Física Experimental III

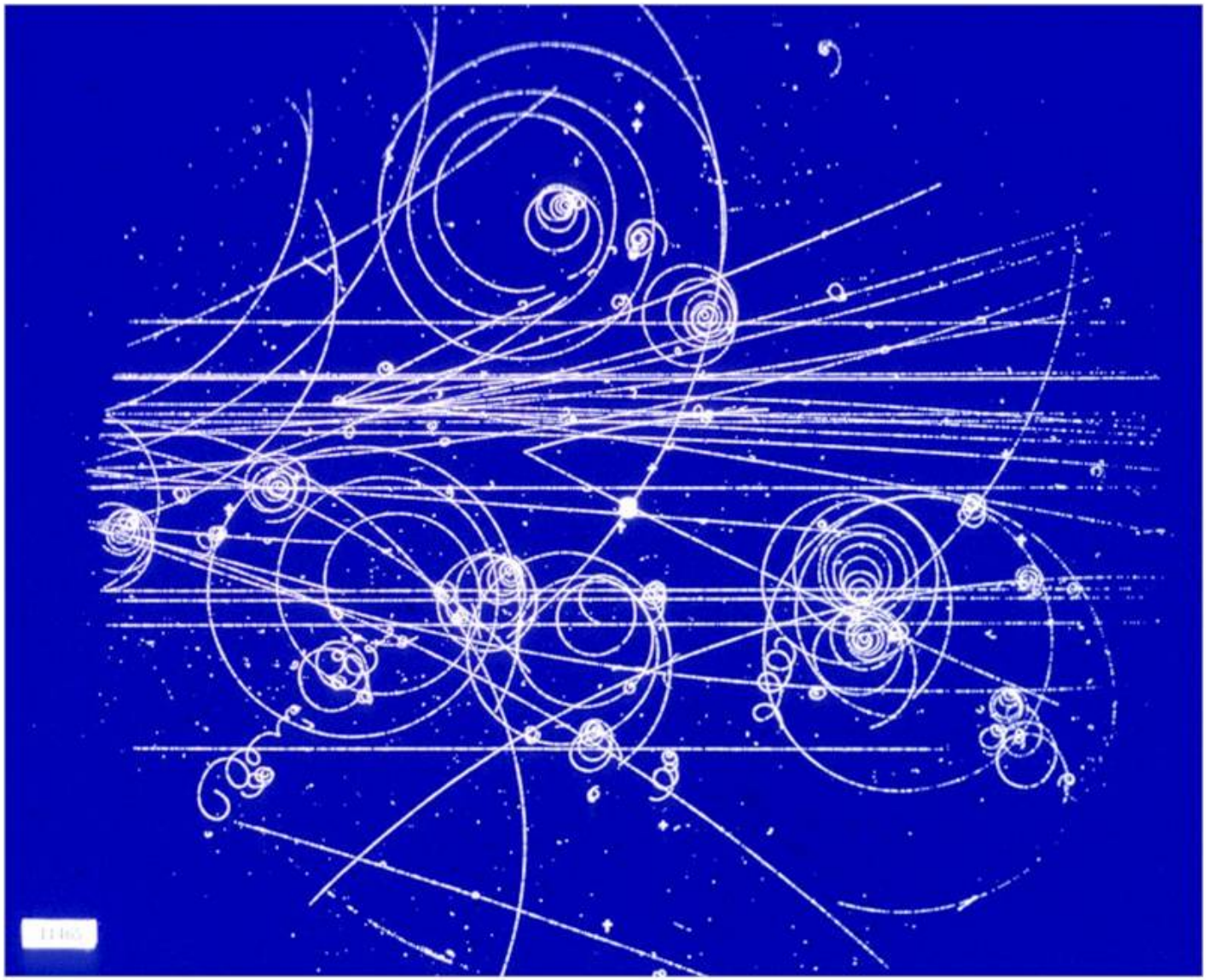
Primeiro semestre de 2019

Aula 6 - Experimento 3

Página da disciplina:
https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=66863

21 de maio de 2019

Experimento 3 - Estudo do movimento de partículas em campos eletromagnéticos



Sumário

1. Experimento
   - Experimento 3
   - Partículas em campos eletromagnéticos
   - O sistema que será estudado
   - Algumas dicas para tratar os campos elétrico e magnético
   - Mapeamento do campo magnético
   - Simulação do campo elétrico

Sumário

1. Experimento
   - Experimento 3
   - Partículas em campos eletromagnéticos
   - O sistema que será estudado
   - Algumas dicas para tratar os campos elétrico e magnético
   - Mapeamento do campo magnético
   - Simulação do campo elétrico

Sumário

1. Experimento
   - Experimento 3
   - Partículas em campos eletromagnéticos
   - O sistema que será estudado
   - Algumas dicas para tratar os campos elétrico e magnético
   - Mapeamento do campo magnético
   - Simulação do campo elétrico

Objetivos do experimento

- Estudar o movimento de uma partícula em um campo eletromagnético
- Caracterizar um seletor de velocidades do tipo filtro de Wien
  - Estudar uma configuração especial de campos eletromagnéticos
  - Estudar as propriedades e características deste filtro
  - Investigar as características experimentais que influenciam o funcionamento do filtro
  - Investigar as limitações experimentais e tratar um sistema não ideal do ponto de vista teórico

Cronograma

- 5 semanas
- Grupões de até nove membros
- Atividades (mínimas)
  - Descritas mais adiante
- Desafio

Avaliação - IMPORTANTE!

- Síntese da semana (até 1 ponto), é uma apresentação
  - Apresentação nas aulas das terças-feiras (limite de 15 minutos)
  - Fazer o upload da apresentação, em pdf, até as 19h00 da segunda-feira (diurno) e 8h00 da terça-feira (noturno)
  - A apresentação deve estar no formato paisagem 4:3 e na primeira página deve conter o nome de todos os membros
    - ★ Upload no site de reservas como "síntese"
- Apresentação final do experimento dia 25/06 (até 6 pontos)
- Não tem relatório escrito, a atividade acaba com a apresentação final

Sumário

1. Experimento
   - Experimento 3
   - Partículas em campos eletromagnéticos
   - O sistema que será estudado
   - Algumas dicas para tratar os campos elétrico e magnético
   - Mapeamento do campo magnético
   - Simulação do campo elétrico

Qual a razão de estudar partículas em campos EM?

- Uma fração significativa do estudo de partículas subatômicas é feito através da análise das suas trajetórias em campos EM

Qual a razão de estudar partículas em campos EM?

- Uma fração significativa do estudo de partículas subatômicas é feito através da análise das suas trajetórias em campos EM
  - Desde a descoberta do pósitron (primeiro anúncio: Science **76**, 238 (1932))

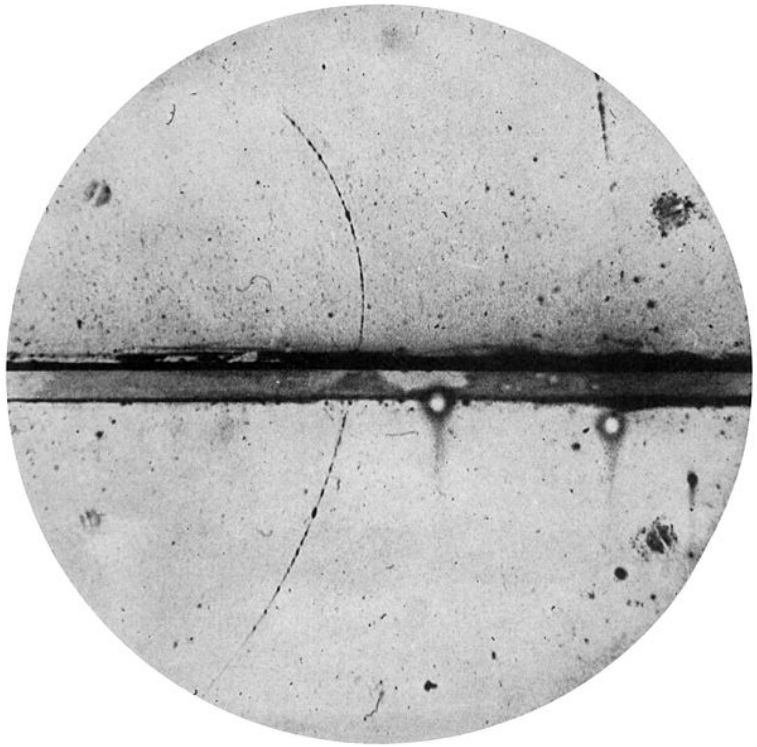
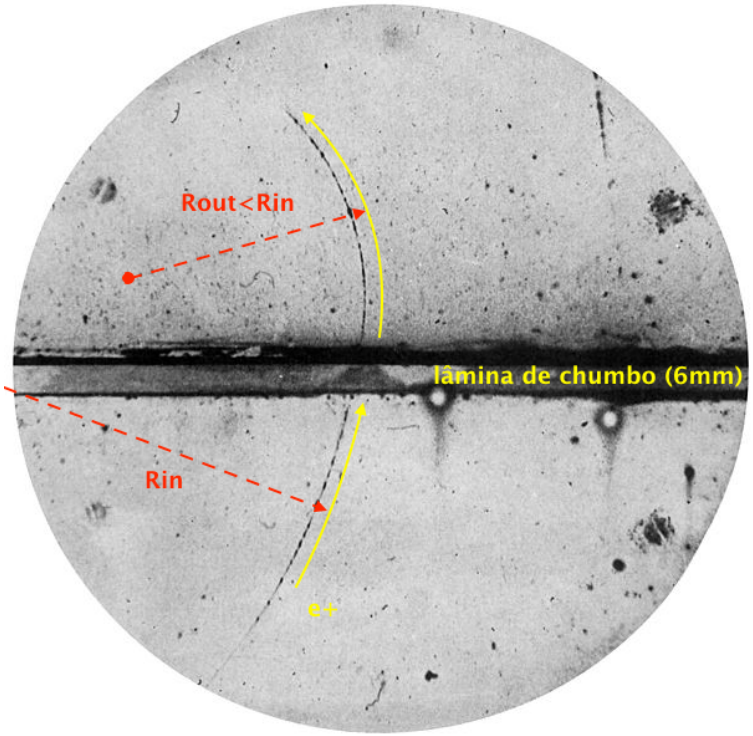


Foto do artigo : Phys. Rev. **43**, 491 (1933)

Qual a razão de estudar partículas em campos EM?

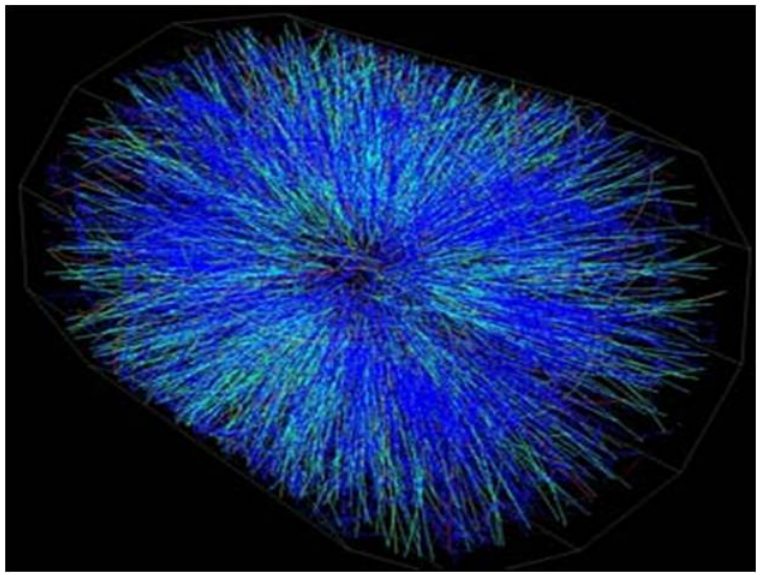
- Uma fração significativa do estudo de partículas subatômicas é feito através da análise das suas trajetórias em campos EM
  - Desde a descoberta do pósitron (primeiro anúncio: Science **76**, 238 (1932))



Qual a razão de estudar partículas em campos EM?

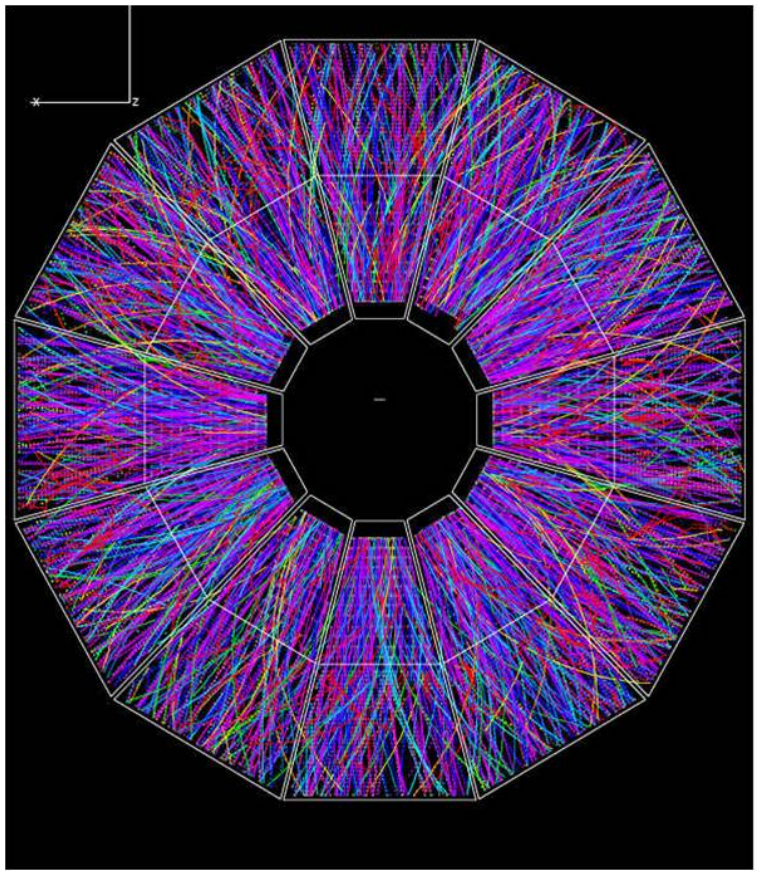
- Uma fração significativa do estudo de partículas subatômicas é feito através da análise das suas trajetórias em campos EM
  - Desde a descoberta do pósitron (primeiro anúncio: Science **76**, 238 (1932))
  - Até a descoberta de novos estados da matéria nuclear (2007)





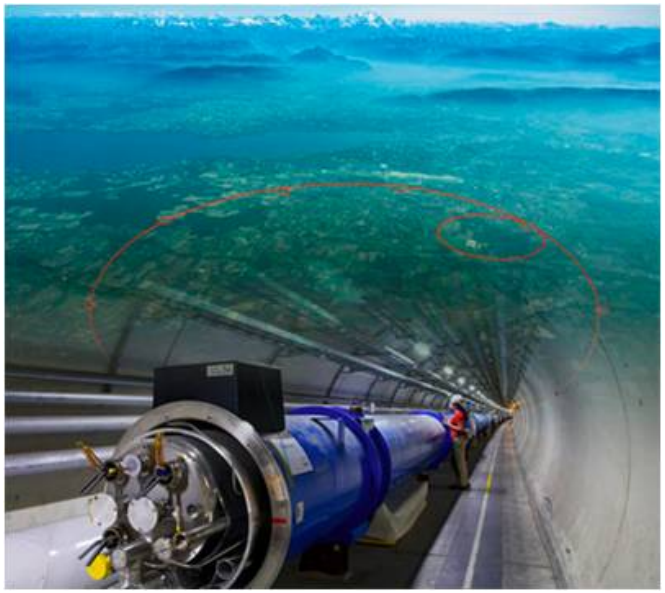
Qual a razão de estudar partículas em campos EM?

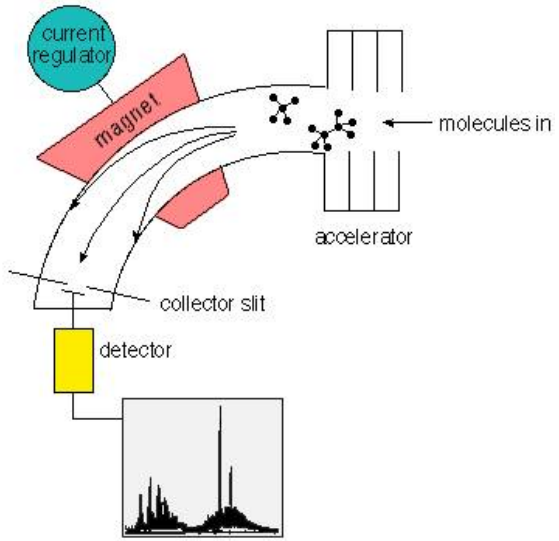
- Uma fração significativa do estudo de partículas subatômicas é feito através da análise das suas trajetórias em campos EM
  - Desde a descoberta do pósitron (primeiro anúncio: Science **76**, 238 (1932))
  - Até a descoberta de novos estados da matéria nuclear (2007)



Qual a razão de estudar particulas em campos EM?

- Várias aplicações científicas e práticas
  - Aceleradores
    - ★ Pelletron, LAMFI, Síncrotron, LHC
  - Analisadores
    - ★ Espectrômetro de massa, etc





Interação eletromagnética

- Qual é a força que atua em uma partícula que está imersa em um campo eletromagnético?

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{Elétrica}} + \vec{F}_{\text{Magnética}} + \vec{F}_{\text{outras}}$$

- Por simplicidade (façam as contas e verifiquem)

$$\vec{F}_{\text{outras}} \ll \vec{F}_{\text{Elétrica}} \text{ ou } \vec{F}_{\text{Magnética}}$$

Interação eletromagnética

- Qual é a força que atua em uma partícula que está imersa em um campo eletromagnético?

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{Elétrica}} + \vec{F}_{\text{Magnética}}$$

- Se o campo elétrico e magnético são conhecidos

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Movimento

- A trajetória de uma partícula qualquer pode ser descrita resolvendo-se as equações de movimento

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

- No campo eletromagnético

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

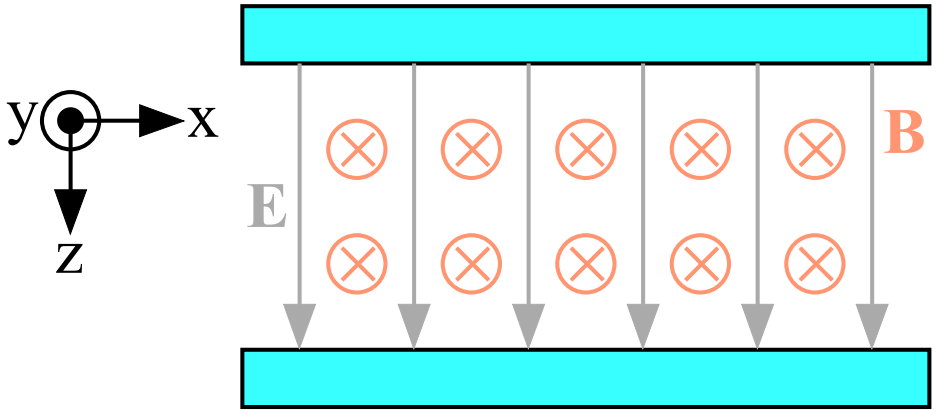
O filtro de Wien

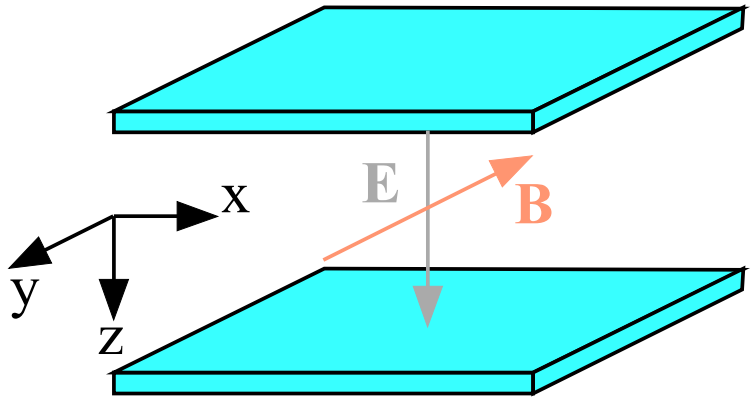
- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campos elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade inicial da partícula incidente

$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{\imath}$$

$$\vec{B} = -B\hat{\jmath}$$

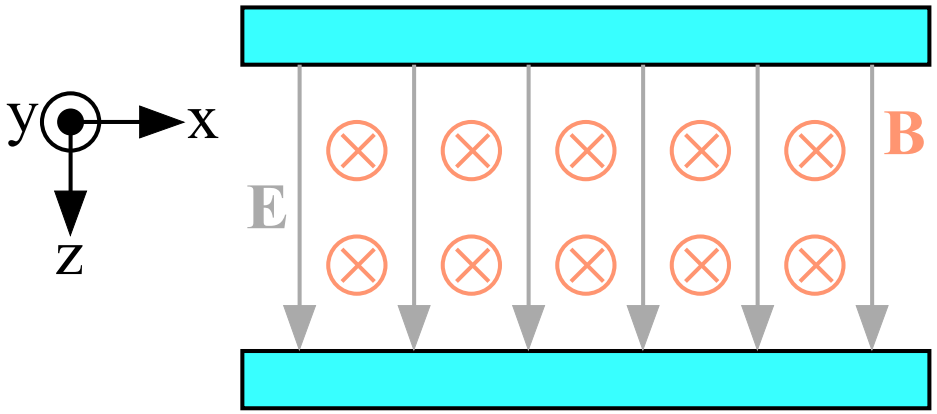
$$\vec{E} = E\hat{k}$$





O filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campos elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade inicial da partícula incidente



$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{\imath}$$

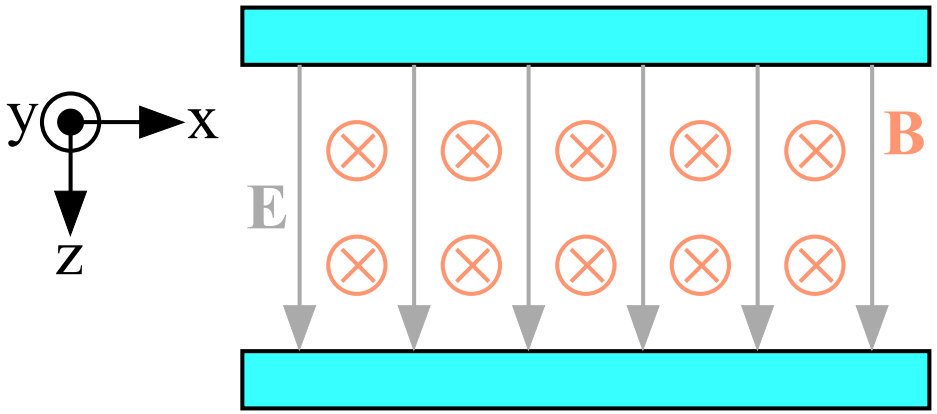
$$\vec{B} = -B\hat{\jmath}$$

$$\vec{E} = E\hat{k}$$

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

O filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campos elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade inicial da partícula incidente



$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{\imath}$$

$$\vec{B} = -B\hat{\jmath}$$

$$\vec{E} = E\hat{k}$$

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(E - v_0 B\right)\hat{k}$$

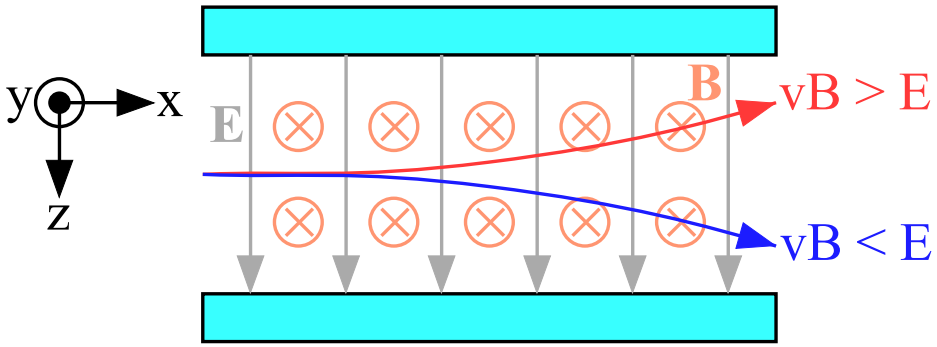
O filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campos elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade inicial da partícula incidente

$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{\imath}$$

$$\vec{B} = -B\hat{\jmath}$$

$$\vec{E} = E\hat{k}$$



$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(E - v_0 B\right)\hat{k}$$

- Aceleração inicial apenas na direção k. Sentido depende das intensidades de E, v e B

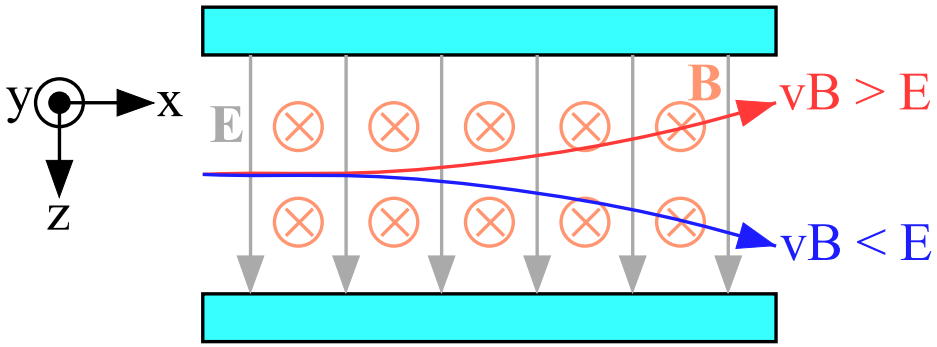
O filtro de Wien

- O filtro de Wien consiste de uma configuração de campos elétrico e magnético cruzados (perpendiculares) e perpendiculares à velocidade inicial da partícula incidente

$$\vec{v}_0 = v_0 \hat{\imath}$$

$$\vec{B} = -B\hat{\jmath}$$

$$\vec{E} = E\hat{k}$$



$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$m\frac{d}{dt}\vec{v} = q\left(E - v_0 B\right)\hat{k}$$

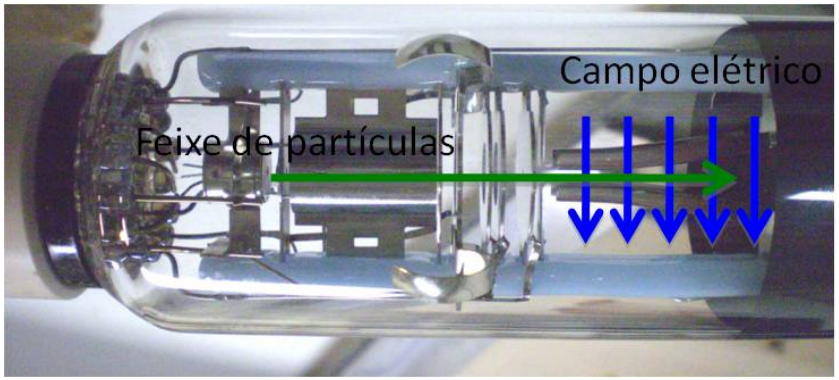
- Se $v_0 = \frac{E}{B}$ a partícula não sofre desvio

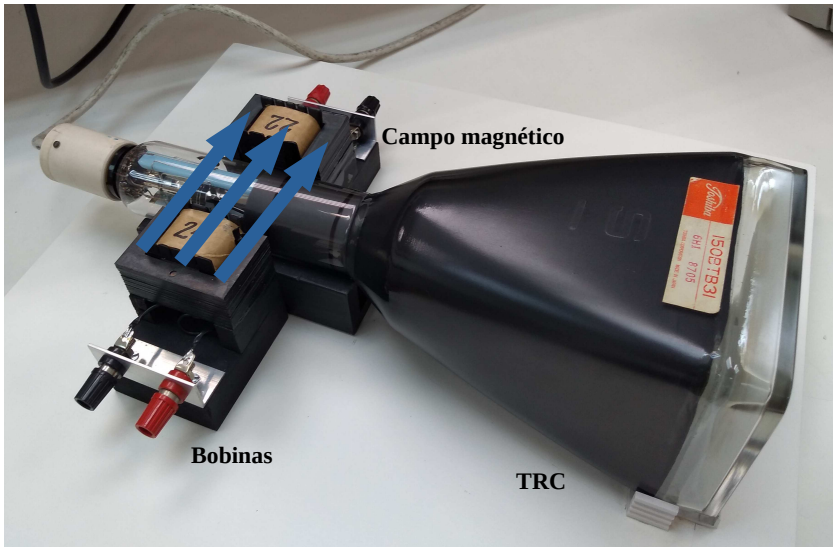
Sumário

1. Experimento
   - Experimento 3
   - Partículas em campos eletromagnéticos
   - O sistema que será estudado
   - Algumas dicas para tratar os campos elétrico e magnético
   - Mapeamento do campo magnético
   - Simulação do campo elétrico

Nosso acelerador de partículas

- Tubo de raios catódicos (TRC)
  - Produz um feixe de elétrons acelerados e propicia a aplicação do campo elétrico
  - A tela é o detector de partículas
- Bobinas
  - Aplicação do campo magnético





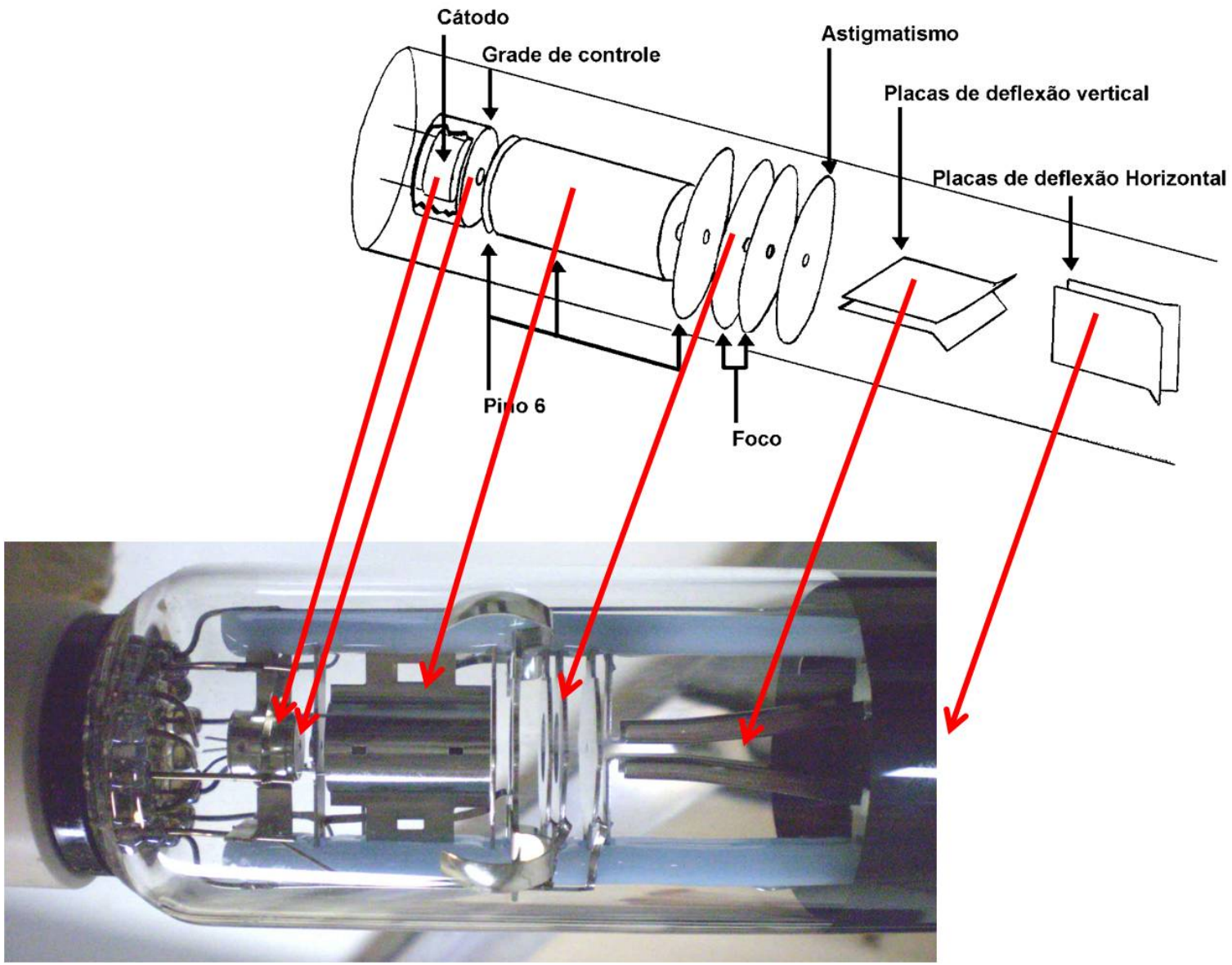
Como estudar um problema complexo?

- O movimento de uma partícula no campo do filtro de Wien pode ser bastante complexo
  - Muitas forças envolvidas
  - Movimento não é unidimensional
- Como tornar o problema mais simples?
  - Tentar isolar contribuições dos diferentes fenômenos. A compreensão individual de cada um dos fenômenos torna o entendimento do todo mais fácil

Sugestão de metodologia

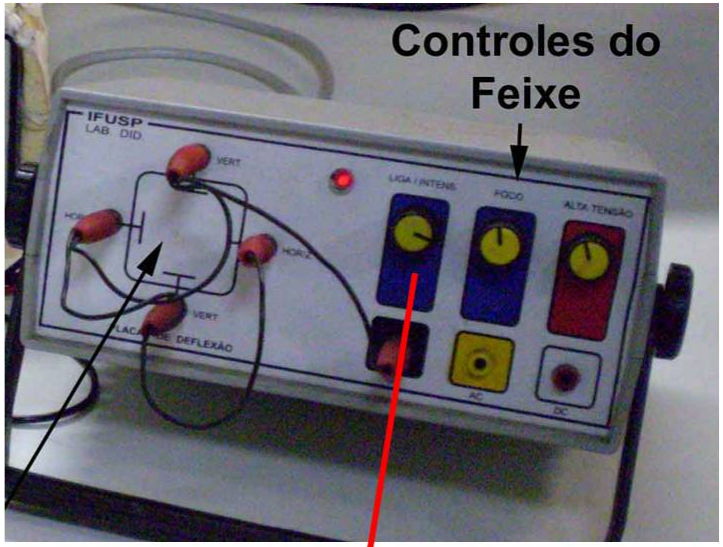
- Isolar o campo elétrico e entender como é o movimento de partículas dentro desse campo
  - Podemos descrever o movimento dessas partículas teoricamente? Quais os compromissos adotados e as limitações teóricas e experimentais?
- Isolar o campo magnético e estudar como é o movimento dessas partículas dentro desse campo
  - Podemos descrever esse movimento teoricamente?
- Após entender cada fenômeno separadamente fica mais fácil entender o problema completo
  - Ligar, simultaneamente, os campos elétrico e magnético
  - Quais as grandezas que devemos observar para comparar com previsões teóricas?
  - Quais as limitações teóricas e experimentais?

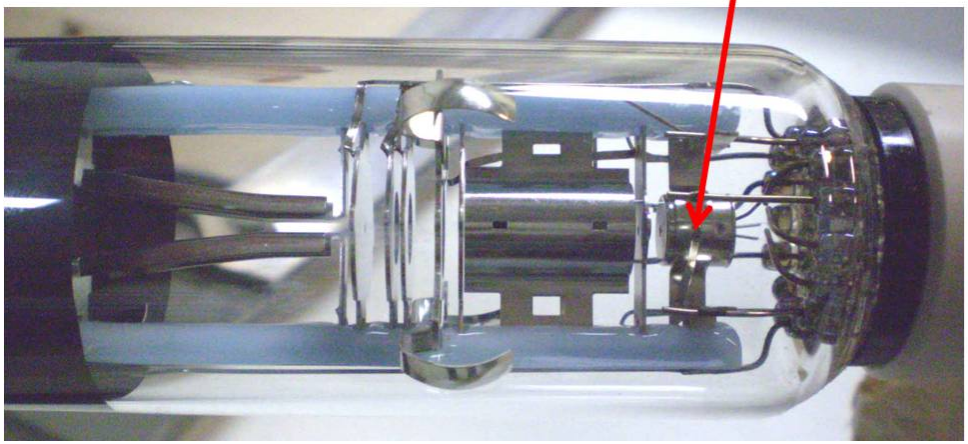
O TRC


Cátodo
Grade de controle
Astigmatismo
Placas de deflexão vertical
Placas de deflexão Horizontal
Pino 6
Foco

O TRC

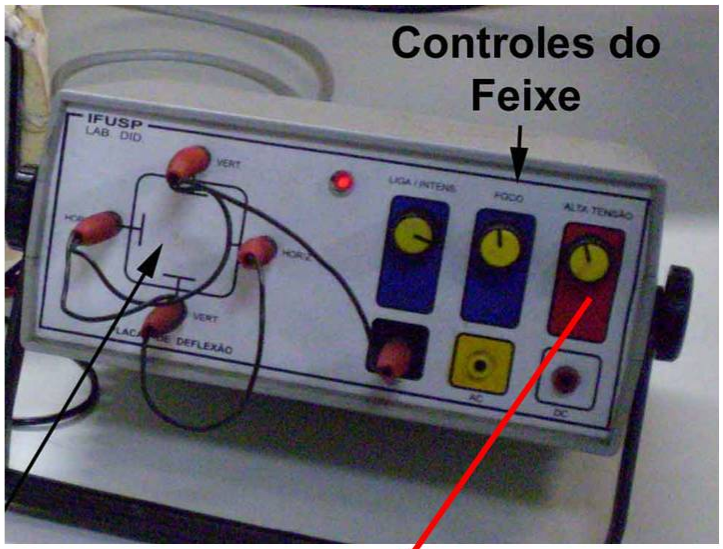
- Liga o TRC
- Controla a intensidade do feixe

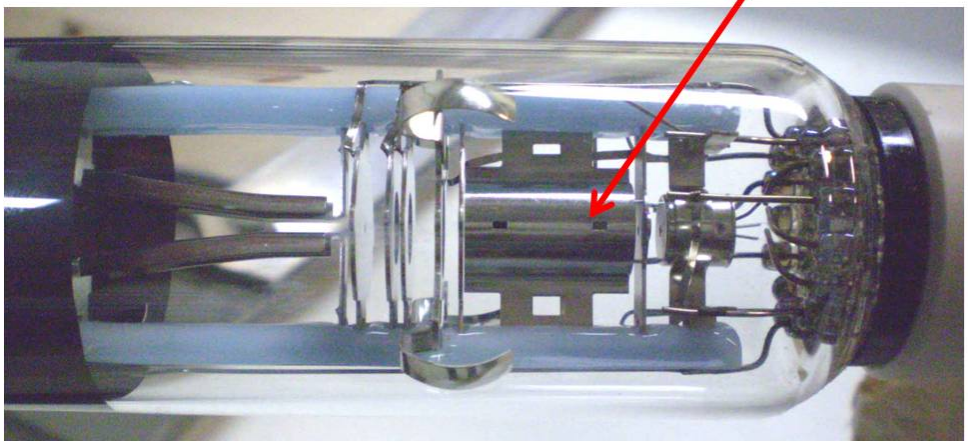




O TRC

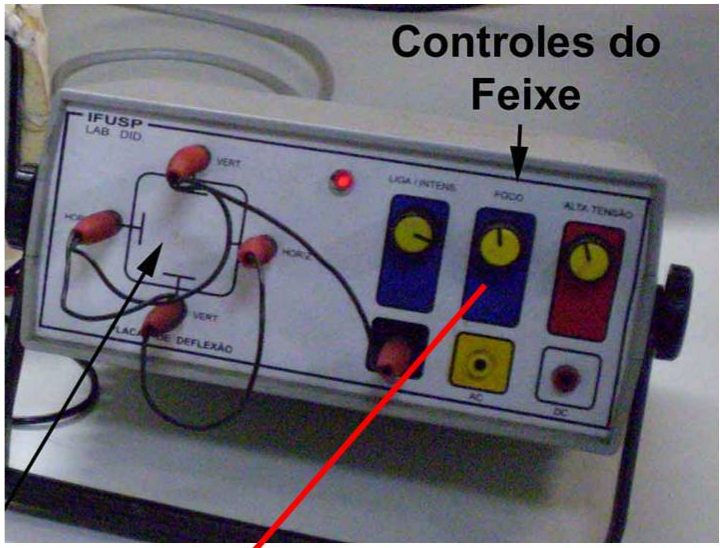
- Alta tensão (até $\sim$1200 V)
- Acelera o feixe: $E_{\text{cin}} = qV_{AC}$

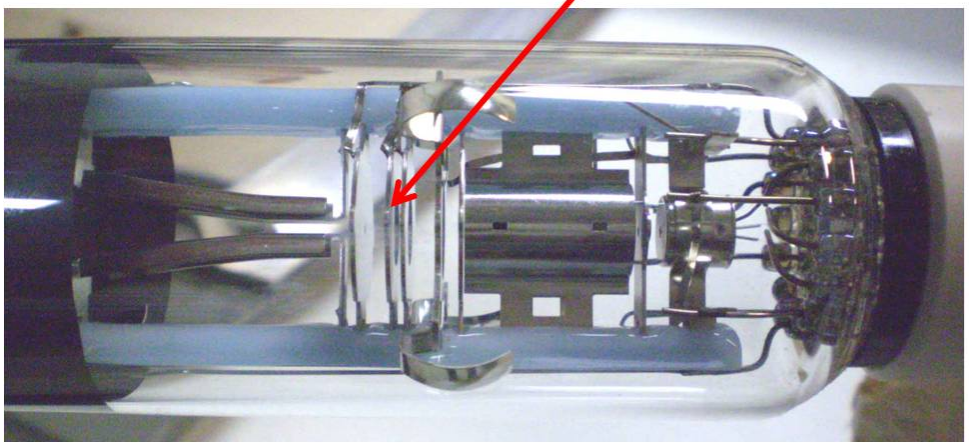




O TRC

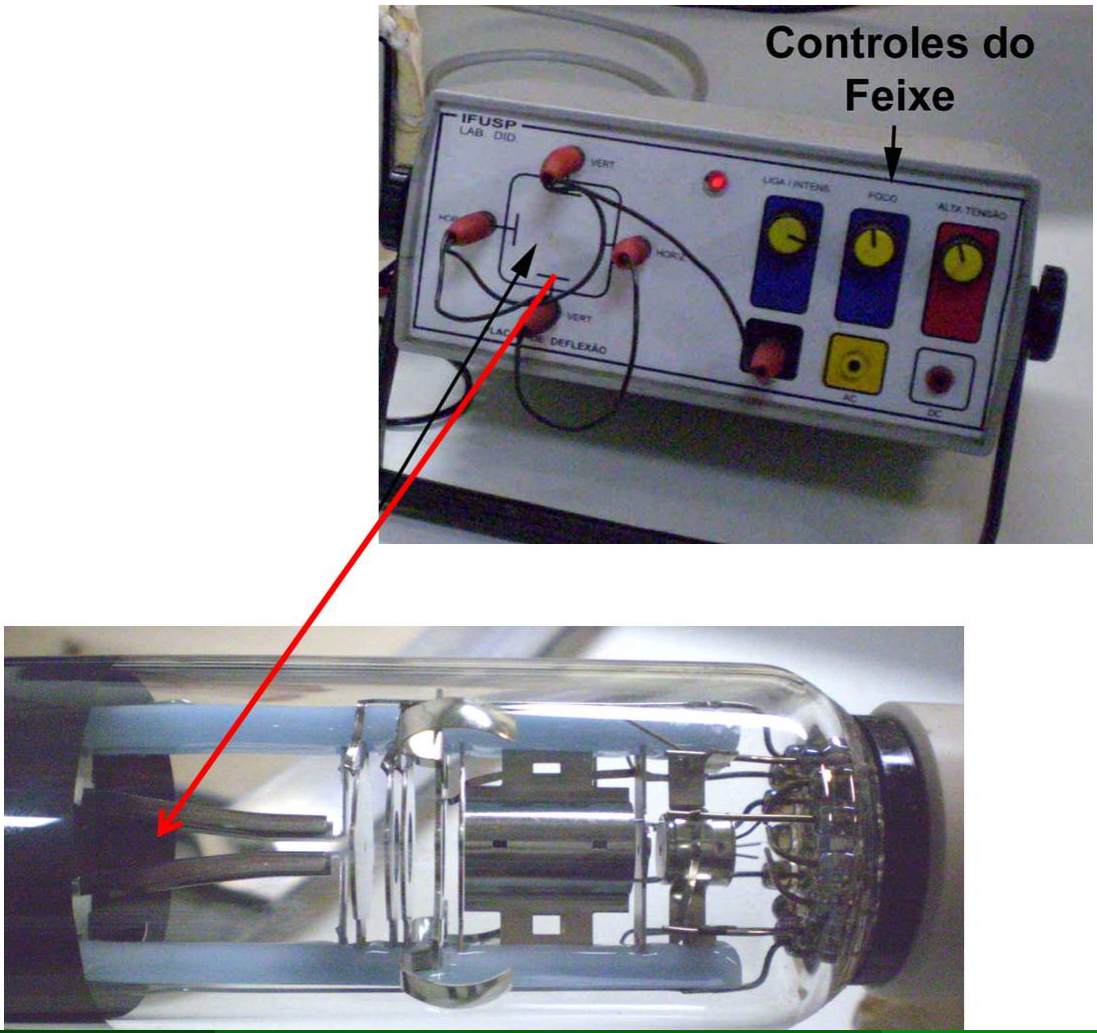
- Sistema de focalização
  - Lentes eletrostáticas





O TRC

- Controle das tensões nas placas
  - Horizontais e verticais
  - **Conectores de entrada para uma fonte externa**



Atividades mínimas

- Estudar o movimento de partículas no campo elétrico. Criar um modelo para o movimento destas partículas e compará-lo aos dados experimentais.
- Estudar o movimento de partículas em um campo magnético. Criar um modelo para este movimento e aplicá-lo aos dados experimentais.
- Estudar detalhadamente a distribuição espacial dos campos elétrico e magnético utilizados nos itens anteriores, através de medidas experimentais, no caso do campo magnético, e simulações, para o campo elétrico.
- Simular numericamente a trajetória das partículas nos campos elétrico e magnético reais. Comparar estes resultados com os dados obtidos experimentalmente.
- Montar o filtro completo e estudar o movimento das partículas neste filtro. Determinar a constante de calibração do filtro. A partir dessa constante, da tensão entre as placas de deflexão e da corrente nas bobinas, pode-se determinar a velocidade das partículas que passam sem desvio.
- Estudar a resolução do filtro, isto é, sua capacidade de separar partículas com velocidades muito próximas. Esta resolução depende não apenas da geometria do filtro mas também das intensidades de campos aplicados.

A meta final, o desafio do mês

- Partículas carregadas em movimento interagem com os campos eletromagnéticos.
- É possível utilizar (com uma pequena mudança) os campos elétrico e magnético do experimento para determinar a razão carga/massa (q/m) das partículas?
- Qual configuração deve ser usada?
- Se possível, compare os valores obtidos com os valores da literatura.

Sumário

1. Experimento
   - Experimento 3
   - Partículas em campos eletromagnéticos
   - O sistema que será estudado
   - Algumas dicas para tratar os campos elétrico e magnético
   - Mapeamento do campo magnético
   - Simulação do campo elétrico

Campos reais x ideais

- Tanto o campo elétrico como o magnético presentes no seletor de velocidades não são ideais
  - Efeitos de borda
  - Regiões de atuação diferentes
- É necessário conhecer bem a distribuição espacial destes campos e suas dependências com V_P (para campos elétricos) e i (para campos magnéticos).

$$E(x) = \alpha(x) V_P$$

$$B(x) = \beta(x) i$$

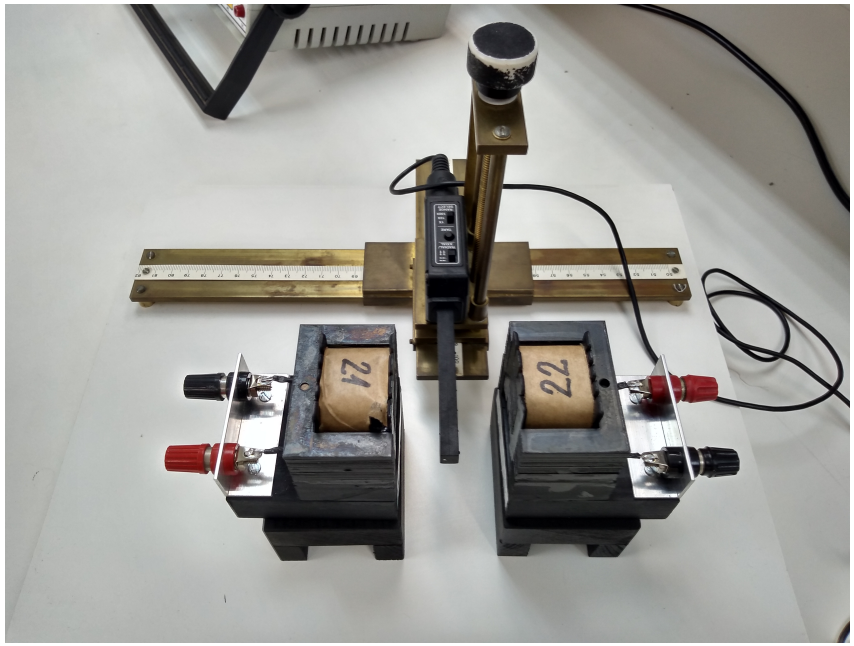
  - Precisa determinar a dependência de $\alpha(x)$ e $\beta(x)$ com x
  - Precisa verificar que a forma dos campos não depende do V_P e i, ou seja, que a fatorização acima faz sentido

Sumário

1. Experimento
   - Experimento 3
   - Partículas em campos eletromagnéticos
   - O sistema que será estudado
   - Algumas dicas para tratar os campos elétrico e magnético
   - Mapeamento do campo magnético
   - Simulação do campo elétrico

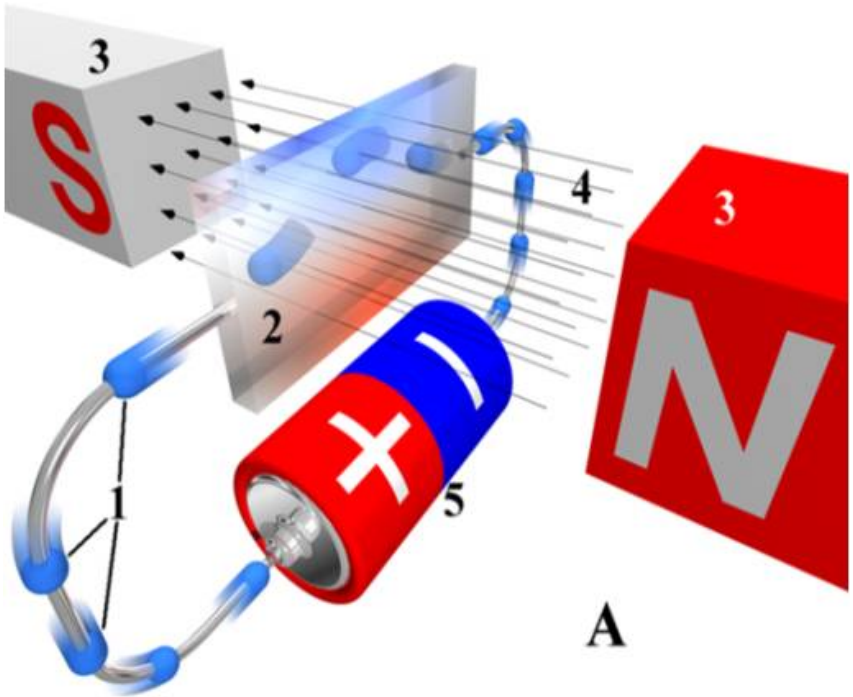
Mapeamento do campo magnético entre as bobinas

- O campo é aplicado com 2 bobinas externas, de maneira que ele fique perpendicular ao campo elétrico das placas
- Tendo um sensor de campo magnético, pode-se mapear o campo entre as bobinas
  - Basta tirar o seletor mantendo a posição das bobinas
  - Note que o campo magnético é aplicado exatamente na região das placas defletoras



Sensor de campo magnético: efeito Hall

- Quando um condutor, por onde passa uma corrente, é inserido em um campo magnético, uma força atua sobre os portadores de carga modificando a sua distribuição dentro do condutor
- Esta mudança de distribuição de cargas no condutor cria uma diferença de potencial entre as superfícies do mesmo
- Esta diferença de potencial é proporcional à intensidade do campo magnético na posição do sensor

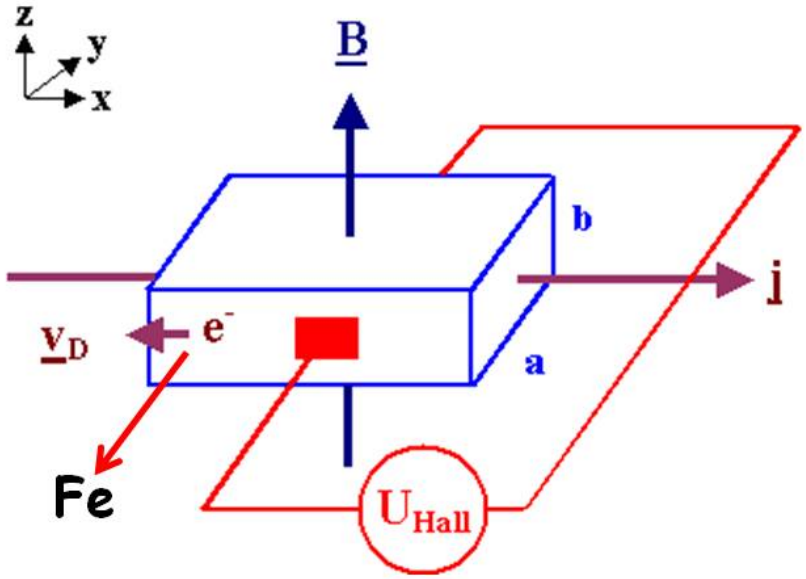


Sensor de campo magnético: efeito Hall

- Pode-se construir um sensor capaz de medir um campo magnético estático baseado nesse efeito
  - Com um campo magnético perpendicular à corrente aparece uma força também perpendicular à corrente que tem o efeito de criar uma diferença de potencial

$$U_{Hall} \propto B$$

  - Basta calibrar o sensor com um campo conhecido e pode-se medir campos magnéticos



O sensor Hall do laboratório

- Acoplado à interface de aquisição de dados
  - Capstone
  - DataStudio
- Dois sensores selecionados por uma chave
  - Componente transversal (radial)
  - Componente longitudinal (axial)
- Possível selecionar a sensibilidade
- Botão de calibração (tare)







O sensor Hall do laboratório

- Algumas características

Table 1
Magnetic Sensor Specification Chart

Range	Gain	Resolution	Accuracy	Calibration Factor
±1000 gauss	1X	0.5 gauss	100 gauss	100 gauss/volt
±100 gauss	10X	0.05 gauss	10 gauss	10 gauss/volt
±10 gauss	100X	0.050 gauss	1 gauss	1 gauss/volt

Note: The Hall Effect sensing elements used in the CI-6520A are temperature compensated. However when measuring very low magnetic field levels (±10 gauss scale) some temperature dependent variation may be observed in the output. It is on the order of a few gauss. For the best results when using the 100X (±10 gauss) scale the sensor should be connected to the interface for 5 to 15 minutes before data is collected. This will allow the sensing element to come to thermal equilibrium and will yield more stable results.

Sumário

1. Experimento
   - Experimento 3
   - Partículas em campos eletromagnéticos
   - O sistema que será estudado
   - Algumas dicas para tratar os campos elétrico e magnético
   - Mapeamento do campo magnético
   - Simulação do campo elétrico

O campo elétrico entre as placas

- Como obter o campo elétrico entre as placas do TRC?
- Um pouco de teoria
  - Lei de Gauss

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla} V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

  - Equação de Poisson para o potencial

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

  - Na ausência de cargas livres (Equação de Laplace)

$$\nabla^2 V = 0$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Vamos olhar o Laplaciano em duas dimensões

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} V(x,y) = 0$$

- Como calcular essas derivadas?
  - Aproximação numérica para derivada

$$\frac{\partial}{\partial x} V(x,y) \approx \frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{V\left(x + \frac{\Delta x}{2}, y\right) - V\left(x - \frac{\Delta x}{2}, y\right)}{\Delta x}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Calculando a derivada segunda

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,y) \approx \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{V\left(x+\frac{\Delta x}{2},y\right)-V\left(x-\frac{\Delta x}{2},y\right)}{\Delta x}\right]$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,y) \approx \frac{1}{\Delta x}\left[\frac{\partial}{\partial x} V\left(x+\frac{\Delta x}{2},y\right)-\frac{\partial}{\partial x} V\left(x-\frac{\Delta x}{2},y\right)\right]$$

- Calculando o primeiro termo da expressão acima

$$\frac{\partial}{\partial x} V\left(x+\frac{\Delta x}{2},y\right)$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Cálculo do primeiro termo

$$\frac{\partial}{\partial x} V\left(x+\frac{\Delta x}{2}, y\right)=\frac{V\left(x+\frac{\Delta x}{2}+\frac{\Delta x}{2}, y\right)-V\left(x+\frac{\Delta x}{2}-\frac{\Delta x}{2}, y\right)}{\Delta x}$$

- Ou seja

$$\frac{\partial}{\partial x} V\left(x+\frac{\Delta x}{2}, y\right)=\frac{V(x+\Delta x, y)-V(x, y)}{\Delta x}$$

- Do mesmo modo para o segundo termo

$$\frac{\partial}{\partial x} V\left(x-\frac{\Delta x}{2}, y\right)=\frac{V(x, y)-V(x-\Delta x, y)}{\Delta x}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- Substituindo

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,y) \approx \frac{1}{\Delta x}\left[\frac{\partial}{\partial x} V\left(x+\frac{\Delta x}{2}, y\right) - \frac{\partial}{\partial x} V\left(x-\frac{\Delta x}{2}, y\right)\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial x} V\left(x+\frac{\Delta x}{2}, y\right) = \frac{V\left(x+\Delta x, y\right) - V(x,y)}{\Delta x} \qquad \frac{\partial}{\partial x} V\left(x-\frac{\Delta x}{2}, y\right) = \frac{V(x,y) - V\left(x-\Delta x, y\right)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,y) = \frac{V\left(x+\Delta x, y\right) - 2V(x,y) + V\left(x-\Delta x, y\right)}{\Delta x^2}$$

Resolução numérica da equação de Laplace

- As derivadas segunda em x e y valem

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,y) = \frac{V(x+\Delta x, y) - 2V(x,y) + V(x-\Delta x, y)}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} V(x,y) = \frac{V(x, y+\Delta y) - 2V(x,y) + V(x, y-\Delta y)}{\Delta y^2}$$

- Se escolhemos $\Delta x = \Delta y = \Delta$ podemos resolver a equação de Laplace facilmente

Resolução numérica da equação de Laplace

- Substituindo as derivadas calculadas e fazendo $\Delta x = \Delta y = \Delta$ a equação de Laplace fica

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} V(x,y) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} V(x,y) = 0$$

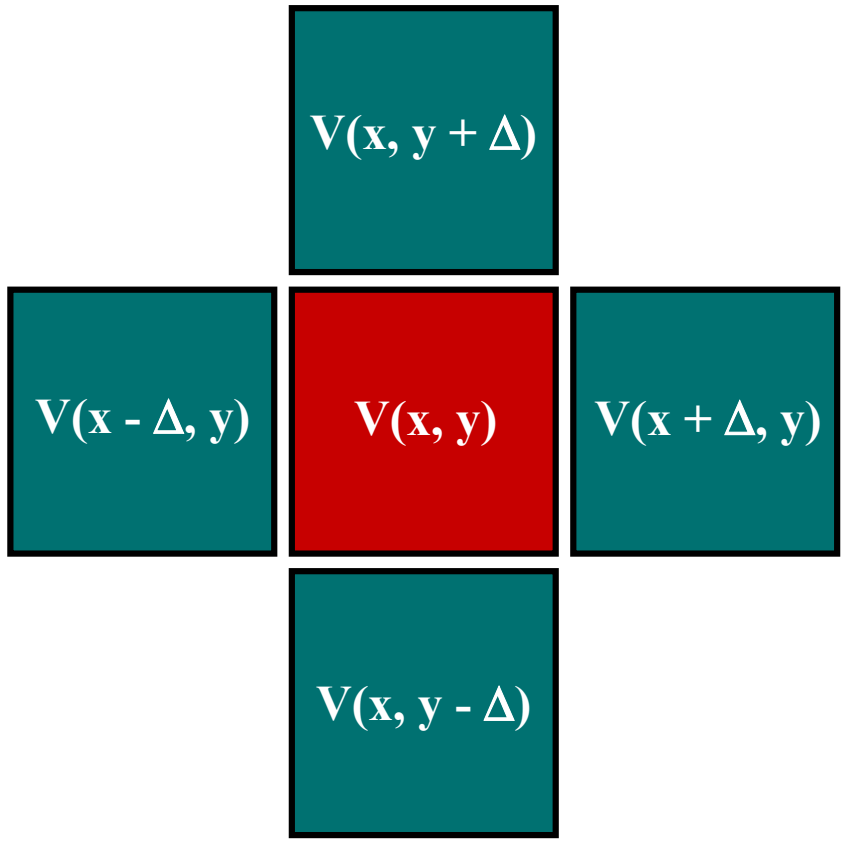
$$\frac{V(x+\Delta,y) + V(x-\Delta,y) - 4V(x,y) + V(x,y+\Delta) + V(x,y-\Delta)}{\Delta^2} = 0$$

- Cuja solução é

$$V(x,y) = \frac{1}{4}\left[V(x+\Delta,y) + V(x-\Delta,y) + V(x,y+\Delta) + V(x,y-\Delta)\right]$$

Resolução numérica da equação de Laplace

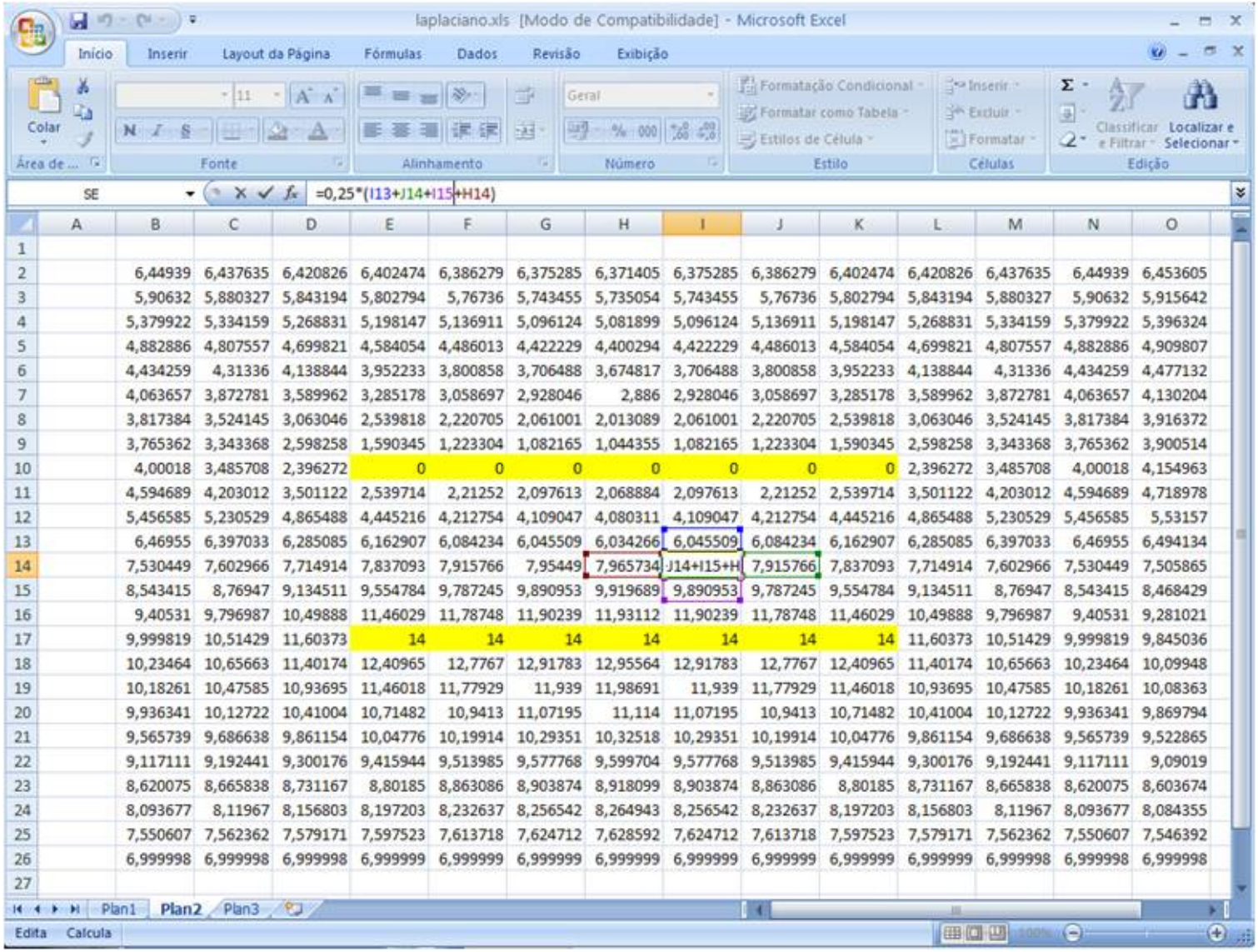
- A solução da equação de Laplace diz que o potencial em um ponto é dado pela MÉDIA SIMPLES dos potenciais nas vizinhanças
  - Podemos usar o EXCEL!!!!



$$V(x,y) = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} V(x+\Delta,y)+ \\ V(x-\Delta,y)+ \\ V(x,y+\Delta)+ \\ V(x,y-\Delta) \end{pmatrix}$$

o applicativo FEMM (http://www.femm.info/wiki/HomePage) instalado nos computadores do laboratório usa exactamente este método (com algumas optimizações...)

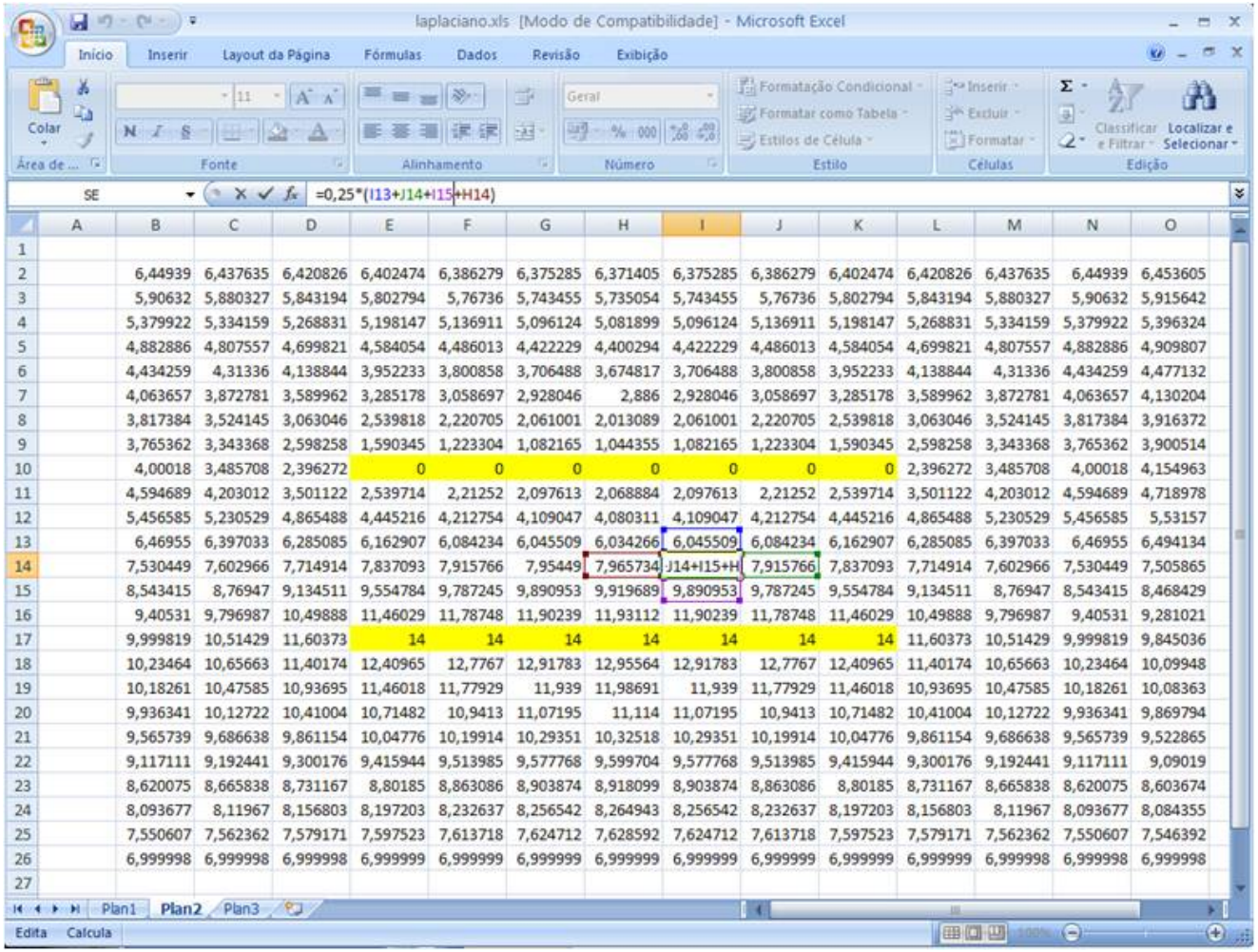
Criando um Excel para resolver a equação de Laplace



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		6,44939	6,437635	6,420826	6,402474	6,386279	6,375285	6,371405	6,375285	6,386279	6,402474	6,420826	6,437635	6,44939	6,453605
3		5,90632	5,880327	5,843194	5,802794	5,76736	5,743455	5,735054	5,743455	5,76736	5,802794	5,843194	5,880327	5,90632	5,915642
4		5,379922	5,334159	5,268831	5,198147	5,136911	5,096124	5,081899	5,096124	5,136911	5,198147	5,268831	5,334159	5,379922	5,396324
5		4,882886	4,807557	4,699821	4,584054	4,486013	4,422229	4,400294	4,422229	4,486013	4,584054	4,699821	4,807557	4,882886	4,909807
6		4,434259	4,31336	4,138844	3,952233	3,800858	3,706488	3,674817	3,706488	3,800858	3,952233	4,138844	4,31336	4,434259	4,477132
7		4,063657	3,872781	3,589962	3,285178	3,058697	2,928046	2,886	2,928046	3,058697	3,285178	3,589962	3,872781	4,063657	4,130204
8		3,817384	3,524145	3,063046	2,539818	2,220705	2,061001	2,013089	2,061001	2,220705	2,539818	3,063046	3,524145	3,817384	3,916372
9		3,765362	3,343368	2,598258	1,590345	1,223304	1,082165	1,044355	1,082165	1,223304	1,590345	2,598258	3,343368	3,765362	3,900514
10		4,00018	3,485708	2,396272	0	0	0	0	0	0	0	2,396272	3,485708	4,00018	4,154963
11		4,594689	4,203012	3,501122	2,539714	2,21252	2,097613	2,068884	2,097613	2,21252	2,539714	3,501122	4,203012	4,594689	4,718978
12		5,456585	5,230529	4,865488	4,445216	4,212754	4,109047	4,080311	4,109047	4,212754	4,445216	4,865488	5,230529	5,456585	5,53157
13		6,46955	6,397033	6,285085	6,162907	6,084234	6,045509	6,034266	6,045509	6,084234	6,162907	6,285085	6,397033	6,46955	6,494134
14		7,530449	7,602966	7,714914	7,837093	7,915766	7,95449	7,965734	J14+I15+H	7,915766	7,837093	7,714914	7,602966	7,530449	7,505865
15		8,543415	8,76947	9,134511	9,554784	9,787245	9,890953	9,919689	9,890953	9,787245	9,554784	9,134511	8,76947	8,543415	8,468429
16		9,40531	9,796987	10,49888	11,46029	11,78748	11,90239	11,93112	11,90239	11,78748	11,46029	10,49888	9,796987	9,40531	9,281021
17		9,999819	10,51429	11,60373	14	14	14	14	14	14	14	11,60373	10,51429	9,999819	9,845036
18		10,23464	10,65663	11,40174	12,40965	12,7767	12,91783	12,95564	12,91783	12,7767	12,40965	11,40174	10,65663	10,23464	10,09948
19		10,18261	10,47585	10,93695	11,46018	11,77929	11,939	11,98691	11,939	11,77929	11,46018	10,93695	10,47585	10,18261	10,08363
20		9,936341	10,12722	10,41004	10,71482	10,9413	11,07195	11,114	11,07195	10,9413	10,71482	10,41004	10,12722	9,936341	9,869794
21		9,565739	9,686638	9,861154	10,04776	10,19914	10,29351	10,32518	10,29351	10,19914	10,04776	9,861154	9,686638	9,565739	9,522865
22		9,117111	9,192441	9,300176	9,415944	9,513985	9,577768	9,599704	9,577768	9,513985	9,415944	9,300176	9,192441	9,117111	9,09019
23		8,620075	8,665838	8,731167	8,80185	8,863086	8,903874	8,918099	8,903874	8,863086	8,80185	8,731167	8,665838	8,620075	8,603674
24		8,093677	8,11967	8,156803	8,197203	8,232637	8,256542	8,264943	8,256542	8,232637	8,197203	8,156803	8,11967	8,093677	8,084355
25		7,550607	7,562362	7,579171	7,597523	7,613718	7,624712	7,628592	7,624712	7,613718	7,597523	7,579171	7,562362	7,550607	7,546392
26		6,999998	6,999998	6,999998	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999998	6,999998	6,999998
27															

Criando um Excel para resolver a equação de Laplace

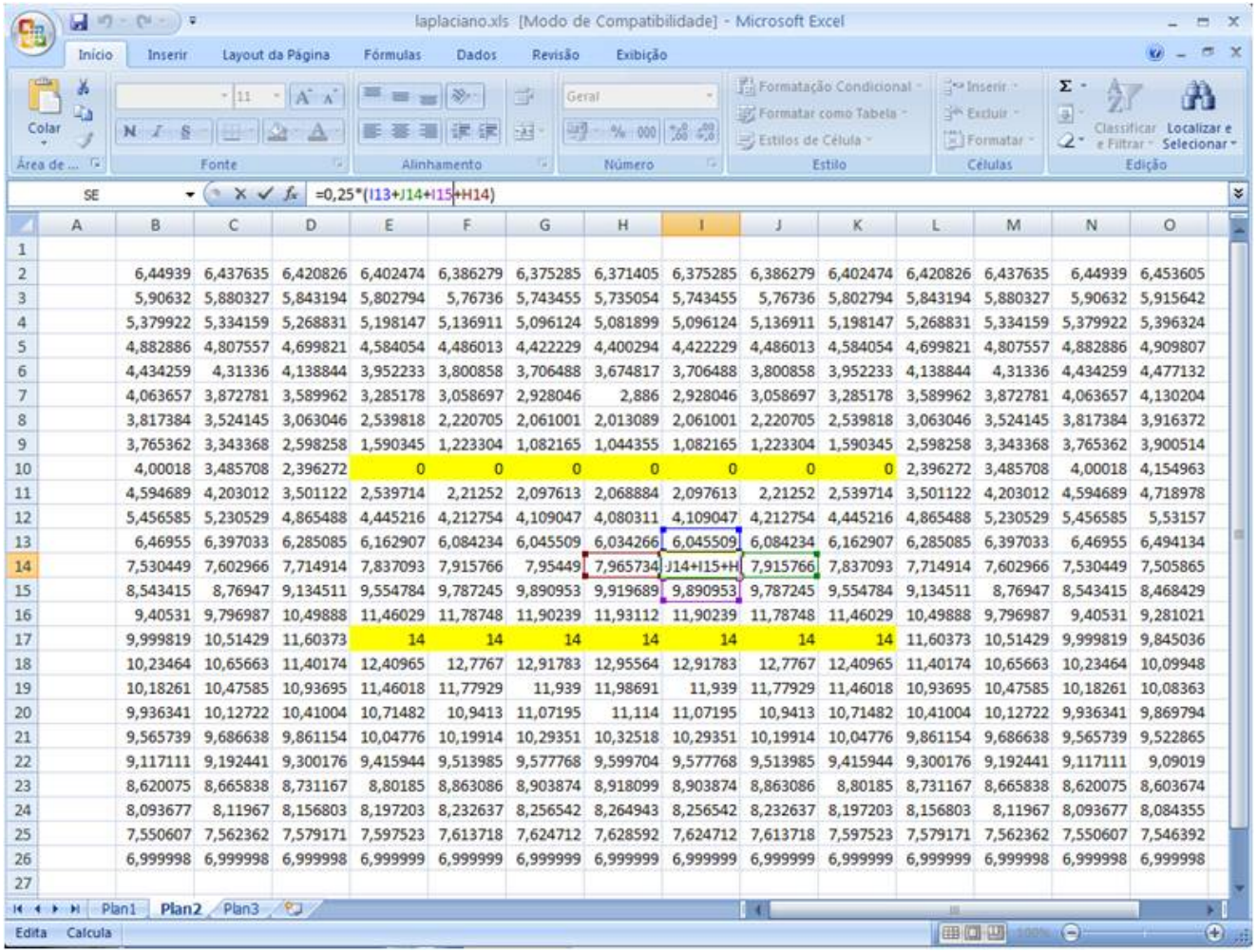
- Definir o tamanho de cada célula



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		6,44939	6,437635	6,420826	6,402474	6,386279	6,375285	6,371405	6,375285	6,386279	6,402474	6,420826	6,437635	6,44939	6,453605
3		5,90632	5,880327	5,843194	5,802794	5,76736	5,743455	5,735054	5,743455	5,76736	5,802794	5,843194	5,880327	5,90632	5,915642
4		5,379922	5,334159	5,268831	5,198147	5,136911	5,096124	5,081899	5,096124	5,136911	5,198147	5,268831	5,334159	5,379922	5,396324
5		4,882886	4,807557	4,699821	4,584054	4,486013	4,422229	4,400294	4,422229	4,486013	4,584054	4,699821	4,807557	4,882886	4,909807
6		4,434259	4,31336	4,138844	3,952233	3,800858	3,706488	3,674817	3,706488	3,800858	3,952233	4,138844	4,31336	4,434259	4,477132
7		4,063657	3,872781	3,589962	3,285178	3,058697	2,928046	2,886	2,928046	3,058697	3,285178	3,589962	3,872781	4,063657	4,130204
8		3,817384	3,524145	3,063046	2,539818	2,220705	2,061001	2,013089	2,061001	2,220705	2,539818	3,063046	3,524145	3,817384	3,916372
9		3,765362	3,343368	2,598258	1,590345	1,223304	1,082165	1,044355	1,082165	1,223304	1,590345	2,598258	3,343368	3,765362	3,900514
10		4,00018	3,485708	2,396272	0	0	0	0	0	0	0	2,396272	3,485708	4,00018	4,154963
11		4,594689	4,203012	3,501122	2,539714	2,21252	2,097613	2,068884	2,097613	2,21252	2,539714	3,501122	4,203012	4,594689	4,718978
12		5,456585	5,230529	4,865488	4,445216	4,212754	4,109047	4,080311	4,109047	4,212754	4,445216	4,865488	5,230529	5,456585	5,53157
13		6,46955	6,397033	6,285085	6,162907	6,084234	6,045509	6,034266	6,045509	6,084234	6,162907	6,285085	6,397033	6,46955	6,494134
14		7,530449	7,602966	7,714914	7,837093	7,915766	7,95449	7,965734	J14+I15+H	7,915766	7,837093	7,714914	7,602966	7,530449	7,505865
15		8,543415	8,76947	9,134511	9,554784	9,787245	9,890953	9,919689	9,890953	9,787245	9,554784	9,134511	8,76947	8,543415	8,468429
16		9,40531	9,796987	10,49888	11,46029	11,78748	11,90239	11,93112	11,90239	11,78748	11,46029	10,49888	9,796987	9,40531	9,281021
17		9,999819	10,51429	11,60373	14	14	14	14	14	14	14	11,60373	10,51429	9,999819	9,845036
18		10,23464	10,65663	11,40174	12,40965	12,7767	12,91783	12,95564	12,91783	12,7767	12,40965	11,40174	10,65663	10,23464	10,09948
19		10,18261	10,47585	10,93695	11,46018	11,77929	11,939	11,98691	11,939	11,77929	11,46018	10,93695	10,47585	10,18261	10,08363
20		9,936341	10,12722	10,41004	10,71482	10,9413	11,07195	11,114	11,07195	10,9413	10,71482	10,41004	10,12722	9,936341	9,869794
21		9,565739	9,686638	9,861154	10,04776	10,19914	10,29351	10,32518	10,29351	10,19914	10,04776	9,861154	9,686638	9,565739	9,522865
22		9,117111	9,192441	9,300176	9,415944	9,513985	9,577768	9,599704	9,577768	9,513985	9,415944	9,300176	9,192441	9,117111	9,09019
23		8,620075	8,665838	8,731167	8,80185	8,863086	8,903874	8,918099	8,903874	8,863086	8,80185	8,731167	8,665838	8,620075	8,603674
24		8,093677	8,11967	8,156803	8,197203	8,232637	8,256542	8,264943	8,256542	8,232637	8,197203	8,156803	8,11967	8,093677	8,084355
25		7,550607	7,562362	7,579171	7,597523	7,613718	7,624712	7,628592	7,624712	7,613718	7,597523	7,579171	7,562362	7,550607	7,546392
26		6,999998	6,999998	6,999998	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999998	6,999998	6,999998
27															

Criando um Excel para resolver a equação de Laplace

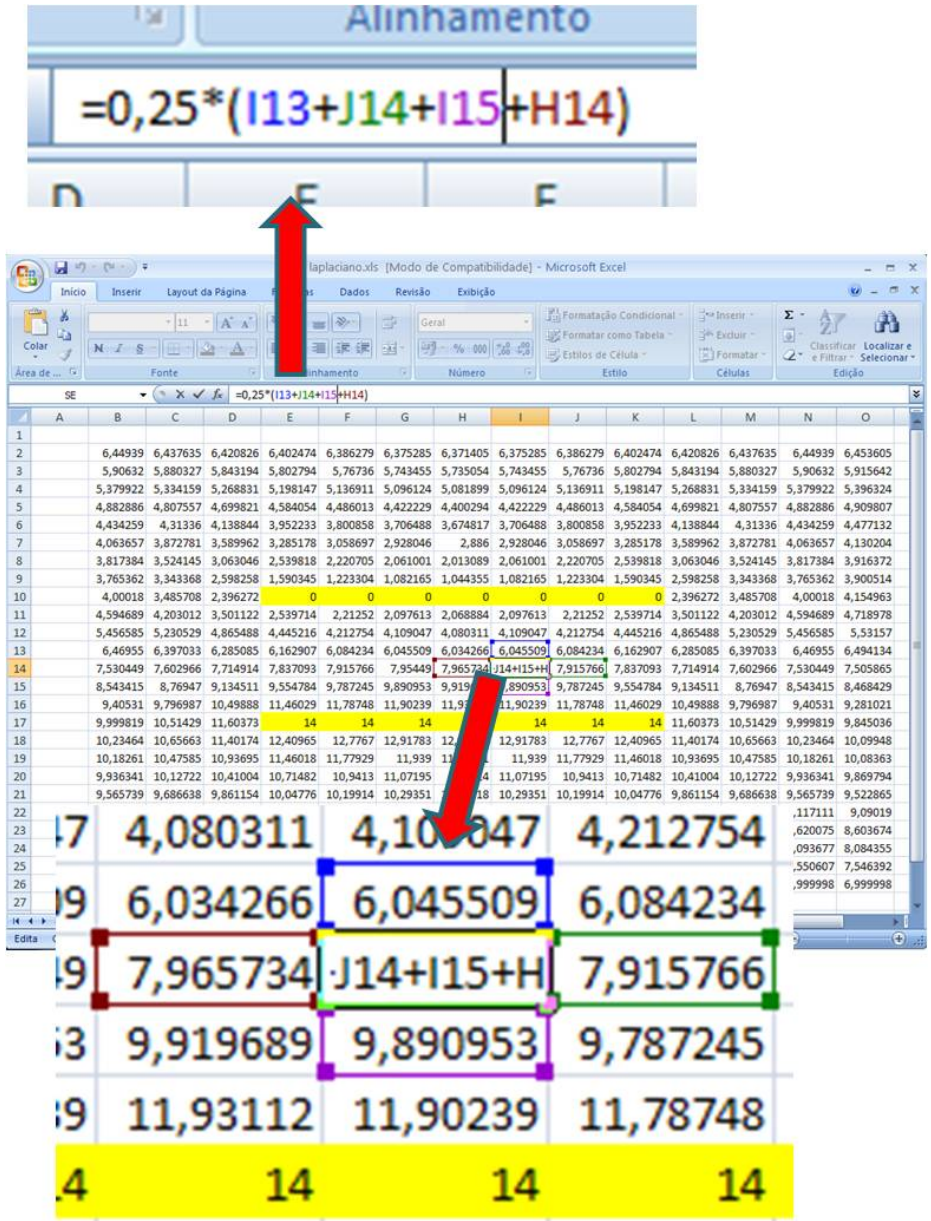
- Definir o sistema e o valor do potencial em cada ponto do sistema



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		6,44939	6,437635	6,420826	6,402474	6,386279	6,375285	6,371405	6,375285	6,386279	6,402474	6,420826	6,437635	6,44939	6,453605
3		5,90632	5,880327	5,843194	5,802794	5,76736	5,743455	5,735054	5,743455	5,76736	5,802794	5,843194	5,880327	5,90632	5,915642
4		5,379922	5,334159	5,268831	5,198147	5,136911	5,096124	5,081899	5,096124	5,136911	5,198147	5,268831	5,334159	5,379922	5,396324
5		4,882886	4,807557	4,699821	4,584054	4,486013	4,422229	4,400294	4,422229	4,486013	4,584054	4,699821	4,807557	4,882886	4,909807
6		4,434259	4,31336	4,138844	3,952233	3,800858	3,706488	3,674817	3,706488	3,800858	3,952233	4,138844	4,31336	4,434259	4,477132
7		4,063657	3,872781	3,589962	3,285178	3,058697	2,928046	2,886	2,928046	3,058697	3,285178	3,589962	3,872781	4,063657	4,130204
8		3,817384	3,524145	3,063046	2,539818	2,220705	2,061001	2,013089	2,061001	2,220705	2,539818	3,063046	3,524145	3,817384	3,916372
9		3,765362	3,343368	2,598258	1,590345	1,223304	1,082165	1,044355	1,082165	1,223304	1,590345	2,598258	3,343368	3,765362	3,900514
10		4,00018	3,485708	2,396272	0	0	0	0	0	0	0	2,396272	3,485708	4,00018	4,154963
11		4,594689	4,203012	3,501122	2,539714	2,21252	2,097613	2,068884	2,097613	2,21252	2,539714	3,501122	4,203012	4,594689	4,718978
12		5,456585	5,230529	4,865488	4,445216	4,212754	4,109047	4,080311	4,109047	4,212754	4,445216	4,865488	5,230529	5,456585	5,53157
13		6,46955	6,397033	6,285085	6,162907	6,084234	6,045509	6,034266	6,045509	6,084234	6,162907	6,285085	6,397033	6,46955	6,494134
14		7,530449	7,602966	7,714914	7,837093	7,915766	7,95449	7,965734	J14+I15+H	7,915766	7,837093	7,714914	7,602966	7,530449	7,505865
15		8,543415	8,76947	9,134511	9,554784	9,787245	9,890953	9,919689	9,890953	9,787245	9,554784	9,134511	8,76947	8,543415	8,468429
16		9,40531	9,796987	10,49888	11,46029	11,78748	11,90239	11,93112	11,90239	11,78748	11,46029	10,49888	9,796987	9,40531	9,281021
17		9,999819	10,51429	11,60373	14	14	14	14	14	14	14	11,60373	10,51429	9,999819	9,845036
18		10,23464	10,65663	11,40174	12,40965	12,7767	12,91783	12,95564	12,91783	12,7767	12,40965	11,40174	10,65663	10,23464	10,09948
19		10,18261	10,47585	10,93695	11,46018	11,77929	11,939	11,98691	11,939	11,77929	11,46018	10,93695	10,47585	10,18261	10,08363
20		9,936341	10,12722	10,41004	10,71482	10,9413	11,07195	11,114	11,07195	10,9413	10,71482	10,41004	10,12722	9,936341	9,869794
21		9,565739	9,686638	9,861154	10,04776	10,19914	10,29351	10,32518	10,29351	10,19914	10,04776	9,861154	9,686638	9,565739	9,522865
22		9,117111	9,192441	9,300176	9,415944	9,513985	9,577768	9,599704	9,577768	9,513985	9,415944	9,300176	9,192441	9,117111	9,09019
23		8,620075	8,665838	8,731167	8,80185	8,863086	8,903874	8,918099	8,903874	8,863086	8,80185	8,731167	8,665838	8,620075	8,603674
24		8,093677	8,11967	8,156803	8,197203	8,232637	8,256542	8,264943	8,256542	8,232637	8,197203	8,156803	8,11967	8,093677	8,084355
25		7,550607	7,562362	7,579171	7,597523	7,613718	7,624712	7,628592	7,624712	7,613718	7,597523	7,579171	7,562362	7,550607	7,546392
26		6,999998	6,999998	6,999998	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999998	6,999998	6,999998
27															

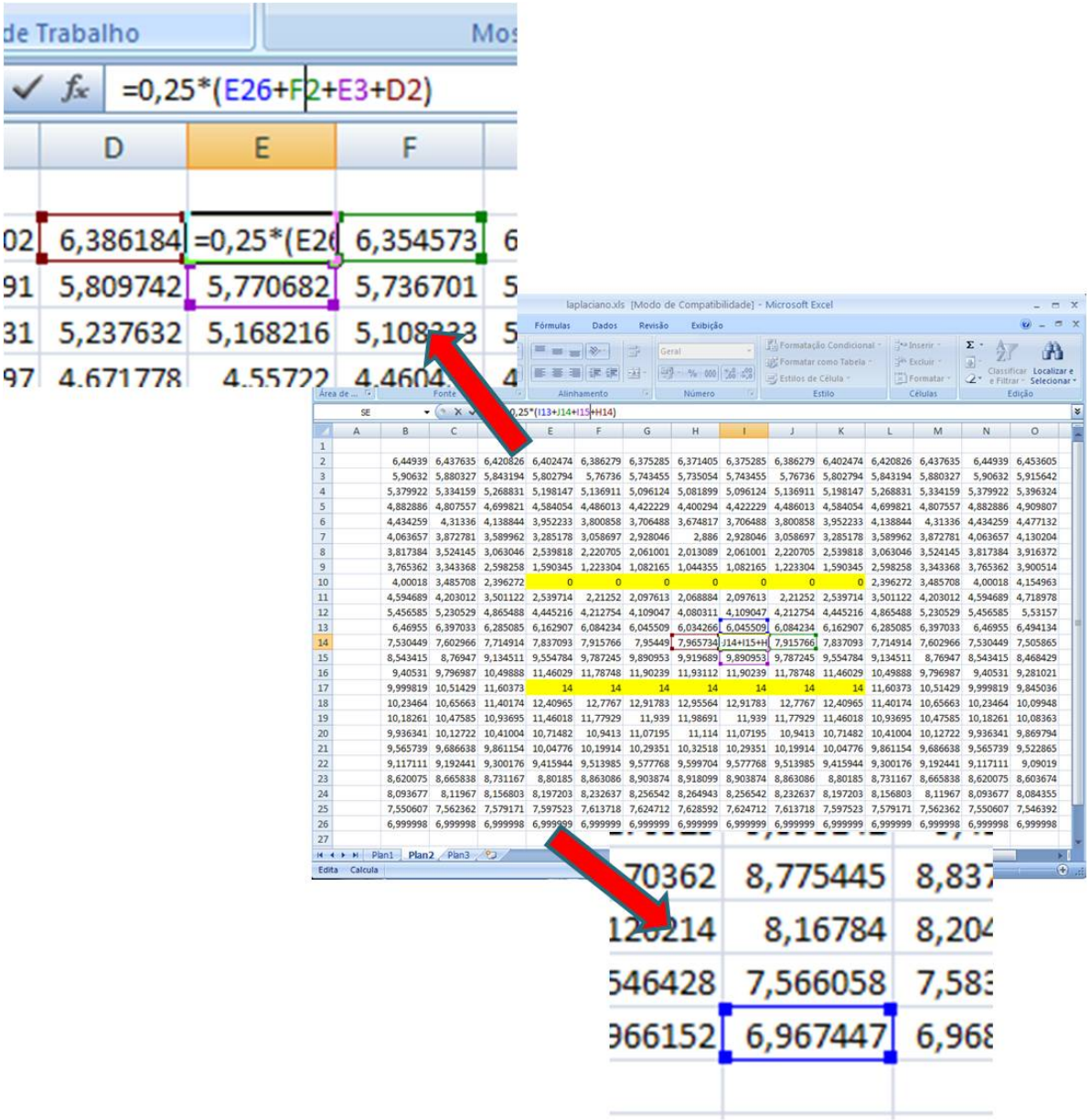
Criando um Excel para resolver a equação de Laplace

- Programar as equações nas células



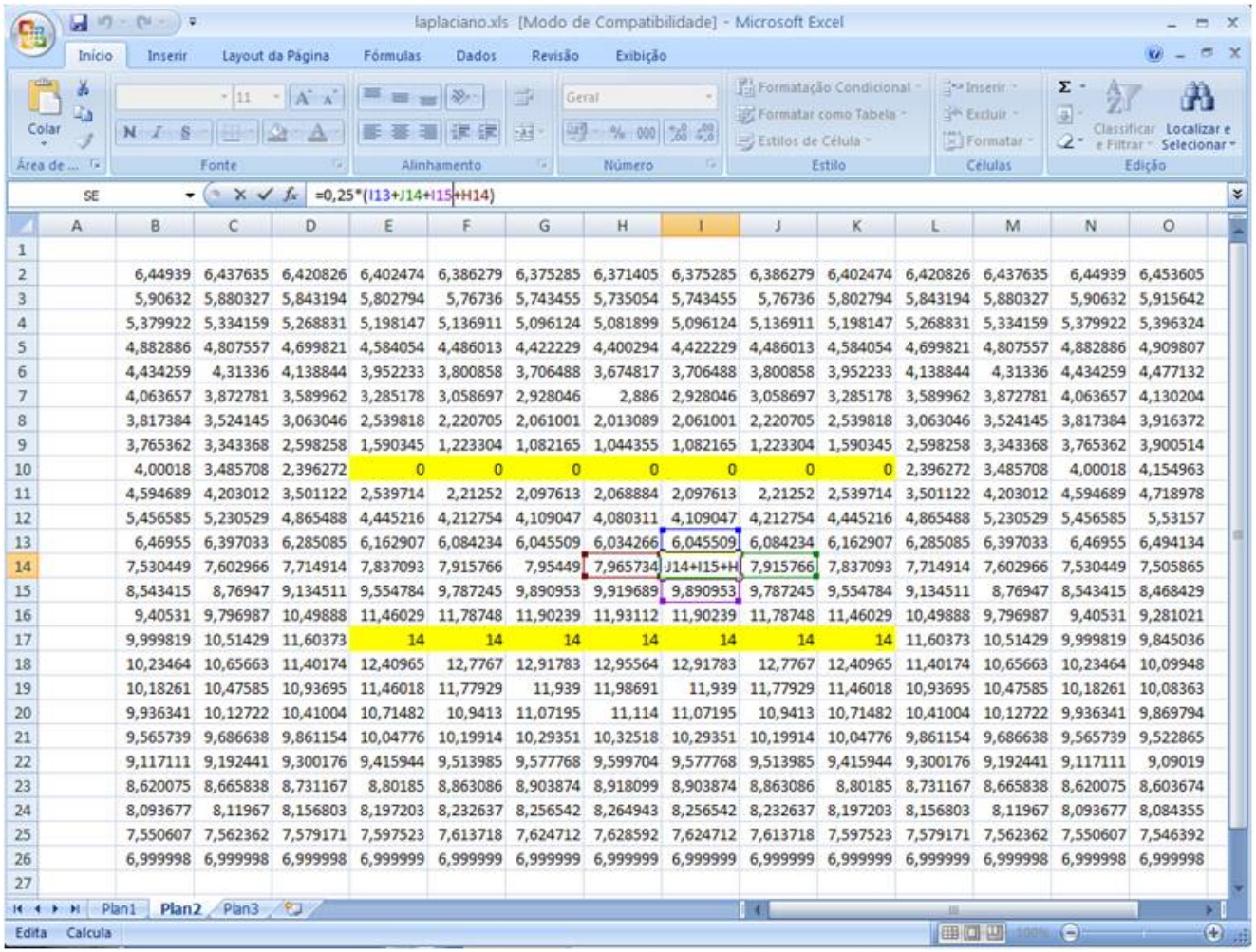
Criando um Excel para resolver a equação de Laplace

- Estabelecer condições de contorno cíclicas para simular o infinito



Criando um Excel para resolver a equação de Laplace

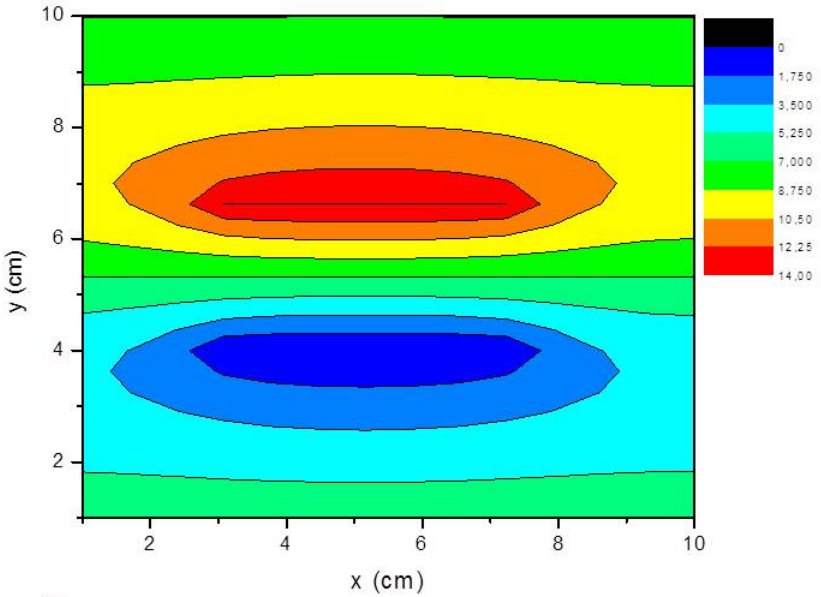
- Mandar calcular (F9) até convergir

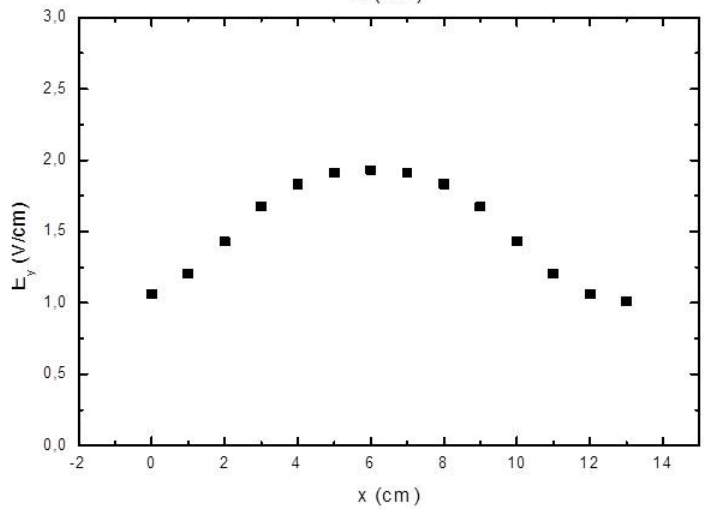


	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1															
2		6,44939	6,437635	6,420826	6,402474	6,386279	6,375285	6,371405	6,375285	6,386279	6,402474	6,420826	6,437635	6,44939	6,453605
3		5,90632	5,880327	5,843194	5,802794	5,76736	5,743455	5,735054	5,743455	5,76736	5,802794	5,843194	5,880327	5,90632	5,915642
4		5,379922	5,334159	5,268831	5,198147	5,136911	5,096124	5,081899	5,096124	5,136911	5,198147	5,268831	5,334159	5,379922	5,396324
5		4,882886	4,807557	4,699821	4,584054	4,486013	4,422229	4,400294	4,422229	4,486013	4,584054	4,699821	4,807557	4,882886	4,909807
6		4,434259	4,31336	4,138844	3,952233	3,800858	3,706488	3,674817	3,706488	3,800858	3,952233	4,138844	4,31336	4,434259	4,477132
7		4,063657	3,872781	3,589962	3,285178	3,058697	2,928046	2,886	2,928046	3,058697	3,285178	3,589962	3,872781	4,063657	4,130204
8		3,817384	3,524145	3,063046	2,539818	2,220705	2,061001	2,013089	2,061001	2,220705	2,539818	3,063046	3,524145	3,817384	3,916372
9		3,765362	3,343368	2,598258	1,590345	1,223304	1,082165	1,044355	1,082165	1,223304	1,590345	2,598258	3,343368	3,765362	3,900514
10		4,00018	3,485708	2,396272	0	0	0	0	0	0	0	2,396272	3,485708	4,00018	4,154963
11		4,594689	4,203012	3,501122	2,539714	2,21252	2,097613	2,068884	2,097613	2,21252	2,539714	3,501122	4,203012	4,594689	4,718978
12		5,456585	5,230529	4,865488	4,445216	4,212754	4,109047	4,080311	4,109047	4,212754	4,445216	4,865488	5,230529	5,456585	5,53157
13		6,46955	6,397033	6,285085	6,162907	6,084234	6,045509	6,034266	6,045509	6,084234	6,162907	6,285085	6,397033	6,46955	6,494134
14		7,530449	7,602966	7,714914	7,837093	7,915766	7,95449	7,965734	J14+I15+H	7,915766	7,837093	7,714914	7,602966	7,530449	7,505865
15		8,543415	8,76947	9,134511	9,554784	9,787245	9,890953	9,919689	9,890953	9,787245	9,554784	9,134511	8,76947	8,543415	8,468429
16		9,40531	9,796987	10,49888	11,46029	11,78748	11,90239	11,93112	11,90239	11,78748	11,46029	10,49888	9,796987	9,40531	9,281021
17		9,999819	10,51429	11,60373	14	14	14	14	14	14	14	11,60373	10,51429	9,999819	9,845036
18		10,23464	10,65663	11,40174	12,40965	12,7767	12,91783	12,95564	12,91783	12,7767	12,40965	11,40174	10,65663	10,23464	10,09948
19		10,18261	10,47585	10,93695	11,46018	11,77929	11,939	11,98691	11,939	11,77929	11,46018	10,93695	10,47585	10,18261	10,08363
20		9,936341	10,12722	10,41004	10,71482	10,9413	11,07195	11,114	11,07195	10,9413	10,71482	10,41004	10,12722	9,936341	9,869794
21		9,565739	9,686638	9,861154	10,04776	10,19914	10,29351	10,32518	10,29351	10,19914	10,04776	9,861154	9,686638	9,565739	9,522865
22		9,117111	9,192441	9,300176	9,415944	9,513985	9,577768	9,599704	9,577768	9,513985	9,415944	9,300176	9,192441	9,117111	9,09019
23		8,620075	8,665838	8,731167	8,80185	8,863086	8,903874	8,918099	8,903874	8,863086	8,80185	8,731167	8,665838	8,620075	8,603674
24		8,093677	8,11967	8,156803	8,197203	8,232637	8,256542	8,264943	8,256542	8,232637	8,197203	8,156803	8,11967	8,093677	8,084355
25		7,550607	7,562362	7,579171	7,597523	7,613718	7,624712	7,628592	7,624712	7,613718	7,597523	7,579171	7,562362	7,550607	7,546392
26		6,999998	6,999998	6,999998	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999999	6,999998	6,999998	6,999998
27															

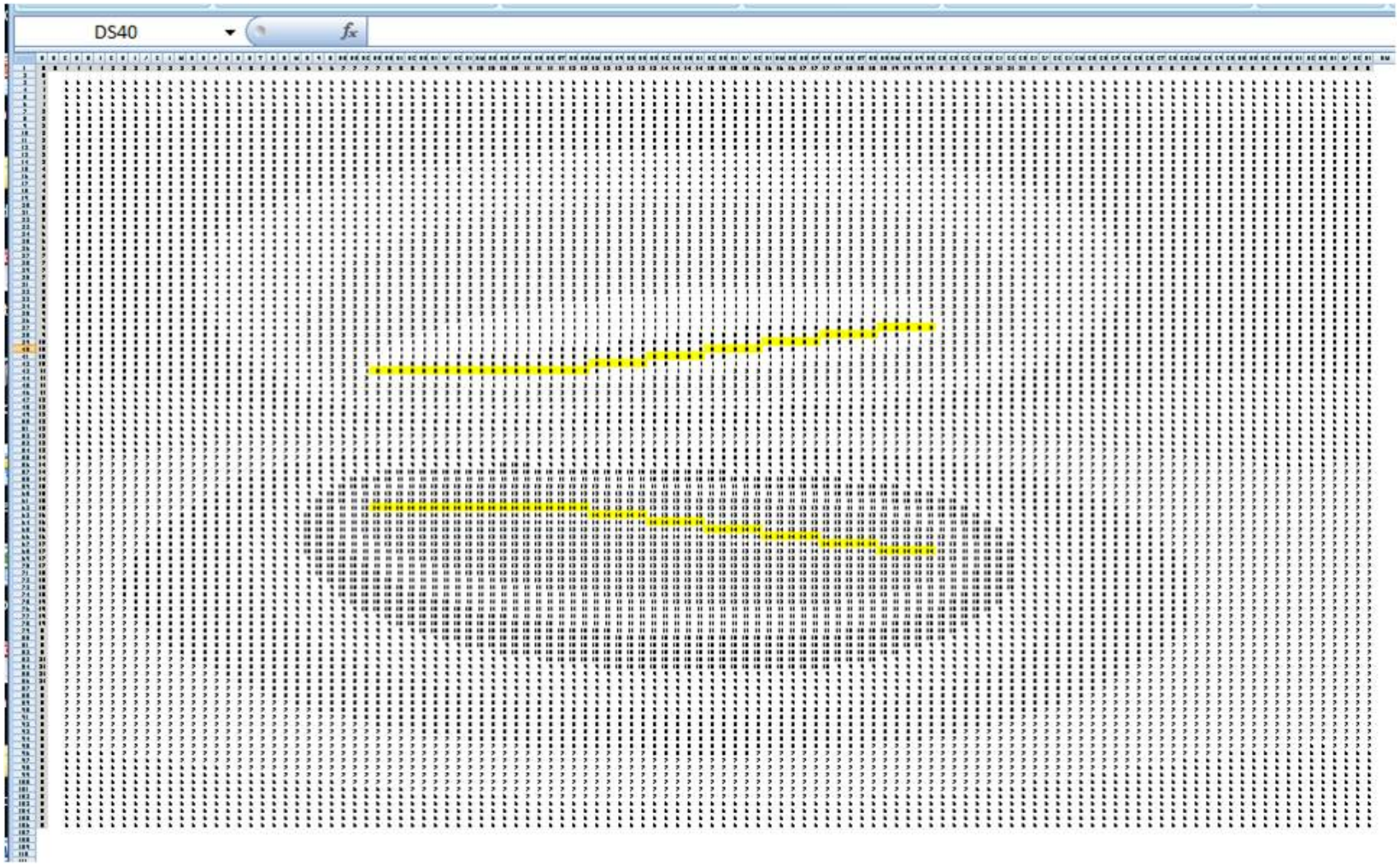
Criando um Excel para resolver a equação de Laplace

- Copiar a matriz para o Origin ou programa gráfico de sua preferência
- Fazer a análise como se fossem dados normais de potencial
  - Calcular campos
  - equipotenciais
  - etc.





Um exemplo com uma malha maior (mais precisão)



Um exemplo com uma malha maior (mais precisão)

