

HIDRODINÂMICA

**Princípios gerais do
movimento dos fluidos.**

Teorema de Bernoulli




Movimento dos fluidos perfeitos

A hidrodinâmica tem por objeto o estudo do movimento dos fluidos.

Consideremos um fluido perfeito em movimento, referindo-se as diversas posições dos seus pontos a um sistema de eixos retangulares $\mathbf{0}_x, \mathbf{0}_y, \mathbf{0}_z$.

Movimento determinado em qualquer instante t , se conhecidas a grandeza e a direção da velocidade \mathbf{v} relativa a qualquer ponto; ou então, se forem conhecidas as componentes $\mathbf{v}_x, \mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z$, dessa velocidade, segundo os três eixos considerados.

Fluido perfeito = não possui viscosidade, não apresenta atrito interno, incompressível, massa específica constante.





Vazão ou descarga

Chama-se vazão (Q) ou descarga, numa determinada seção, o volume de líquido que atravessa essa seção na unidade de tempo.

No SI, a vazão é expressa em m^3/s . Também são utilizados m^3/h , L/s e L/h .

$$Q = A \times V$$

Q = vazão (m^3/s)

V = velocidade média na seção (m/s)

A = área da seção de escoamento (m^2)



Exemplo

Calcular a vazão de água que circula à velocidade de 2 m/s por um tubo de 50 mm de diâmetro. Responder em m³/s, m³/h, m³/dia, L/s e L/h.

Solução

$$A = \frac{\pi(D)^2}{4} \rightarrow A = 0,785(D)^2$$

$$A = 0,785 \times (5 \cdot 10^{-2} m)^2 \quad A = 0,00196 m^2$$

$$Q = A \times V$$

$$Q = 0,00196 m^2 \times 2 \frac{m}{s}$$

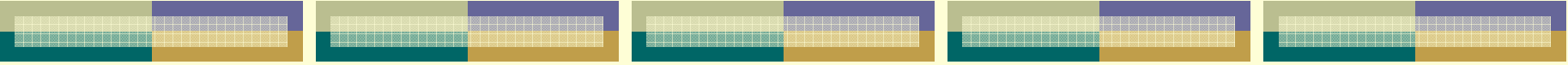
$$Q = 0,00392 \frac{m^3}{s}$$

$$Q = 0,00392 \frac{m^3}{s} \times 3600 \frac{s}{h} = 14,112 \frac{m^3}{h}$$

$$Q = 0,00392 \frac{m^3}{s} \times 86.400 \frac{s}{dia} = 338,69 \frac{m^3}{dia}$$

$$Q = 0,00392 \frac{m^3}{s} \times 1000 \frac{L}{m^3} = 3,92 \frac{L}{s}$$

$$Q = 3,92 \frac{L}{s} \times 3600 \frac{s}{h} = 14.112 \frac{L}{h}$$



Vazão ou descarga

A também pode ser expressa em termos de massa e peso.

Vazão em massa (Q_m)

$$Q_m = \frac{\text{massa}}{\text{tempo}} \rightarrow \frac{\rho \times Vol}{t}$$

$$Q_m = \rho \frac{Vol}{t} \rightarrow Q_m = \rho \times Q$$


onde Q_m é dada em kg/h,
kg/min, kg/s.

Vazão em massa (Q_p)

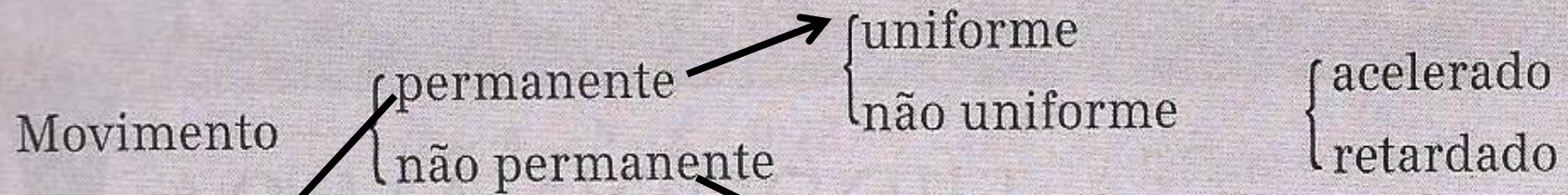
$$Q_p = \frac{\text{peso}}{\text{tempo}} \rightarrow Q_p = \frac{\gamma \times Vol}{t}$$

$$Q_p = \gamma \times \frac{Vol}{t} \rightarrow Q_p = \gamma \times Q$$

onde Q_p é dada em N/h,
N/min, N/s, kgf/h, kgf/min.



Classificação dos movimentos



Independente do tempo (força, velocidade, pressão)

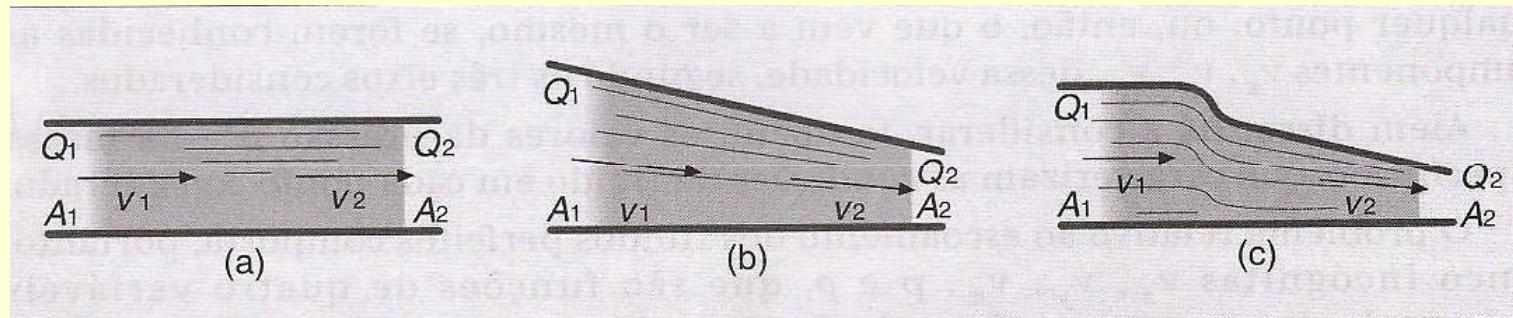
Varia de ponto para ponto e de instante em instante, $f(t)$.

A velocidade média permanece constante ao longo da corrente.

Classificação dos movimentos

Movimento

{ permanente não permanente	{ uniforme não uniforme	{ acelerado retardado

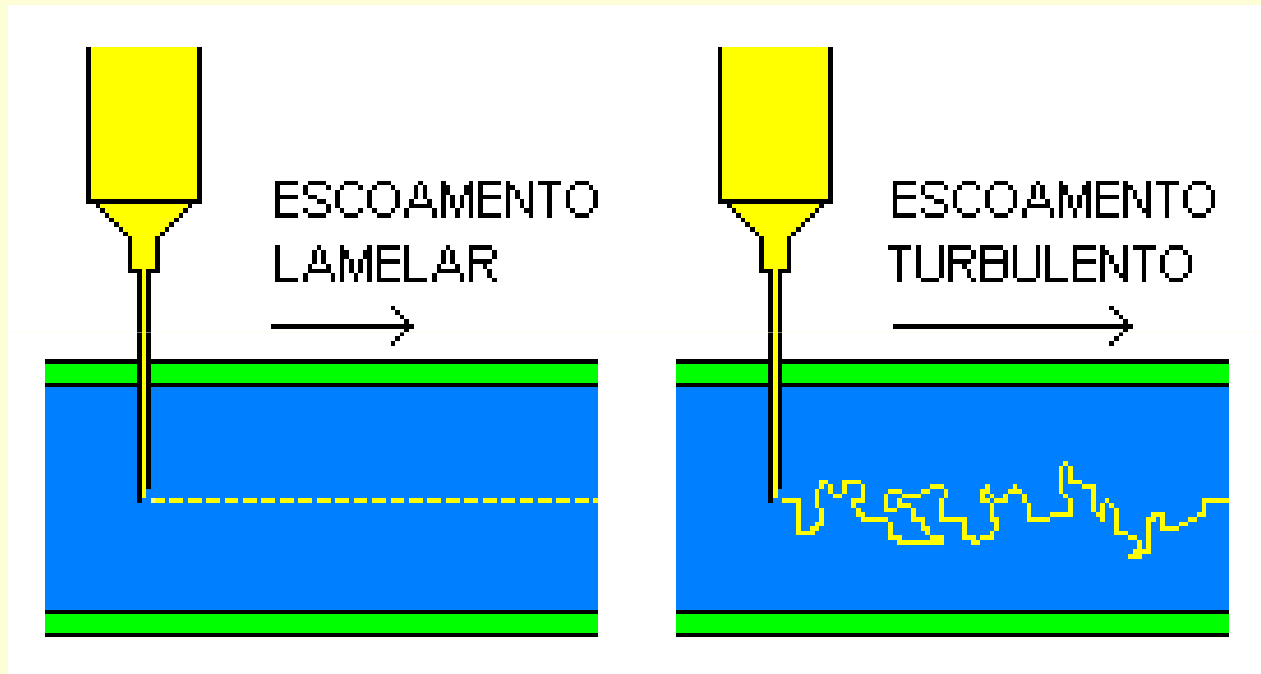


(a) Uniforme $Q_1 = Q_2$; $A_1 = A_2$; $v_1 = v_2$

(b) Acelerado $Q_1 = Q_2$; $A_1 \neq A_2$; $v_1 \neq v_2$

(c) Movimento não permanente $Q_1 \neq Q_2$; $A_1 \neq A_2$; $v_1 \neq v_2$

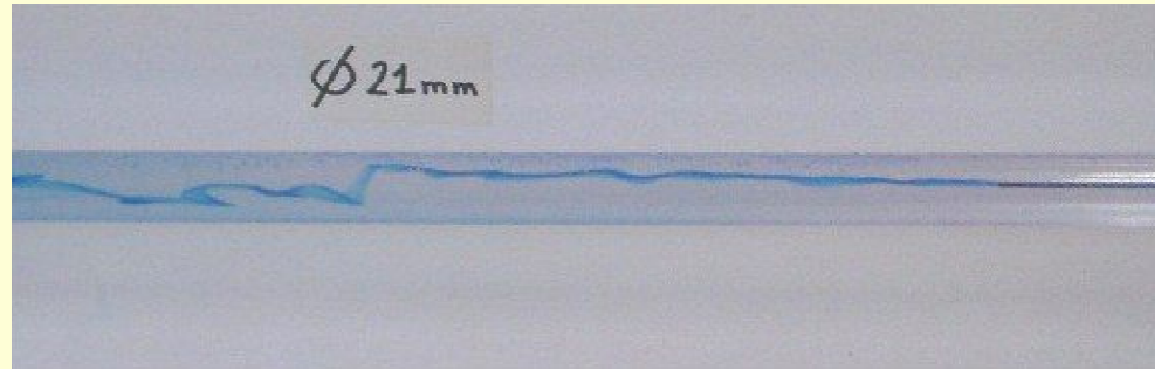
Regimes de escoamento



Experiência de Reynolds

Regimes de escoamento

**Fluxo em
regime
laminar**



**Fluxo em
regime
turbulento**



Regimes de escoamento

O estabelecimento do regime de escoamento depende do valor de uma expressão sem dimensões, denominado número de Reynolds (Re).

Na qual:

V = velocidade do fluido (m/s);

D = diâmetro da canalização (m);

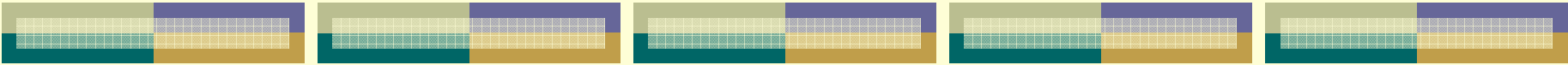
ν = viscosidade cinemática (m²/s)

μ = viscosidade dinâmica (N s/m²)

ρ = massa específica (kg/m³).

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu}$$

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu}$$



Regimes de escoamento


$Re < 2.000 \rightarrow$ regime laminar

As partículas fluidas apresentam trajetórias bem definidas e não se cruzam;

$Re > 4.000$ regime turbulento

Movimento desordenado das partículas;

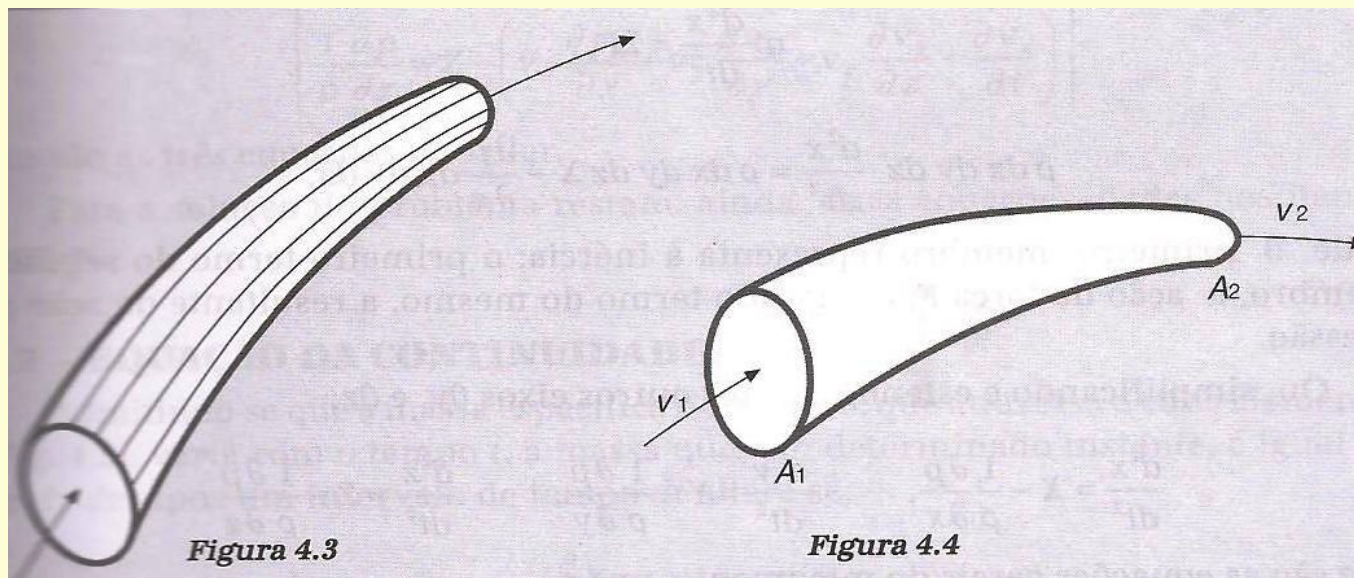
Entre esses dois valores encontra-se a denominada zona crítica.



Linha e tubo de corrente

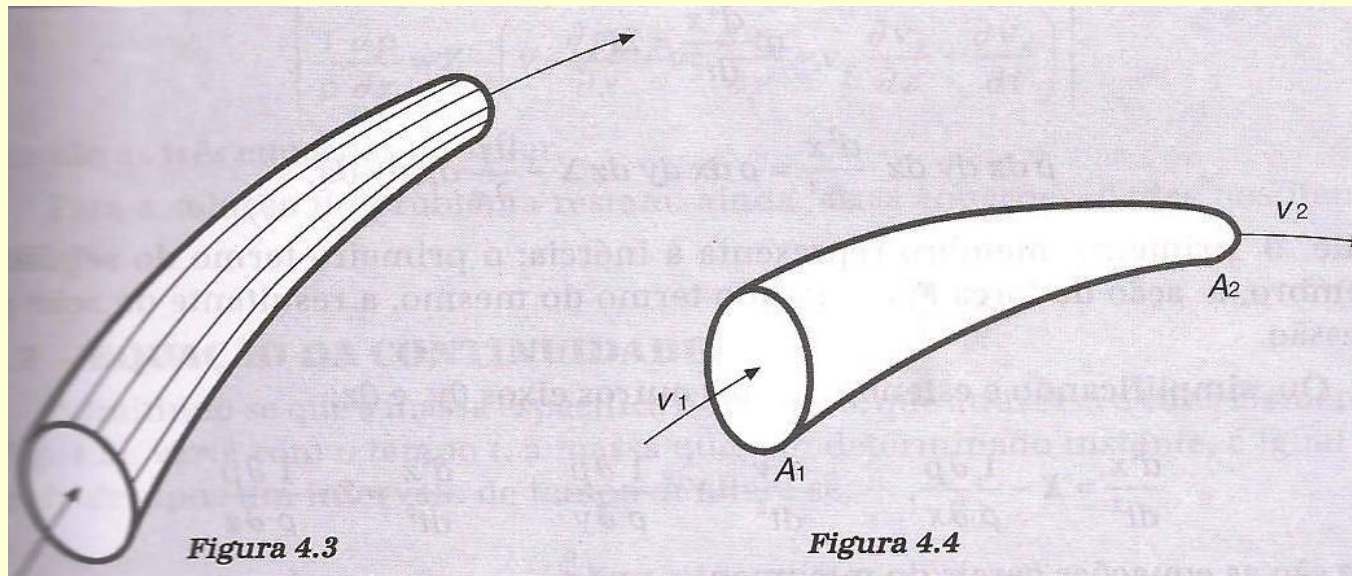
Uma linha de corrente é uma linha imaginária, contínua, tangente em todos os pontos aos vetores.

Considera-se linhas de correntes as linhas orientadas segundo a velocidade do líquido e que gozam da propriedade de não serem atravessadas por partículas do fluido.



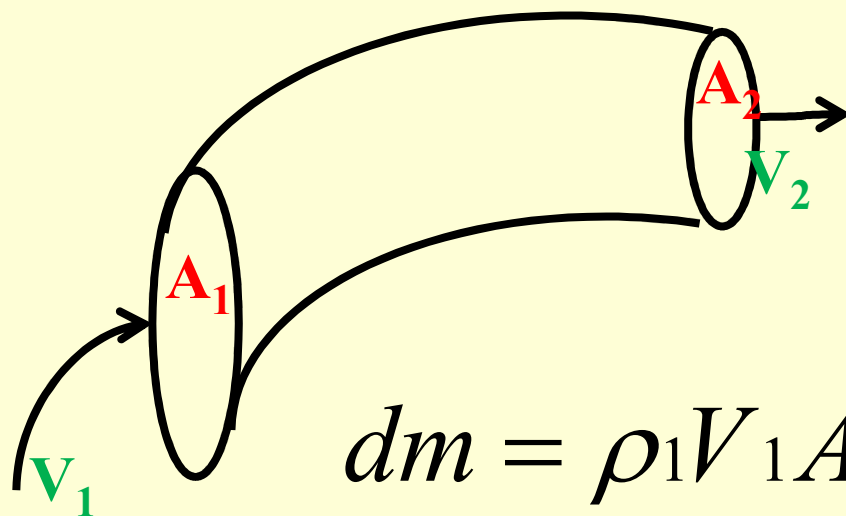
Linha e tubo de corrente

O tubo corrente é constituído por todas as linhas de corrente que passam por uma superfície fechada, e suas paredes podem ser consideradas impermeáveis.



Equação da continuidade

É fundamental para os estudos hidrodinâmicos.



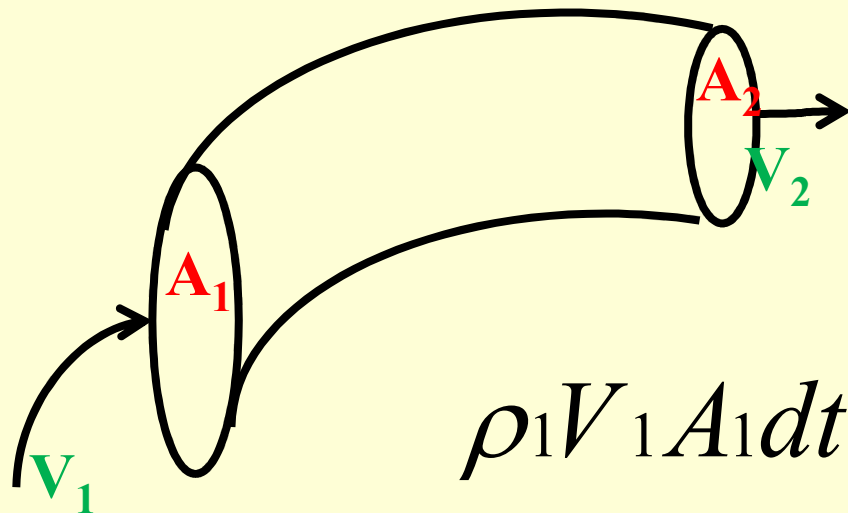
A variação de massa d_m no interior do tubo de corrente, no intervalo de tempo d_t , é igual à entre a massa de fluido que entra por A_1 e a que sai por A_2 . Assim:

$$dm = \rho_1 V_1 A_1 dt - \rho_2 V_2 A_2 dt$$

Considerando-se o fluxo

Equação da continuidade

É fundamental para os estudos hidrodinâmicos.

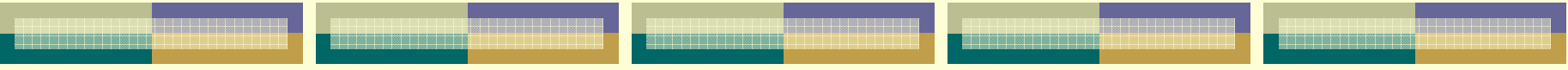


Considerando-se o fluxo permanente, a massa no interior do tubo corrente é invariável com o tempo ($dm/dt = 0$). Logo:

$$\rho_1 V_1 A_1 dt = \rho_2 V_2 A_2 dt$$

Como os líquidos podem ser considerados incompressíveis, a sua massa específica permanece constante ($\rho_1 = \rho_2$). Assim:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 \Rightarrow \text{Equação da continuidade}$$



Equação da continuidade

É fundamental para os estudos hidrodinâmicos.


Generalizando-se a igualdade anterior, se tem:

$$Q = A_1V_1 = A_2V_2 = \dots = A_nV_n$$

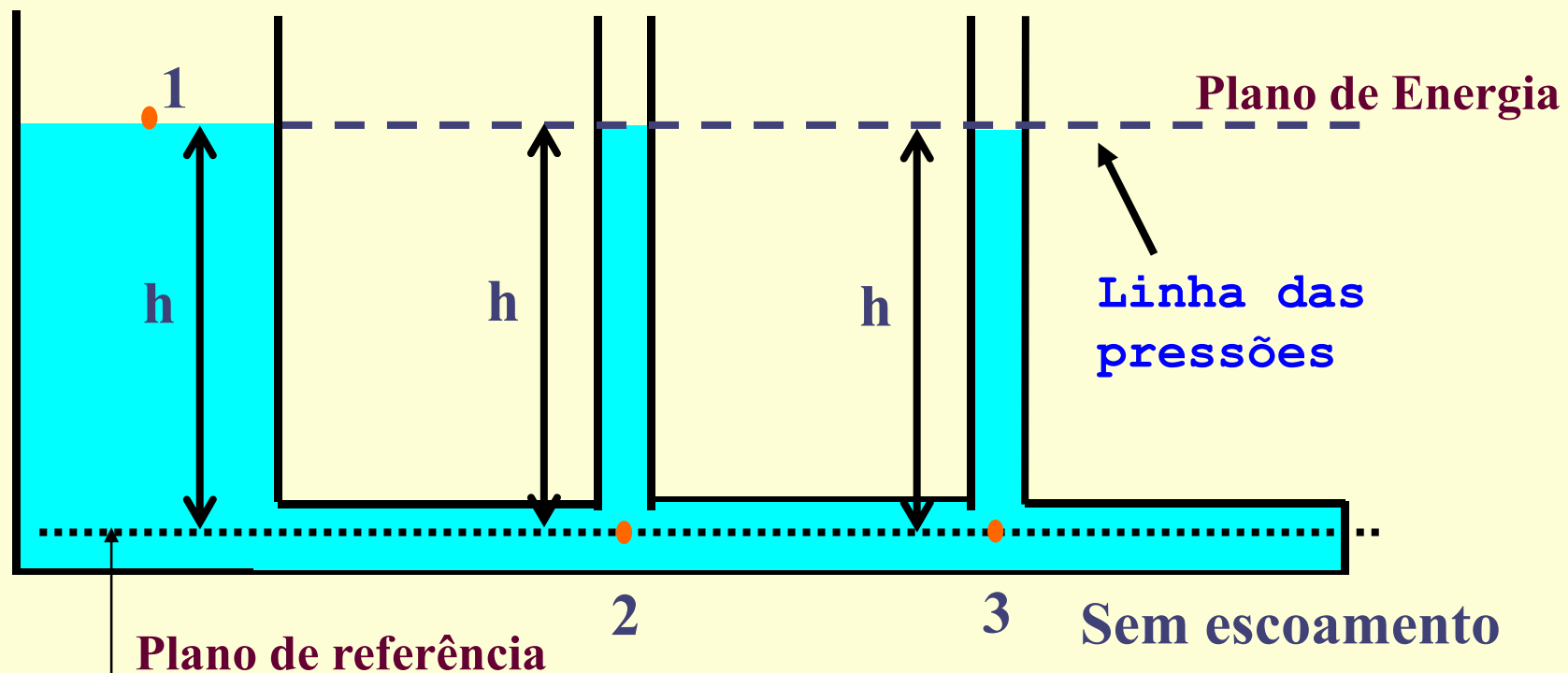
onde Q = vazão (L^3);

V = velocidade de escoamento ($L T^{-1}$);

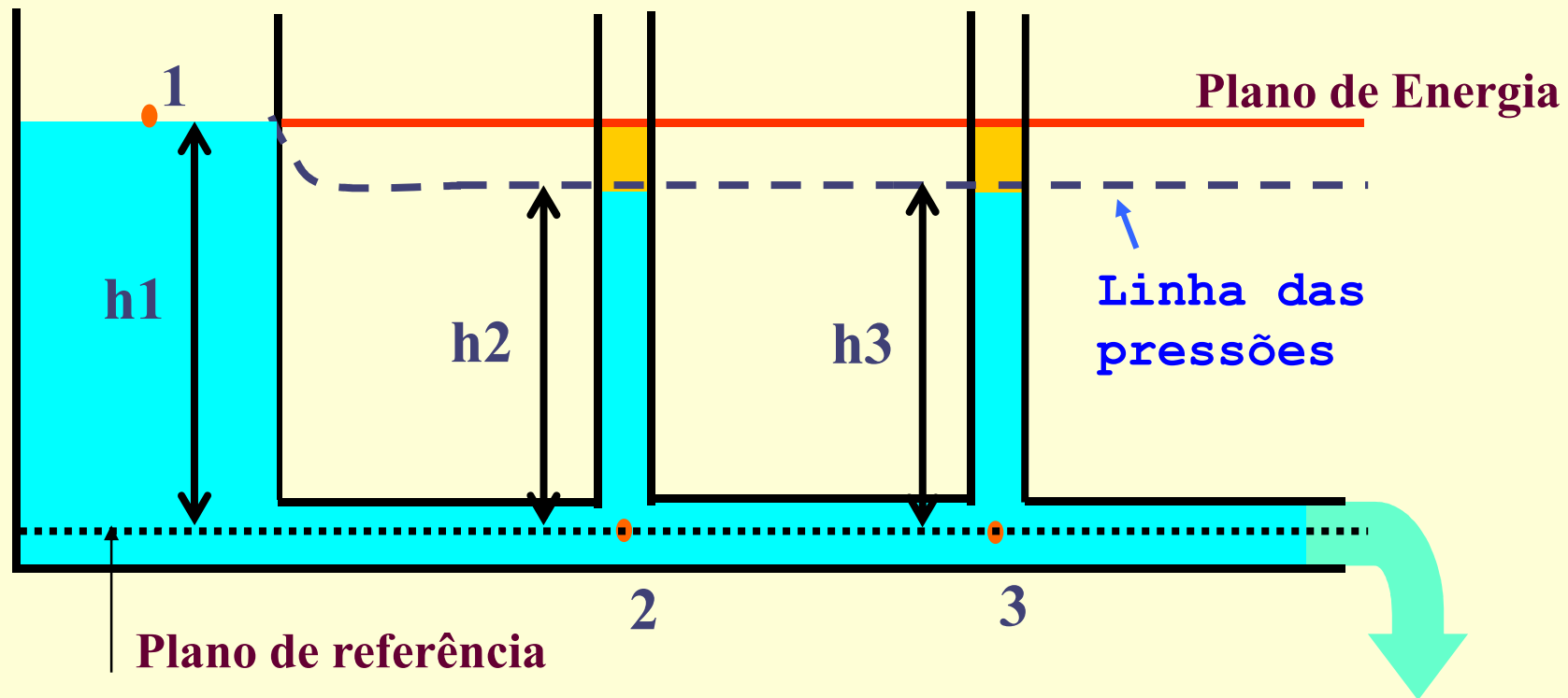
A = área da seção de escoamento (L^2)



Pressão num sistema fechado (conduto forçado sem escoamento)



ESCOAMENTO DE UM LÍQUIDO PERFEITO (SEM VISCOSIDADE) EM UMA CANALIZAÇÃO COMPLETAMENTE LISA





Energia Total da Água (H)

Energia potencial: **posição (gravidade)**
 pressão

Energia cinética: **velocidade**

Unidades de medida de energia: Joule, Watt, cavalo-vapor, etc.


Há um modo prático de medir todos os componentes da energia da água em unidades de comprimento (metros ou metros de coluna de água).





Energia Total da Água (H)

Conhecendo a energia da água em um ponto, podemos:

- Calcular quanto trabalho poderá ser executado (roda d'água, escoamento por gravidade em tubulações ou canais, pequenas hidrelétricas, etc.);
 - Calcular quanta energia teremos que acrescentar para usar a água em um local de nosso interesse (caixa d'água, bebedouros, aspersores).
- 

1ª Componente - Energia potencial de posição (ψg)

$$\psi g = (m \cdot g) \cdot h = W \cdot h$$

m é a massa da água (g);

g é a aceleração da gravidade (m/s^2);

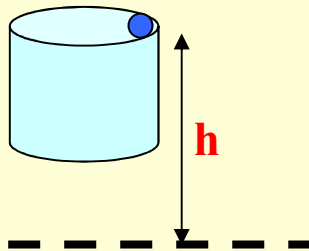
h é posição da massa de água em relação a um plano de referência (m).

W é o peso da massa de água (N/m^3);

Representando na forma de **energia por unidade de peso** de água, temos:

$$\psi g = W \cdot h / W = h$$

O valor da energia potencial de posição é igual à altura **h** entre o ponto considerado e o plano de referência (positivo acima, negativo abaixo).



A
REFERÊNCIA
PODE SER A
SUPERFÍCIE
DO SOLO

2ª Componente – Energia de pressão (ψ_p)

Pressão da água (p): peso da água / área da base

$$\text{Peso da água} = V \cdot \gamma_{H_2O}$$

$$\text{Volume da coluna (V)} = A \cdot h$$

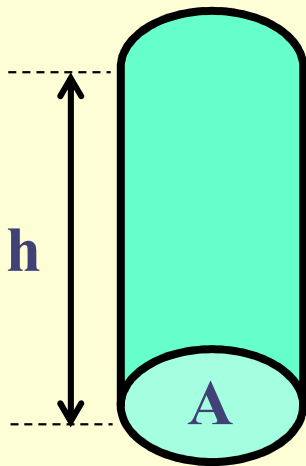
$$\text{Energia de pressão } (\psi_p) = A \cdot h \cdot \gamma_{H_2O} / A = h \cdot \gamma_{H_2O}$$

Representando na forma de energia por unidade de peso de água (ψ_p / γ_{H_2O}), temos:

$$\psi_p / \gamma_{H_2O} = h \cdot \gamma_{H_2O} / \gamma_{H_2O} = h$$

O valor da pressão num ponto no interior de um líquido, pode ser medido pela altura h entre p ponto considerado e a superfície deste líquido.

A unidade de medida é denominada metros de coluna de água (mH₂O).



3ª Componente – Energia cinética de velocidade

É a capacidade que a massa líquida possui de transformar sua velocidade em trabalho.

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Representando na forma de energia por unidade de peso de água ($\gamma H_2O = m \cdot g$), temos:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot m \cdot g} = \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

A energia de velocidade da água também pode ser representada por uma altura em **metros**.

$$\left(\frac{g \cdot m^2 / s^2}{g \cdot m / s^2} \right) \quad \mathbf{m}$$



Energia Total da Água (H)

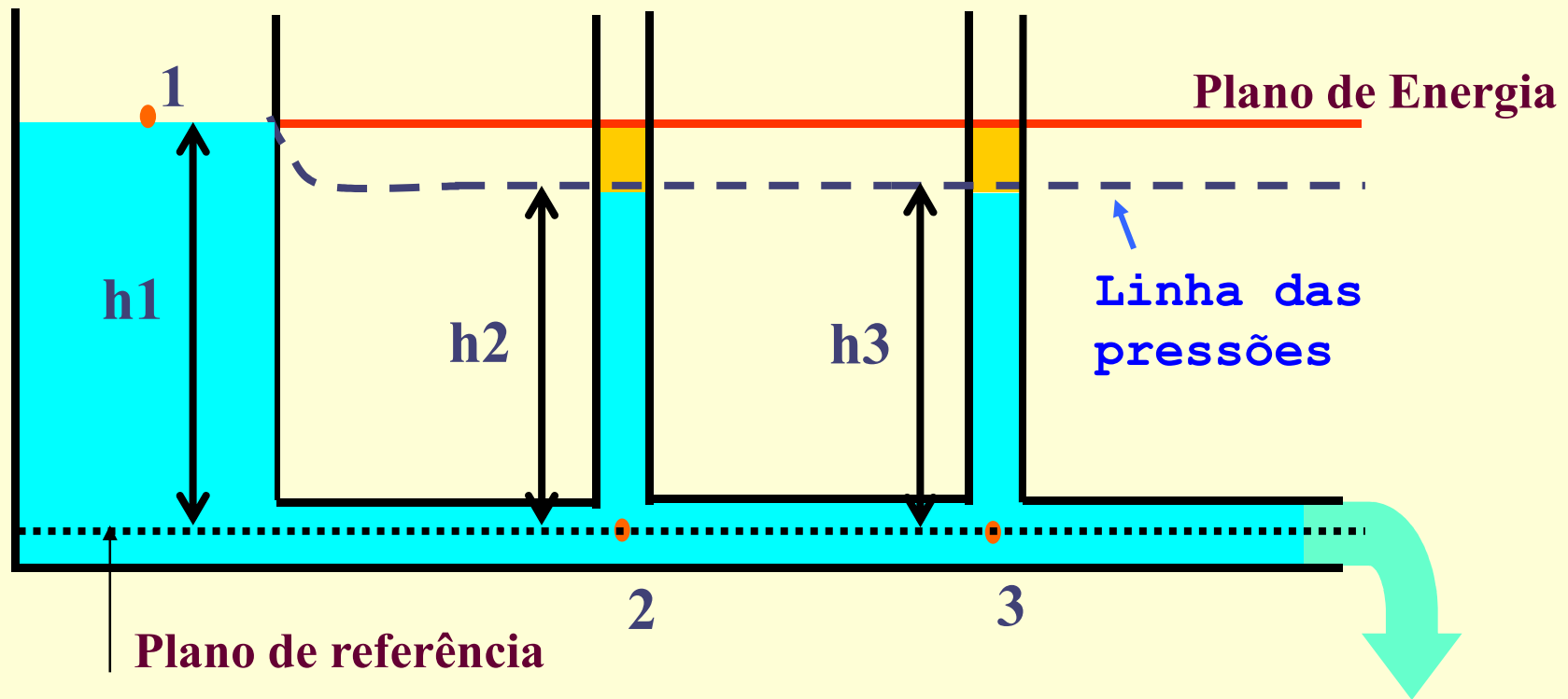
$$H = h \text{ (m)} + p/\gamma \text{ (mH}_2\text{O)} + v^2 / 2g \text{ (m)}$$

Equação de Bernoulli para líquidos perfeitos

No movimento em regime permanente, de uma partícula de um líquido perfeito, homogêneo e incompressível, a energia total da partícula é constante ao longo da trajetória.

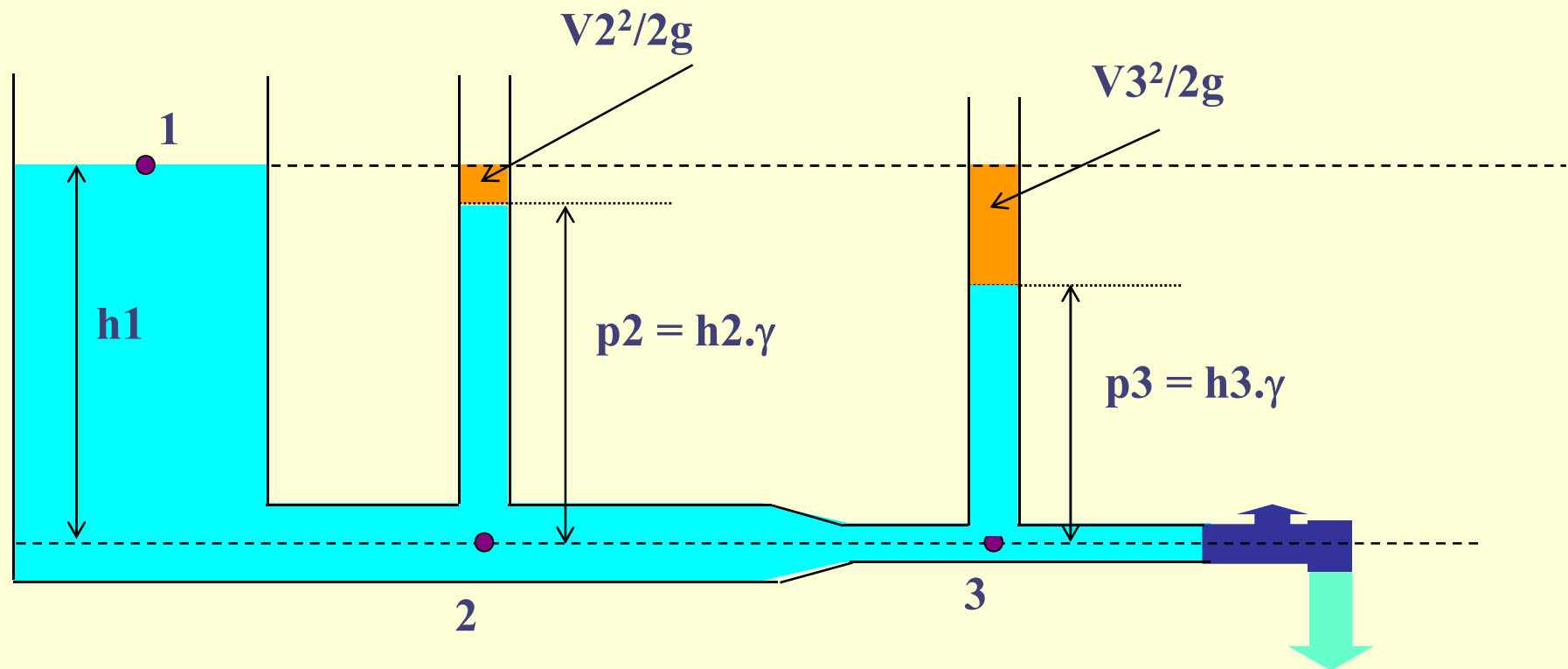
$$H = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + h = \text{CONSTANTE} \quad \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2$$


Energia Total da Água (H)



$$H_1 = H_2 = H_3 = \text{CONSTANTE}$$

Energia Total da Água (H)




$$H_1 = H_2 = H_3 = \text{CONSTANTE}$$



Casos Práticos

Na dedução do teorema de Bernoulli foram feitas várias hipóteses:

- a) O escoamento do líquido se faz sem atrito: não foi considerada a influência da viscosidade;**
 - b) O movimento é permanente;**
 - c) O escoamento se dá ao longo de um tubo de corrente (de dimensões infinitesimais);**
 - d) O líquido é incompressível.**
- 

Casos Práticos

Na dedução do teorema de Bernoulli foram feitas várias hipóteses:

A viscosidade e o atrito externos são os principais responsáveis pela diferença: em consequência das forças de atrito, o escoamento somente ocorre com uma perda de energia: a perda de carga (a energia se dissipa sob forma de calor).

Por isso se introduz na equação de Bernoulli um termo corretivo h_f (perda de carga)

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_f$$