Lista 2 - Ondas Eletromagnéticas

2- A potência do gerador é a taxa da emissão de energia, dividindo a potência por c temos a taxa de emissão do momento

$$\frac{dp}{dt} = \frac{P}{c}$$

Se P for a potência do gerador, temos a variação do momento do sistema provocada pelo momento da radiação, que é igual e oposta à taxa de variação de momento do astronauta. Então, a força sobre o astronauta:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{P}{c} = m\,a$$

$$a = \frac{P}{mc} = \frac{1000\,W}{(95\,Kg)(3.10^8\,m/s)}$$

$$a = 3,51.\,10^{-8}\,m/s^2$$

Com esta aceleração, para se mover 20m:

$$x = \frac{1}{2}\,a\,t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2.(20)}{3,51.\,10^{-8}}}$$

$$t = 3,38.\,10^4\,s \Rightarrow \boxed{t = 9,38\,h}$$

1- Sabe-se que $\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$

Logo: $\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[E_0 \cos(Kx - \omega t)\right] = -K\,E_0 \operatorname{sen}(Kx - \omega t)$

$$B_y = \int -K\,E_0 \operatorname{sen}(Kx - \omega t)\,dt = \frac{-K}{\omega}\,E_0 \cos(Kx - \omega t)$$

$B_y = -B_0 \cos(Kx - \omega t)$. sendo $B_0 = \frac{E_0 K}{\omega}$

Para encontrar B_z, sabemos que:

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[E_0 \operatorname{sen}(Kx - \omega t)\right] = -KE_0 \cos(Kx - \omega t)$$

$$B_z = -\int K E_0 \cos(Kx - \omega t)\, dt = -K \cdot \left(\frac{-1}{\omega}\right) E_0 \operatorname{sen}(Kx - \omega t)$$

$$B_z = \frac{KE_0}{\omega} \operatorname{sen}(Kx - \omega t) = B_0 \operatorname{sen}(Kx - \omega t) \quad \text{sendo } B_0 = \frac{KE_0}{\omega}$$

Portanto $\vec{B} = -B_0 \cos(Kx - \omega t)\hat{j} + B_0 \operatorname{sen}(Kx - \omega t)\hat{k}$

3- A potência emitida pelo sol por unidade de área a uma distância r é:

$$\frac{P_s}{4\pi r^2}$$

A potência absorvida pelo velo de área A é:

$$P = \frac{P_s \cdot A}{4\pi r^2}$$

Porém, $\frac{P}{v} = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{P}{mv} = \frac{P}{mc}$

Logo: $a = \frac{P_s A}{4\pi r^2 mc}$

Para encontrar a velocidade da nave (v):

$$dv = a\, dt$$

$$\int dv = \int \frac{P_s A}{4\pi r^2 mc}\, dt = \frac{P_s A}{4\pi mc} \int \frac{1}{r^2}\, dt$$

Se substituir: dt por $\frac{dt}{dr} \cdot dr$

$$\int dv = \frac{P_s A}{4\pi mc} \int \frac{1}{r^2} \frac{dt}{dr}\, dr = \frac{P_s A}{4\pi mc} \int \frac{1}{r^2} \frac{1}{v}\, dr \quad \therefore$$

$$\therefore \int_{v_0}^{v_0} v\,dv = \frac{\mu_0 A}{4\pi mc} \int_{r_0}^{r} \frac{1}{r^2}\,dr$$

$$\frac{v^2}{2}\Big|_{v_0}^{v} = -\frac{\mu_0 A}{4\pi mc} \frac{1}{r}\Big|_{r_0}^{r}$$

$$v^2 - v_0^2 = -\frac{\mu_0 A}{4\pi mc}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)$$

$$v^2 = v_0^2 + \frac{\mu_0 A}{2\pi mc}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right) //$$

4- seja I_L a intensidade de sinal recebido pela lua
I_{AC} " " " " " por Alfa centauro
Ser distância em metros que separa a Terra e Alfa centauro

$$D_{T-AC} = 4{,}3 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 3 \cdot 10^8$$

dias horas segundos velocidade da luz

$$D_{T-AC} \cong 4{,}1 \cdot 10^{17}\ m //$$

$$\frac{I_L}{I_{AC}} = \frac{D^2_{T-AC}}{D^2_{T-L}} \Rightarrow \frac{I_L}{I_{AC}} = \frac{(4{,}1 \cdot 10^{17})^2}{(3{,}8 \cdot 10^8)^2} = 1{,}16 \cdot 10^{18}$$

5- Em relação ao campo elétrico, o campo magnético é dado por:

$$E = cB \Rightarrow B = \frac{200}{3 \cdot 10^8} \cong 6{,}67 \cdot 10^{-7}\,T$$

B estará na direção x negativo

6- como o comprimento de onda é $1{,}5\,m = 3/2\,m$
o número de onda $K = \frac{4\pi}{3}\ (m^{-1})$

E a frequência angular será: $\omega = c \cdot K = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{4\pi}{3} = 4\pi \cdot 10^8$ rad/s

Desta forma, como E_0 vale 200 V/m a equação da onda elétrica será:

$$E = 200 \text{ sen}\left[4\pi\left(\frac{x}{3} - 10^{8}t\right)\right]$$

E o módulo do vetor de Poynting será:

$$S = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c} \cong 106,1 \text{ W.m}^{-2}$$

7. A densidade superficial da carga será:

$$\sigma = \frac{q}{2\pi R l}$$

Enquanto que a densidade linear é:

$$\lambda = \frac{q}{l} = 2R\pi\sigma$$

Utilizando a lei de Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 . i$$

Integrando em um percurso linear h:

$$B . h = \mu_0 i = \mu_0 . \frac{dq'}{dt}$$

mas $q' = h . 2\pi R . \sigma$

sendo $s = 2\pi R$, no movimento circular $\frac{ds}{dt} = wR$

$$\frac{dq'}{dt} = h . wR . \sigma$$

Logo $B = \mu_0 w R \sigma$, porém $w = \alpha t$

Então: $B = \mu_0 \sigma R \alpha t$

Para calcular $\vec{E}$, usaremos a lei de Faraday:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Scanned by CamScanner

$$E \cdot 2\pi R = \pi R^2 \frac{dB}{dt}$$

$$E = \frac{R}{2} \cdot \frac{d}{dt}\left(\mu_0 \sigma R \alpha t\right)$$

$$E = \frac{\mu_0 \sigma R^2 \alpha}{2}$$

O vetor de Poynting será:

$$S = \frac{E \cdot B}{\mu_0} = \frac{\mu_0 \sigma R \alpha t \cdot \mu_0 \sigma R^2 \alpha}{2\mu_0 \, \mu_0}$$

$$S = \frac{\mu_0 \sigma^2 R^3 \alpha^2 t}{2}$$

$$\Phi_S = \int \vec{S} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_S = \frac{\mu_0}{2} \sigma^2 R^3 \alpha^2 t \cdot 2\pi R l$$

$$\Phi_S = \mu_0 \pi \sigma^2 R^4 \alpha^2 l t$$

8- Por Lei de Ampère: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$

mas $\frac{d\Phi_E}{dt} = A \cdot \frac{dE}{dt}$

Logo: $B \cdot 2\pi R = \mu_0 \epsilon_0 \cdot A \frac{dE}{dt}$

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2\pi R} \cdot A \cdot \frac{dE}{dt}$$

$$S = \frac{E \cdot B}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{\mu_0 \epsilon_0 A}{2\pi R} \cdot E \cdot \frac{dE}{dt} = \frac{\epsilon_0 A}{2\pi R} \cdot E \cdot \frac{dE}{dt}$$

O fluxo do vetor de Poynting é:

$$\Phi_S = \int \vec{S} \cdot d\vec{A}$$

$$\int \vec{S} \cdot d\vec{A} = + \frac{\epsilon_0 A}{\cancel{2\pi R}} \cdot E \cdot \frac{dE}{dt} \cdot \cancel{2\pi R} \cdot d$$

$$= \epsilon_0 A d \, E \cdot \frac{dE}{dt}$$

$$\int \vec{S} \cdot d\vec{A} = \frac{\epsilon_0 A d}{2} \frac{d(E^2)}{dt}$$

9- A energia cinética do próton é: $K = \frac{m v^2}{2}$

a aceleração centrípeta é: $a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{2K}{mR}$

Sendo o próton $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg e $K = 9,6 \cdot 10^{-13}$ J

$$a_{cp} = \frac{2 \cdot 9,6 \cdot 10^{-13}}{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 0,75} = 1,53 \cdot 10^{15} \, m/s^2$$

Então: $$\frac{dE}{dt} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot (1,53 \cdot 10^{15})^2}{6\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} (3 \cdot 10^8)^3}$$

$$\frac{dE}{dt} \cong 1,3 \cdot 10^{-23} W$$ //

10- A intensidade da lâmpada à uma distância r será:

$$I = \frac{50 W}{4\pi r^2} = \frac{50 W}{4\pi (3)^2} = 0,442 \, W/m^2$$

A pressão de radiação é:

$$P_r = \frac{I}{c} = \frac{0,442}{3 \cdot 10^8} = 1,47 \cdot 10^{-9} \, Pa$$

Com o valor de P, podemos calcular o campo magnético máximo.

$$B_0 = (2\mu_0 P_r)^{1/2} = \left[2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}(1,47 \cdot 10^{-9})\right]^{1/2}$$

$$\underline{B_0 = 6,08 \cdot 10^{-8}\,T} \; //$$

Com isso, sabendo que $E_0 = c \cdot B_0$

$$E_0 = 3 \cdot 10^{8} \cdot 6,08 \cdot 10^{-8} = \underline{18,2\,V/m} \; //$$