



# Universidade de São Paulo

## Instituto de Física

4323201 Física Experimental A

### EXP1- Movimento Uniformemente Acelerado, Queda Livre

#### Guia de Estudos

#### 1) *Objetivos do experimento*

Estudar o movimento da queda “livre” de um corpo

- 1) Verificar a validade do modelo de queda livre para o arranjo experimental proposto;
- 2) Determinar a aceleração da gravidade local e compará-la com um valor referenciado.

#### 2. *Introdução*

A queda livre de um corpo denso na superfície da Terra foi modelada em seus estudos teóricos como um movimento que obedece uma equação do 2º grau no tempo:

$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}}{2} t^2 \quad (1)$$

onde  $s(t)$  é a posição do corpo no tempo  $t$  medida ao longo de uma linha vertical,  $s_0$  e  $v_0$  são respectivamente a posição e velocidade iniciais,  $a$  é a aceleração do corpo.

A hipótese que gerou a equação (1) é que o corpo está sujeito à força gravitacional:

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r} \quad (2)$$

escrita num referencial de coordenadas esférico, onde  $G$  é a constante universal  $G = 6,67384(80) \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$ ,  $M$  e  $m$  são respectivamente as massas da Terra e do corpo, e  $r$  é a distância do corpo ao centro da terra.

Mas um corpo em queda livre no ar também está sujeito a forças de atrito viscoso do tipo  $\vec{F}_v = -b\vec{v}$ , onde  $b$  é o coeficiente de atrito viscoso resultante da interação do corpo com o ar:

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r} - b\vec{v} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r} - b \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (3)$$

A equação do movimento então fica

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r} - b \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (4)$$

Podemos ainda considerar o empuxo do ar e sua variação com a pressão e altitude, a influência dos outros planetas e galáxias... Podemos complicar o modelo indefinidamente, mas não é o que vamos fazer. A equação (1) pode ser a solução de (4) se fizemos algumas hipóteses simplificadoras. i) A força gravitacional local é constante, ii) o atrito viscoso e o empuxo são desprezíveis, iii) podemos desprezar as outras forças cosmológicas, etc.

No modelo descrito pela equação (1) a influência do ar sobre o movimento do corpo foi desprezada e consideramos que a única força que atua no corpo seja a atração gravitacional. Conforme os objetivos, neste estudo propomos

- *verificar se a força viscosa do ar pode realmente ser desprezada;*
- *verificar se o movimento de um corpo denso em queda livre obedece (1)*

### **3. Atrito viscoso:**

A força viscosa, sobre uma pequena esfera em movimento num meio viscoso é dada pela equação de Stokes

$$F_v = 6\pi\eta Ru \quad (5)$$

onde  $F_v$  é a força viscosa [N],  $\eta$  é a viscosidade dinâmica [ $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ ],  $R$  é o raio da esfera [m] e  $u$  é a velocidade relativa entre a esfera e o fluido [ $\text{ms}^{-1}$ ]. As condições necessárias para valer a equação de stokes são:

- ✓ Fluxo laminar;
- ✓ Objeto esférico feito de material homogêneo com superfície lisa.

O corpo que usaremos não é esférico, nem homogêneo, nem a superfície é lisa. Na experiência de queda livre, talvez nem o fluxo em volta do corpo seja laminar. Mas talvez, mesmo assim, podemos estimar um limite a partir do qual a força viscosa deva ser considerada. Talvez possamos realizar nossa experiência abaixo desse limiar.

### **3. Equação de trabalho para queda livre:**

A equação (1) pode ser convertida para uma equação de velocidades, que é mais conveniente para ser testada.

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad (6)$$

Essa é uma equação linear no tempo. Se graficarmos a velocidade do corpo em função do tempo podemos verificar a validade de (6) com alguma segurança. Além disso, uma vez que a aceleração é constante, podemos afirmar que a velocidade média entre dois instantes  $t_1$  e  $t_2$ , é igual à velocidade instantânea no instante médio e usar essa propriedade em nosso tratamento de dados:

$$\vec{v}\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (7)$$

### **4. Procedimento experimental**

Nesta experiência, o objeto a ser lançado tem a forma de um elipsóide de revolução (parecido com um ovo) feito de material isolante, exceto por um anel condutor “*equatorial*”, que cai entre dois fios metálicos sem tocá-los (veja Figura 1).

O “*ovo*” é mantido no topo da haste por meio de um eletroímã, que é desligado através de uma chave no painel da fonte, dando início à trajetória de queda.

O acionamento da chave “*faísca*” provoca pulsos de alta tensão entre os fios conduzidos pelo anel metálico (veja Figura 5.1). As descargas elétricas entre os fios geram faíscas que marcam um papel sensível colocado entre o corpo e o fio preso na coluna. Os pulsos são

gerados por um circuito elétrico, em sintonia com a frequência da rede elétrica,  $f = 60,00\text{Hz}$  (estes quatro algarismos significativos mostram a grande precisão do período de oscilação da rede elétrica). O intervalo de tempo entre duas faíscas é

$$T = \frac{1}{60,00} \text{ s} \quad (8)$$

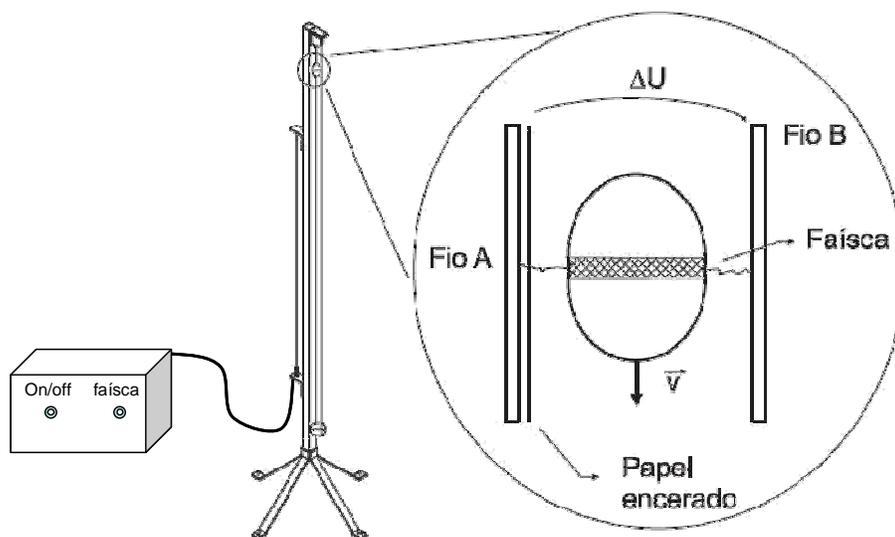


Figura 1. Detalhes do arranjo experimental para queda livre. As faíscas provocadas pelos pulsos de alta tensão entre os dois fios marcam um papel sensível colocado entre o “ovo” e o fio preso na coluna.

As faíscas marcam uma fita de papel sensível (papel de fax), colocada ao longo da haste de suporte dos fios. As marcas no papel indicam a posição do objeto no instante em que a faísca ocorreu.

Para realizar a experiência sugerimos os seguintes passos:

- 1) Alinhe o suporte dos fios na vertical. Use o fio de prumo e teste algumas quedas (ligando e desligando o eletroímã, usando o faiscador..) antes de executar o registro final. **Tome muito cuidado para não tomar um choque elétrico. O circuito utiliza uma bobina de carro que gera faíscas com cerca de 20 000 V.**
- 2) Teste exaustivamente o arranjo. Uma vez alinhado e funcionando, prenda o papel sensível na haste (não é necessário estender o papel em toda a haste) e coloque o “ovo” no topo da coluna, preso pelo eletroímã (o gerador deve estar ligado para ativar o eletroímã) e, a partir deste instante, não toque o botão “faísca”.
- 3) Após garantir que a haste está na vertical, a fita presa corretamente e o “ovo” preso no topo da haste, acione a chave “**faísca**” que desliga o eletroímã ao mesmo tempo em que liga o circuito faiscador que gera os pulsos de alta tensão;
- 4) Após o ensaio, verifique se as marcas no papel sensível permitem obter um registro com pelo menos 20 pontos regulares sem falhas.

## 5) Análise de dados

5.1. Calcule o valor da força viscosa e verifique se podemos desprezar o atrito viscoso.

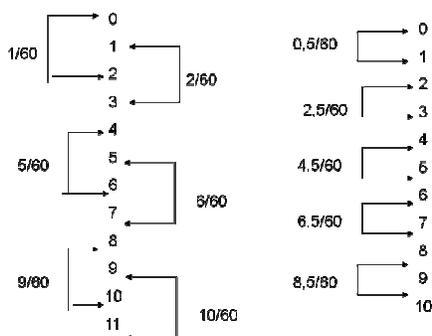
5.2. Selecione uma parte de seu registro que contenha pelo menos 20 pontos sem falhas.

5.3. Escolha uma origem do movimento numa faísca qualquer. Numere os pontos sequencialmente começando em  $t = 0$ . Provavelmente  $v_0 \neq 0$ . Ocorrendo falha de faísca, o tempo correspondentemente deve ser pulado. Na análise, além da unidade convencional de tempo, o *segundo*, podemos alternativamente adotar como unidade de tempo o intervalo entre duas faíscas, a qual denominamos de  $ut$ , onde  $1ut = 1/60s$ . Nessa unidade, a terceira faísca ocorre em  $3ut$ . Fica a seu critério escolher a unidade de tempo que lhe parecer mais conveniente.

5.4. Queremos estudar o comportamento da velocidade do corpo em função do tempo: verificar se aceita um ajuste de reta e, caso afirmativo, determinar a aceleração da gravidade local. Vamos preparar uma tabela com os tempos e posições do corpo, calcular a velocidade média em intervalos determinados e associá-la a velocidade instantânea no tempo médio (supondo a aceleração seja constante)..

$$\vec{v}\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) = \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$$

5.5. Para evitar dados correlacionados (veja apostila *Introdução ao Tratamento de Resultados Experimentais e Expressão da Incerteza*), numa mesma sequência, um mesmo ponto não deve pertencer a dois intervalos, para que as velocidades médias sejam independentes. Veja dois esquemas para o cálculo da velocidade média. Há outros...



No caso da esquerda teremos a velocidade instantânea em  $t = 1/60, 2/60, 5/60$  etc. No da direita, teremos velocidade instantânea em  $t = 1/120, 5/120, 9/120, \dots$ . Nesse experimento propomos que você use o procedimento indicado no lado esquerdo da figura.

5.6. Monte uma tabela com os tempos e respectivas velocidades instantâneas. Grafique os pontos e ajuste uma reta. Determine a aceleração da gravidade local. Compare com o valor fornecido pelo IAG-USP (Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP),  $g = 9,7864(1) \text{ m/s}^2$ .

5.7. No final faça uma análise crítica do experimento. Identifique as principais fontes de erro. Discuta a necessidade de considerar a força viscosa do ar.