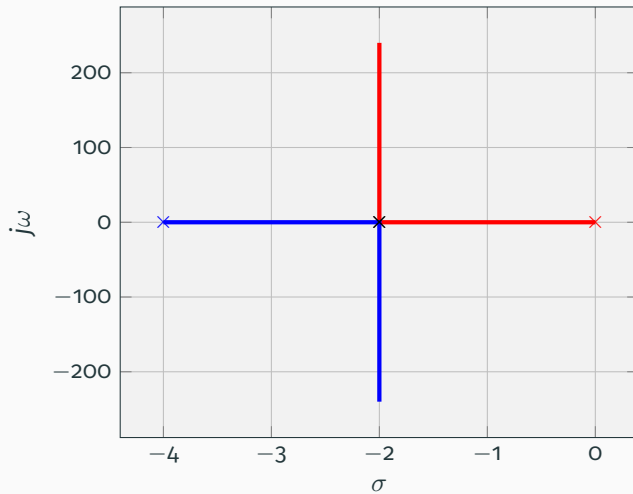
- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0$ ,  $p_2 = -2$

- Malha fechada:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{4}{s^2 + 4s + 4} \quad (4)$$

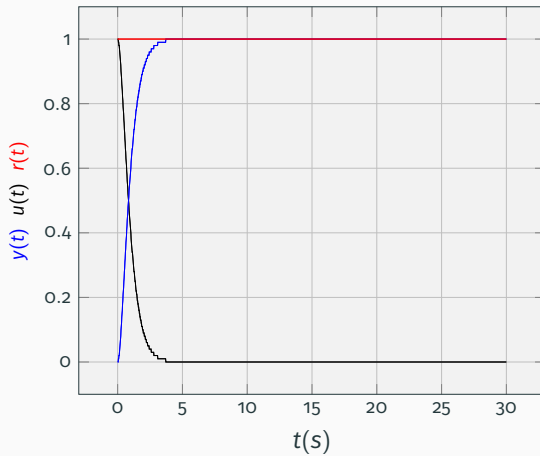
- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -2$   $p_2 = -2$

## Lugar das raízes





## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 1.67\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 2.91\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 0.0$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = K_p = 5 \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{4}{s(s+4)} \times 5 \quad (3)$$

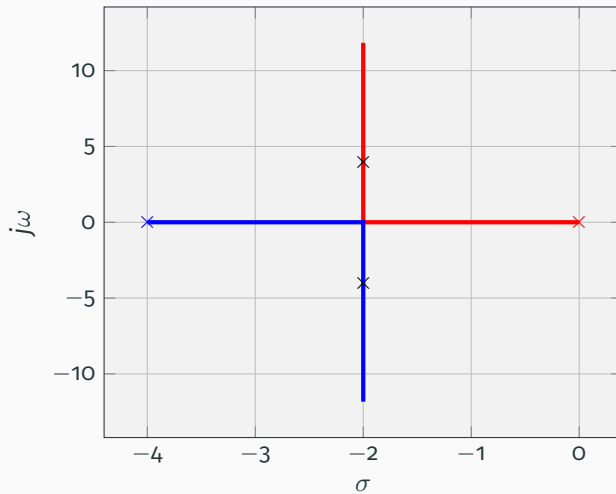
- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0$ ,  $p_2 = -2$

- Malha fechada:

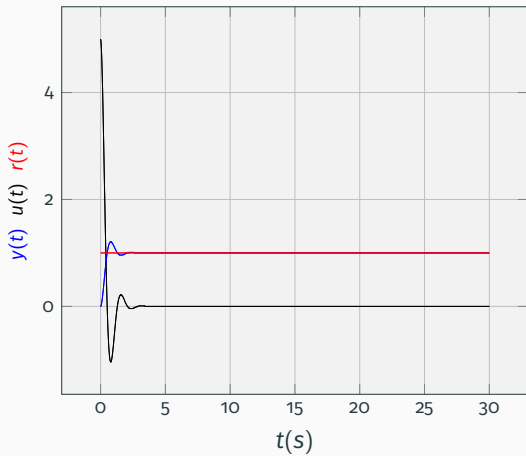
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{20}{s^2 + 4s + 20} \quad (4)$$

- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -2.0 + 4.0j$   $p_2 = -2.0000 + 4.0j$

## Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 0.34\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 1.86\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 20.78\%$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = K_p = 10 \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{4}{s(s+4)} \times 10 \quad (3)$$

- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0$ ,  $p_2 = -2$

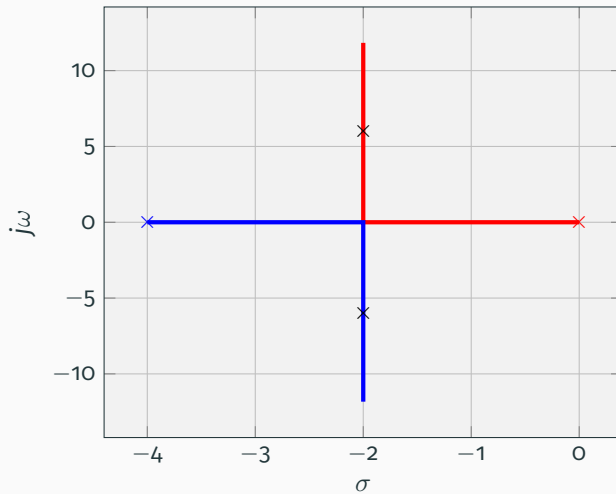


- Malha fechada:

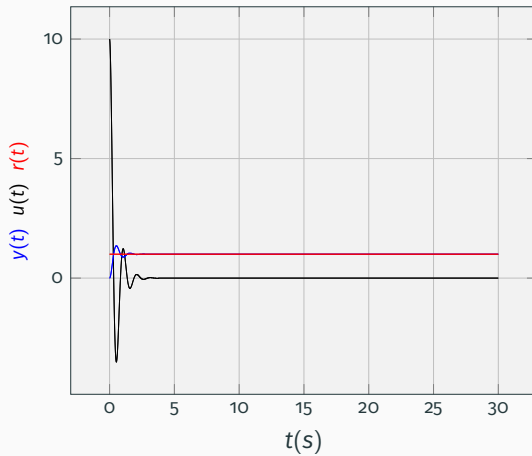
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{40}{s^2 + 4s + 40} \quad (4)$$

- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -2.0 + 6.00j$   $p_2 = -2.0000 + 6.00j$

## Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 0.21\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 1.77\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 35.10\%$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} = \frac{0.2s + 1}{0.2s} \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{0.8s + 4}{0.2s^3 + 0.8s^2} \quad (3)$$

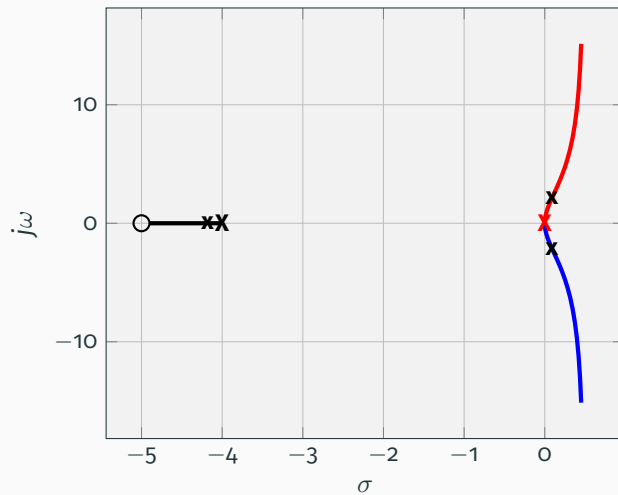
- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = -4$

- Malha fechada:

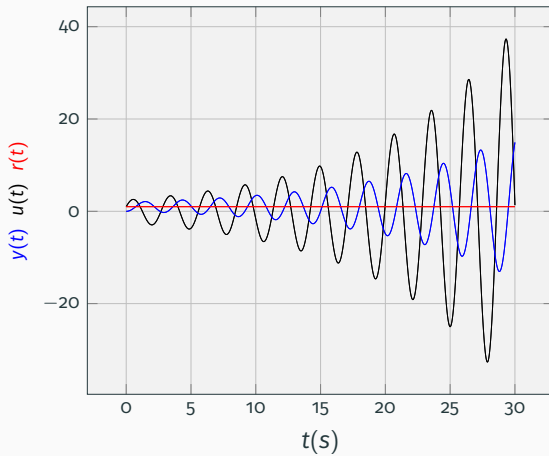
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \quad (4)$$

- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -4.18$ ,  $p_2 = -0.09 + 2.18j$ ,  
 $p_3 = +0.09 - 2.18j$

# Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau





- Tempo de subida  $t_r = ?$
- Tempo de assentamento  $t_s = ?$
- Máximo sobresinal  $M_p = ?$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} = \frac{0.5s + 1}{0.5s} \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{2s + 4}{0.5s^3 + 2s^2} \quad (3)$$

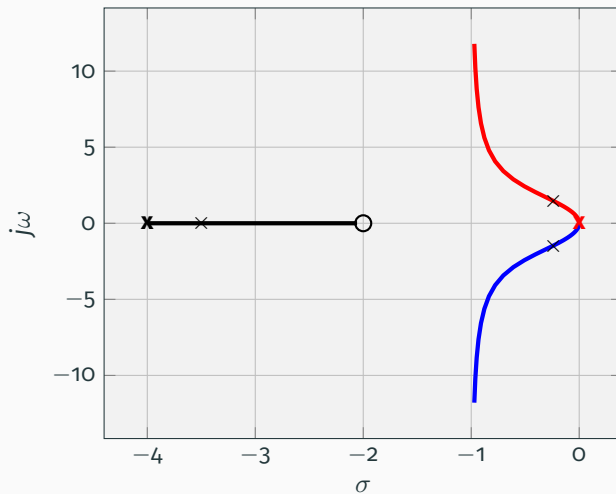
- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = -4$
- Zero de malha aberta:  $z_1 = -2.0$

- Malha fechada:

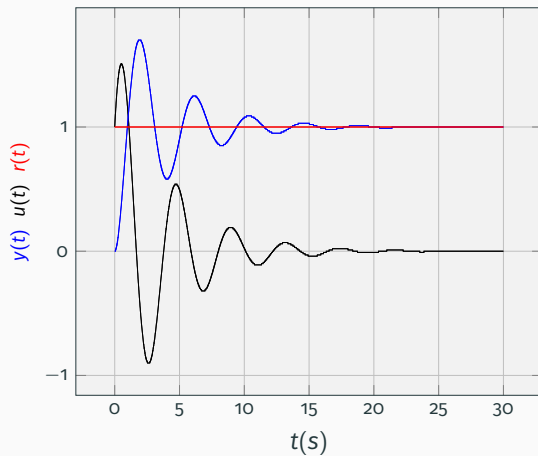
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{2s + 4}{0.5s^3 + 2s^2 + 2s + 4} \quad (4)$$

- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -3.50$ ,  $p_2 = -0.24 + 1.48j$ ,  
 $p_3 = +0.24 - 1.48j$
- Zero de malha fechada:  $z_1 = -2.0$

# Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 0.65\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 15.19$
- Máximo sobresinal  $M_p = 70.25\%$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} = \frac{1s + 1}{1s} \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{4s + 4}{s^3 + 4s^2} \quad (3)$$

- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = -4$
- Zero de malha aberta:  $z_1 = -1.0$

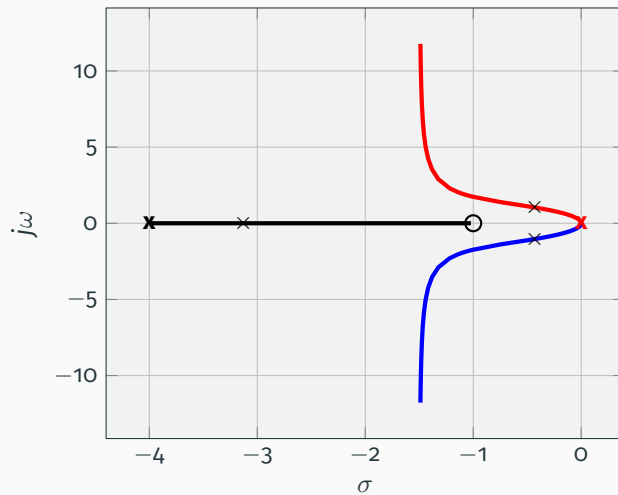
- Malha fechada:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{4s + 4}{0s^3 + 4s^2 + 4s + 4} \quad (4)$$

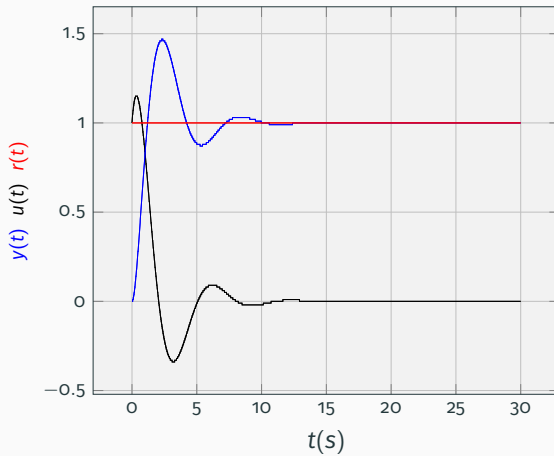
- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -3.13$ ,  $p_2 = -0.43 + 1.04j$ ,  
 $p_3 = -0.43 - 1.04j$
- Zero de malha fechada:  $z_1 = -2.0$



## Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 0.83\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 9.31\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 46.57\%$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} = \frac{5s + 1}{5s} \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{20s + 4}{5s^3 + 20s^2} \quad (3)$$

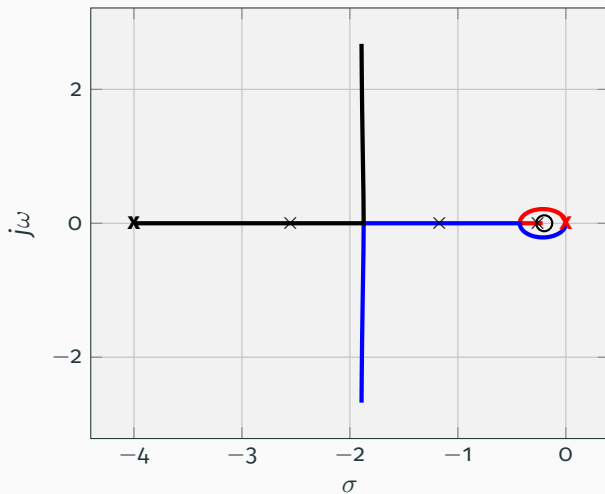
- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = -4$
- Zero de malha aberta:  $z_1 = -0.2$

- Malha fechada:

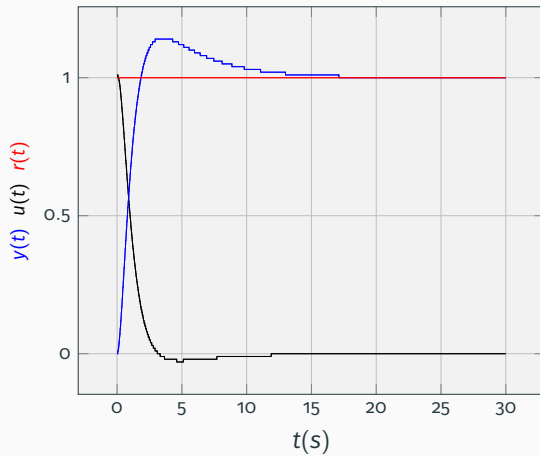
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{20s + 4}{5s^3 + 20s^2 + 20s + 4} \quad (4)$$

- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -2.55, p_2 = -1.17, p_3 = -0.2661$
- Zero de malha fechada:  $z_1 = -0.2$

# Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 1.25\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 11.91\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 14.48\%$



## Controlador PID $K_p = 1, T_i = 0.2, T_d = 0.5$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} = \frac{0.3s + 1}{0.2s} \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{1.2s + 4}{0.2s^3 + 0.8s^2} \quad (3)$$

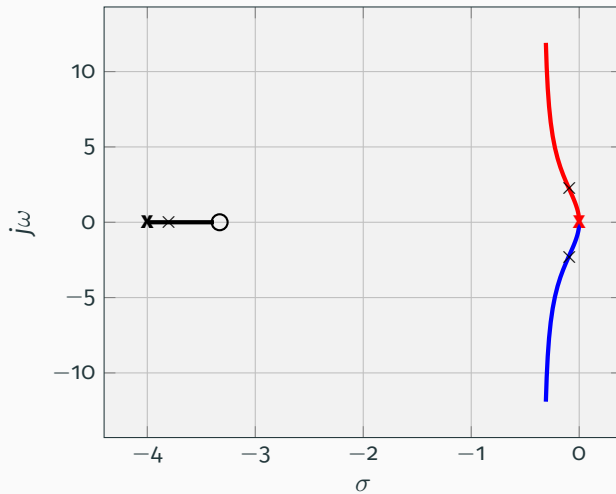
- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = -4$
- Zero de malha aberta:  $z_1 = -3.33$

- Malha fechada:

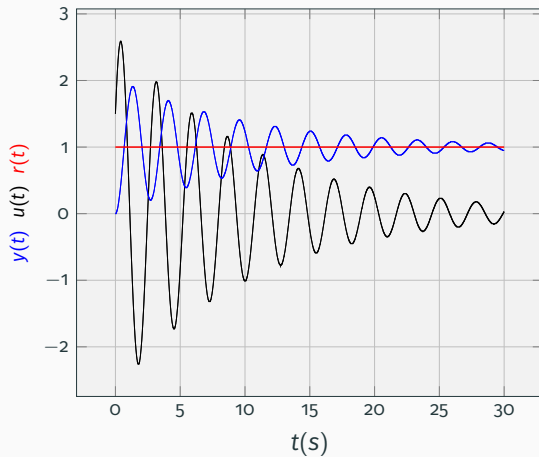
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1.2s + 4}{0.3s^3 + 0.8s^2 + 1.2s + 4} \quad (4)$$

- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -3.80$ ,  $p_2 = -0.09 + 2.29j$ ,  
 $p_3 = -0.09 - 2.29j$
- Zero de malha fechada:  $z_1 = -0.33$

# Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 0.45\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 39.89\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 90.92\%$

## Controlador PID: $K_p = 1, T_i = 0.2, T_d = 1.0$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} = \frac{0.4s + 1}{0.2s} \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{1.6s + 4}{0.2s^3 + 0.8s^2} \quad (3)$$

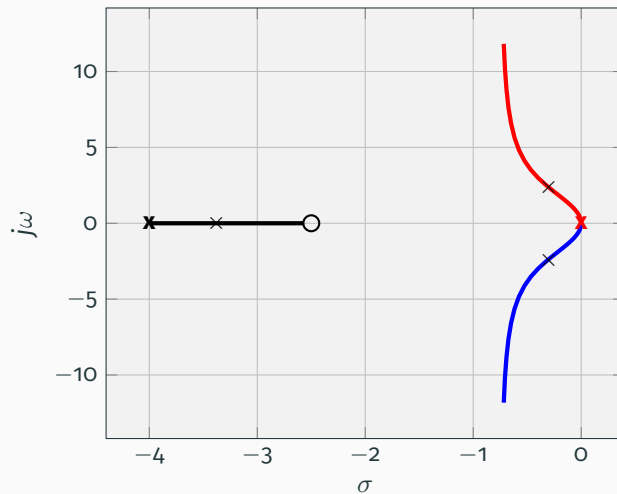
- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = -4$
- Zero de malha aberta:  $z_1 = -2.5$

- Malha fechada:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1.6s + 4}{0.2s^3 + 0.8s^2 + 1.6s + 4} \quad (4)$$

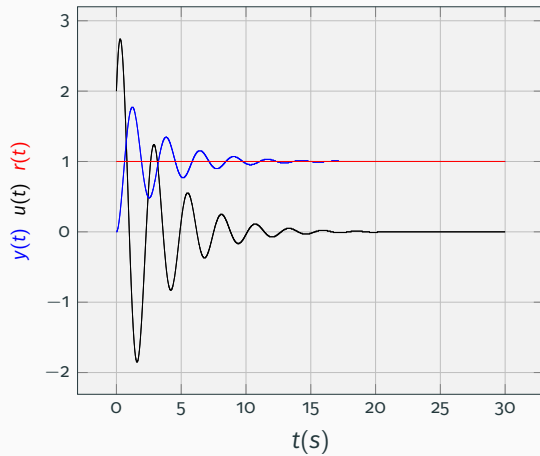
- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -3.38$ ,  $p_2 = -0.30 + 2.41j$ ,  
 $p_3 = -0.30 - 2.41j$
- Zero de malha fechada:  $z_1 = -2.5$

# Lugar das raízes





## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 0.41\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 13.06\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 77.34\%$

## Controlador PID: $K_p = 1.0, T_i = 0.2, T_d = 5.0$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} = \frac{1.2s + 1}{0.2s} \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{4.8s + 4}{0.2s^3 + 0.8s^2} \quad (3)$$

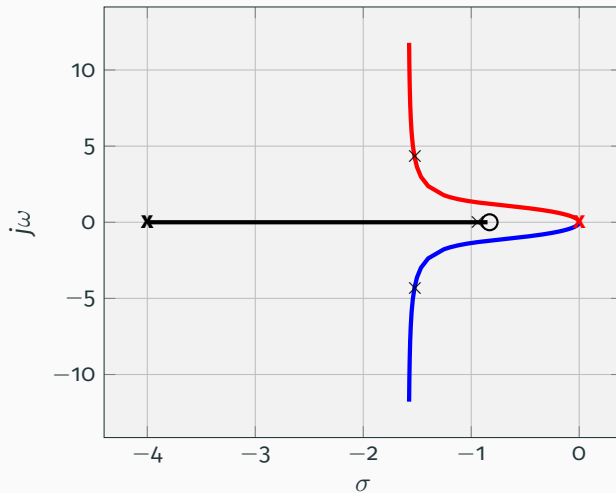
- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0, p_2 = 0, p_3 = -4$
- Zero de malha aberta:  $z_1 = -0.83$

- Malha fechada:

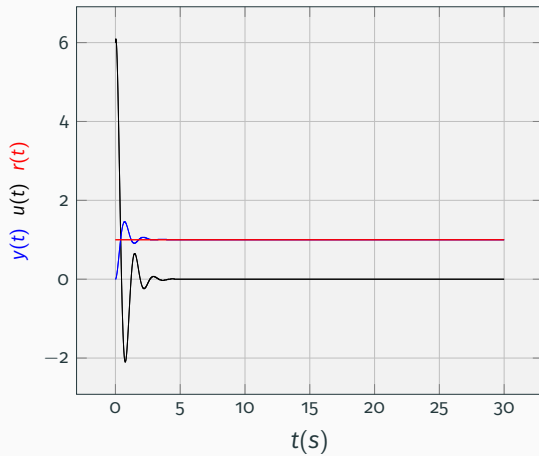
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{4.8s + 4}{0.2s^3 + 0.8s^2 + 4.8s + 4} \quad (4)$$

- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -0.94$ ,  $p_2 = -1.52 + 4.33j$ ,  
 $p_3 = -1.52 - 4.33j$
- Zero de malha fechada:  $z_1 = -0.83$

## Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 0.26\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 2.54\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 45.63\%$

## Controlador PID: $K_p = 1.0$ , $T_i = 0.2$ , $T_d = 10.0$

- Planta, Controlador:

$$G(s) = \frac{4}{s(s+4)} \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{K_p T_i s + K_p}{T_i s} = \frac{2.2s + 1}{0.2s} \quad (2)$$

- Malha aberta:

$$G(s)H(s) = \frac{8.8s + 4}{0.2s^3 + 0.8s^2} \quad (3)$$

- Pólos de malha aberta:  $p_1 = 0$ ,  $p_2 = 0$ ,  $p_3 = -4$
- Zero de malha aberta:  $z_1 = -0.45$

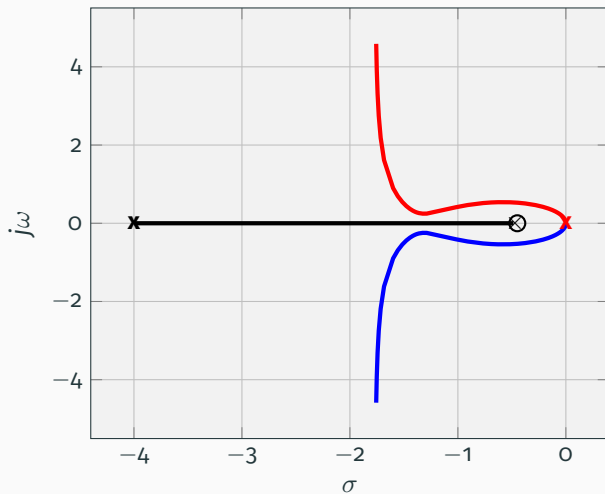


- Malha fechada:

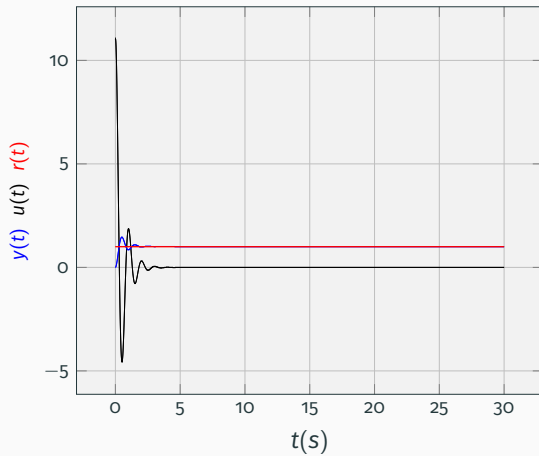
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{8.8s + 4}{0.2s^3 + 0.8s^2 + 8.8s + 4} \quad (4)$$

- Pólos de malha fechada:  $p_1 = -0.47$ ,  $p_2 = -1.76 + 6.26j$ ,  
 $p_3 = -1.76 - 6.26j$
- Zero de malha fechada:  $z_1 = -0.45$

# Lugar das raízes



## Resposta transitória a degrau



- Tempo de subida  $t_r = 0.26\text{seg}$
- Tempo de assentamento  $t_s = 2.54\text{seg}$
- Máximo sobresinal  $M_p = 45.63\%$