

Bibliografia

COSTA, G.G.G.; PIETRONERO, R.C.; CATUNDA, T. Experimentos com supercapacitores e lâmpadas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.35, p.1 – 6, 2013.

COSTA, G.G.G.; PIETRONERO, R.C.; CATUNDA, T The internal resistance of supercapacitors. **Physics Education**, v..47, p.439 - 443, 2012.

MAZUR, E. **Peer instruction a user's manual**. N.J.: Prentice Hall, 1997.

TIPLER, P. A. **Física**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Dois S.A., 1984.v.2.

APÊNDICE

Neste apêndice apresentamos um resumo da discussão contida na apostila de Lab. de Física I. Trata-se apenas de um “formulário” para uso rápido durante a prática. Sugerimos ao leitor consultar o texto original para maiores esclarecimentos.

I. Propagação de Erros

Forma correta de expressar o resultado de uma medida

- Não existem resultados experimentais sem incerteza: não deixe valores medidos sem sua incerteza
- Se há dispersão nos valores das medidas repetidas x_i , calcule o valor médio \bar{x} e o desvio padrão σ , ou desvio médio Δ . O resultado da medida é:

$$\boxed{\bar{x} \pm \sigma} \quad \text{ou} \quad \boxed{\bar{x} \pm \Delta}$$

- Caso o desvio seja menor que a precisão do instrumento D , esta é a incerteza:

$$\boxed{\bar{x} \pm D}$$

- Se não há dispersão, a incerteza é a própria precisão do instrumento D :

$$\boxed{\bar{x} \pm D}$$

- A primeira casa significativa da incerteza define onde serão truncados e arredondados os resultados.

Obs.: Não é necessário arredondar e truncar durante os cálculos auxiliares, basta fazê-lo no resultado final.

Média aritmética dos x_i	Desvio médio (D):	Desvio padrão (s):
$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$	$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^N x_i - \bar{x} }{N}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$

Fórmulas de propagação de incertezas $Z \pm \Delta Z$ para algumas funções elementares.

$z = f(x, y, \dots)$		Δz	Erro relativo $\frac{\Delta z}{z}$
soma	$z = x + y$	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{x + y}$
subtração	$z = x - y$	$\Delta x + \Delta y$	$\frac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$
produto	$z = x \cdot y$	$x \Delta y + y \Delta x$	$\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$
divisão	$z = \frac{x}{y}$	$\frac{x \Delta y + y \Delta x}{y^2}$	$\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}$
produto por uma constante a	$z = a \cdot x$	$a \Delta x$	$\frac{\Delta x}{x}$
potência	$z = x^n$	$n x^{n-1} \Delta x$	$n \frac{\Delta x}{x}$
logaritmo de base e $e = 2.7182\dots$	$z = \ln(x)$	$\frac{\Delta x}{x}$	$\frac{\Delta x}{x \cdot \ln(x)}$
exponencial	$z = e^x$	$e^x \cdot \Delta x$	Δx

II. Gráficos

A representação dos dados através de gráficos tem a vantagem de permitir visualizar a relação entre ambas grandezas. Existem regras gerais para a elaboração dos gráficos, que são aceitas pela comunidade técnica e científica:

i) O gráfico sempre deve estar numerado e ter uma legenda explicativa, de maneira que o leitor compreenda essencialmente o que se representa sem ter que ler o texto do relatório.

ii) Os eixos do gráfico devem conter legendas indicando claramente a grandeza, as unidades e, se houver, o fator exponencial dos dados representados.

iii) As escalas de cada eixo devem ser escolhidas para visualizar claramente o comportamento extremo dos dados. Dependendo da situação, não é obrigatório que a escala abranja a origem (0;0) das coordenadas dos eixos.

iv)- A numeração das escalas deve ser equilibrada, correspondendo a números redondos. *Nunca* se colocam sobre os eixos os valores dos dados experimentais: para isso está a tabela.

v) O tamanho dos símbolos deve ser suficientemente claro para identificar o dado experimental. Quando a incerteza Δ do dado é maior que o tamanho do símbolo sobre o gráfico, é conveniente traçar as barras de incerteza de comprimento $\pm\Delta$.

vi)- A grandeza representada no eixo horizontal usualmente é escolhida como aquela que é melhor controlada durante o experimento: o aparelho experimental permite variá-la independentemente e tem menor incerteza relativa que a outra grandeza.

vii) Se o gráfico evidencia uma relação linear entre as grandezas físicas representadas, é possível traçar a reta que melhor represente essa relação. A reta deve ser a melhor aproximação aos dados experimentais em média.

II.a) Equação linear

Muitas vezes, a relação encontrada experimentalmente entre duas grandezas físicas é linear, ou pode ser linearizada

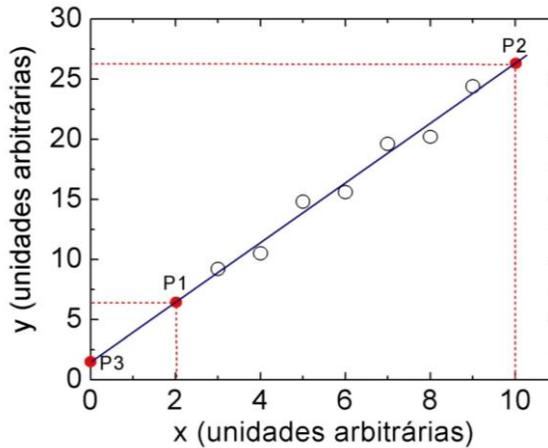
$$y = a x + b . \quad (1)$$

Nesta situação, deve-se determinar a melhor reta que representa os dados experimentais, e calcular o valor dos parâmetros a , a inclinação ou coeficiente angular, e b , ordenada na origem ou coeficiente linear.

O Gráfico A-II-1 mostra o exemplo de um conjunto de dados experimentais (círculos abertos) que aparentam seguir uma relação linear. Como os dados medidos estão sujeitos a erros experimentais aleatórios, existe uma dispersão. A melhor reta traçada deve tentar se aproximar equilibradamente a todos eles. O defeito deste método é que a reta resultante depende do critério do observador.

Gráfico A-II-1: Duas grandezas físicas x e y medidas experimentalmente (círculos

abertos), com relação possivelmente linear. Linha contínua: melhor reta traçada graficamente representando a relação entre as grandezas. P1, P2 e P3: pontos escolhidos sobre a reta (não são pontos experimentais) para cálculo dos parâmetros.



Havendo determinado a melhor reta, os coeficientes que melhor expressam a relação entre as grandezas y e x podem ser calculados analiticamente a partir das coordenadas de dois pontos arbitrários da reta, P1 e P2, com coordenadas $(X_1; Y_1)$ e $(X_2; Y_2)$. Preferentemente, devem-se escolher pontos bem separados, para minimizar erro de cálculo dos coeficientes, e cuja leitura das coordenadas seja simples. Os coeficientes resultam

coeficiente angular:
$$a = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \quad (2)$$

Alternativamente, quando a escala do gráfico permite visualizar a interseção da reta com o eixo vertical em $x=0$, o ponto P3 no Gráfico A-II-1, o coeficiente b é simplesmente

$$b = P_3 = Y(X = 0) \quad (3)$$

II.b) Linearização da função exponencial

Outro exemplo de linearização importante é o caso de uma relação exponencial

$$y = a e^{c x} \quad (4)$$

sendo a e c constantes. Aplicando logaritmo na base e em ambos lados desta equação resulta

$$\ln(y) = a + c \ln(e) x \quad (5)$$

Como $\ln(e)=1$, temos que:

$$\ln(y) = a + cx \quad (6)$$

Esta equação mostra que existe uma relação linear entre $\ln(y)$ e x . Portanto um gráfico mono-log, com o eixo vertical em escala logarítmica e o eixo horizontal em escala linear, mostrará uma reta. A inclinação da reta é o coeficiente c , que pode ser calculado como

$$c = \frac{\ln(y_2) - \ln(y_1)}{x_2 - x_1} \quad (7)$$

O coeficiente linear neste caso é dado por:

$$a = \ln(y_3) \quad (8)$$

onde y_3 é o ponto onde a reta cruza o eixo y .

Exemplo: A Tabela A-II-1 mostra valores de amplitude de oscilação de um sistema amortecido em função do tempo. Sabe-se que a resposta do sistema está dada pela função exponencial decrescente no tempo

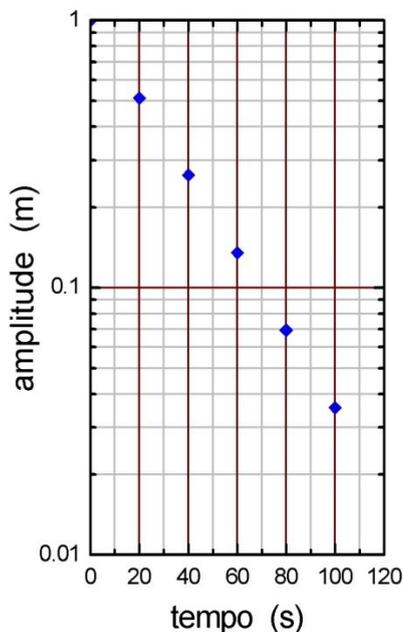
$$y(t) = a e^{-c t}$$

Represente os dados em escala mono-logarítmica e determine os valores dos parâmetros a e c .

Tabela A-II-1: Variação de amplitude com o tempo.

tempo (s) ± 1 s	amplitude(m) ±0.003 m
0	1,000
20	0,513
40	0,264
60	0,135
80	0,069
100	0,036

Gráfico A-II-2: Amplitude em função do tempo em escala mono-log de duas décadas



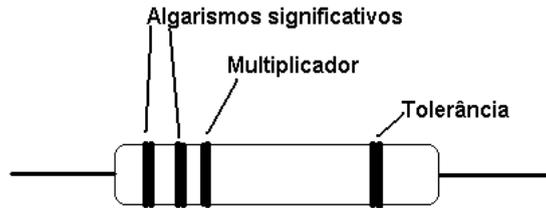
Solução. Neste problema, os valores extremos de amplitude (y) variam numa faixa maior que um fator 10 e menor que 100. Portanto a escolha mais conveniente para o eixo logarítmico é de duas décadas. A Gráfico 2 mostra o gráfico resultante. Observe que a escala logarítmica não permite liberdade na escolha das divisões: cada década deve expandir exatamente um fator de 10 na grandeza física. Por isso o eixo começa em 0,01 e a próximas décadas são 0,1 e 1. O comportamento linear observado para os dados experimentais confirma que a dependência de y com t é exponencial e decrescente. Traçando uma reta sobre os dados experimentais, pode calcular os valores dos parâmetros. Calcule e compare com o resultado.

Resposta: $a = 1 \text{ m}$ e $c = 0,033 \text{ s}^{-1}$.

III. Leitura de Resistores

Como vimos na prática 1, os resistores são elementos que fornecem resistência à passagem de corrente elétrica (Fig.1). O valor da resistência independe da diferença de potencial aplicada entre os terminais do resistor, em outras palavras eles obedecem à lei de Ohm.

Figura A-III-1 - Resistor convencional



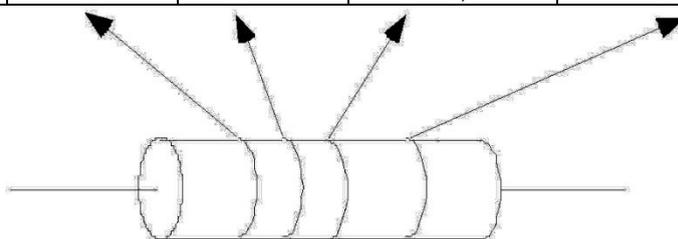
Fonte: Elaborada pelo Compilador

O valor nominal da resistência é marcado com barras coloridas, de acordo com um código, ilustrado na tabela I. A leitura é feita tomando-se o componente de forma que a faixa mais próxima de um de seus terminais fique à sua esquerda.

As duas primeiras faixas representam os dois algarismos significativos do valor da resistência. A terceira faixa dá o fator multiplicativo, em potência de dez. Por exemplo, se as faixas forem respectivamente vermelho (2) e violeta (7), lê-se 27. Se a terceira faixa for amarela (4), o fator multiplicativo é 10000. Multiplica-se então 27 por 10000 e obtém-se o valor nominal da resistência de 270000Ω (ou $270K\Omega$, em notação científica). A quarta faixa corresponde à precisão com que o fabricante especifica o valor nominal, chamado tolerância. Outra indicação está no tamanho físico do componente, determinando a máxima potência que ele pode dissipar sem aumento apreciável na sua temperatura. No caso de resistores com mais de quatro faixas coloridas, trata-se de resistores de precisão, onde o valor nominal é dado com três algarismos significativos, ao invés de dois. A quarta e a quinta faixa correspondem ao fator multiplicativo e a tolerância, como anteriormente.

Figura A-III-2 - Posição das cores no resistor (abaixo esquematizado), com as setas indicando no quadro as respectivas dessas posições cores e seus significados (Código de cores de resistências)

Cor	1º anel dezena	2º anel unidade	3º anel fator multiplicativo	4º anel tolerância
Preto	-	0	x 1	-
Marrom	1	1	x 10	1%
Vermelho	2	2	x 100	2%
Laranja	3	3	x 1000	3%
Amarelo	4	4	x 10000	4%
Verde	5	5	x 100000	-
Azul	6	6	x 1000000	-
Violeta	7	7	-	-
Cinza	8	8	-	-
Branco	9	9	-	-
Prata	-	-	x 0,01	10%
Ouro	-	-	x 0,1	5%



Fonte: Elaborada pelo Compilador