UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA - IME USP

TRABALHO 2: François Viète

Anderson Nascimento Bertoletti – 9021024

Jaquellyne da Silva Barbosa - 8626635

Jéssica Ludiane Andreotti – 8944129

Letícia Otero Dia Thomaz - 7568563

Oscar Joao Abdounur

São Paulo

Agosto/2018

Introdução

Neste trabalho pretendemos apresentar quem foi François Viète e quais foram suas contribuições utilizadas na matemática atual.
Abordaremos como foi sua história e sua ligação com conceitos astronômicos, sociais e matemáticos, e sua dedicação diante de seus estudos.
Inserido no contexto da época e nos problemas que surgiam ao longo dos anos Viete teve 2 grandes feitos historicamente marcantes: A Decodificação da Cifra na Guerra e O Problema Impossível, além de análises que se mostraram de grande importância para no campo da álgebra - Zetética, Porística e Exegética.
Sua busca na resolução de problemas o fez desenvolver uma nova forma de simbolismo, dentro da Arte Analítica, onde as soluções pudessem ser expandidas para outras casos generalizados, considerando grandezas conhecidas e desconhecidas.
O resultado de tudo isso foi não apenas um novo sistema de notação como também um novo método de resolução para equações de 2º grau. Vale ressaltar também suas contribuições na descoberta de aproximações do Pi e a dedução de outras fórmulas relacionadas a isto.
No mais, as notações, simbologias e conceitos usados por Viète são elementos fundamentais para a matemática utilizada até hoje.

Quem foi Viète?

François Viète nasceu em 1540 em Fontenay-le-Comte (França) e iniciou seus primeiros estudos em Fontenay, num convento. Em 1560 se formou em direito na Universidade de Poitier e ao concluir os estudos retornou a sua cidade natal para exercer sua profissão - advogado.
Quatro anos após a conclusão de seus estudos, Viète tornou-se secretário particular de Antoinette d'Aubeterre, membra da nobre família Soubise e exerceu também outros cargos, como o responsável pela educação de Catherine de Parthenay, filha de Antoinette, a qual tinha muito interesse astrologia e astronomia, o que deu o ponta pé inicial do interesse de Viète pela matemática.
Além do cargo de secretário e educador, Viète foi nomeado também como conselheiro Parlamento da Bretanha em Rennes em 1574 e, seis anos depois, tornou-se “, Mestre de requerimentos”, isto é, uma autoridade legal responsável por apresentar um relatório sobre certos casos.
Por questões religiosas teve de abrir mão de seu cargo, mudando-se assim para Beauvoir-sur-Mer e dedicando 5 anos de sua vida aos estudos matemáticos. Foi neste período que mais importantes trabalhos se realizaram.
Em 1594 Viète retornou ao cargo de Conselheiro Real, após a mudança de governo e faleceu em Fevereiro de 1603.

Feitos: 1º) Decodificação da cifra na guerra

Apesar de estar sempre ligado à cargos de governo, Viète nunca deixou de se dedicar à matemática durante seu tempo livre. Suas descobertas no campo da aritmética, da álgebra, entre outras ciências serviram de base para seus avanços, principalmente no cenário da época.
Por ter acompanhado o movimento matemático da época, o rei Henrique IV confiou a Viète importantes tarefas, e uma delas foi a descodificação de mensagens e cartas cifradas criptograficamente.
O rei Filipe II de Espanha dava apoio financeiro e militar à facção católica francesa, e utilizava-se de cifras de 600 caracteres que eram periodicamente alterados. As cifras - sinais convencionais de um segredo ou escrita - eram consideradas impossíveis de decifrar.
Demorou aproximadamente um ano para que Viète conseguisse fazer uma decifração completa da carta e depois disto, os franceses desfrutaram mais dois anos das vantagens proporcionadas pelo trabalho de Viète. Os franceses ao serem descobertos foram acusados até mesmo de bruxos ou feiticeiros por contas do feito conquistado.

2º) O problema impossível

Outra tarefa que permitiu à Viète mais uma exposição de seu brilhante trabalho foi a resolução de um problema proposto por Adrian Romanus, um matemático holandês nascido em 1561.
O desafio era solucionar uma equação do quadragésimo quinto grau.”Viète, que tinha descoberto como formar sen nΘ por meio de senΘe cosΘ(cf. Rouse Ball 1906, 237), observou que o comprimento da corda de uma circunferência (de raio um) que subtendia um ângulo ao centro de amplitude igual a $\frac{2\pi}{45}$ satisfazia à solução do problema em questão. Em poucos minutos Viète forneceu a Henrique IV uma solução do problema escrita a lápis e no dia seguinte, mais vinte e duas soluções.” (GIL; 2001, p.15). E assim publicou a resolução em seu tratado e ainda desafiou Romanus com outro problema sobre circunferências.
E foi assim que Viète, mesmo não se considerando matemático, manteve

muitas discussões matemáticas com outros estudiosos da ciência.

A arte analítica de Viète

Viète aprofundou seus estudos em análises gregas que se aproximassem da álgebra, visando sempre seu objetivo final que era encontrar soluções para todos os problemas matemáticos considerados “insolucionáveis”. Em sua análise, o primeiro ponto destacado por Viète era conseguir fazer a ligação entre grandezas conhecidas à grandezas desconhecidas, transformando as informações do problema em alguma equação ou considerando a relação de proporcionalidade existente,determinando a análise zetética, com um olhar investigativo e indagativo. O segundo método já tinha como ponto de partida um teorema já conhecido, buscando assim a verificação do mesmo trazendo a tona o estudo da legitimidade de cada síntese. Por último Viète desenvolveu a análise exegética, onde é possível determinar uma grandeza através de uma equação estabelecida pela análise zetética, isto é, unindo as equações fornecidas pela análise zetética e transformadas pela análise porística, reconhecer soluções aritméticas ou geométricas para estas equações, permitindo assim o encontro de um valor antes desconhecido.

Generalização

Apesar destes avanços, Viète ainda necessitava de uma simbologia ou uma notação que pudesse facilitar o tratamento deste tipo de problemas. Mesmo já tendo como base as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) para resolver problemas em um contexto geral era necessário se desprender das quantidades numéricas e tentar observar as equações como um todo, deixando de lado os casos especiais e desenvolvendo símbolos e abreviaturas para quantidades desconhecidas, como as incógnitas.
"De modo a assistir este trabalho, ajudar a uma certa arte, termos dados são distinguíveis dos termos desconhecidos por constantes gerais e símbolos reconhecíveis, como por exemplo, designando grandezas desconhecidas pelas letras A e as outras vogais E, I, O, U e Y e termos dados pelas letras B, G, D e as outras consoantes" (Witmer 1983, 24).

Este foi um dos maiores feitos de Viète, visto que com estes avanços seria possível executar a diferenciação entre números dados, parâmetros e variáveis (cf. Boyer 1956, 59)

Descartes anos mais tarde complementou a descoberta feita por Viète convencionando que letras iniciais do alfabeto representariam quantidades conhecidas, enquanto as letras finais representariam as quantidades desconhecidas.

Fórmula de Viète

Um grandioso feito de Viète também foi a aproximação do valor de π através de radicais “dentro” de outros radicais, como na expressão a seguir:

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdots$$

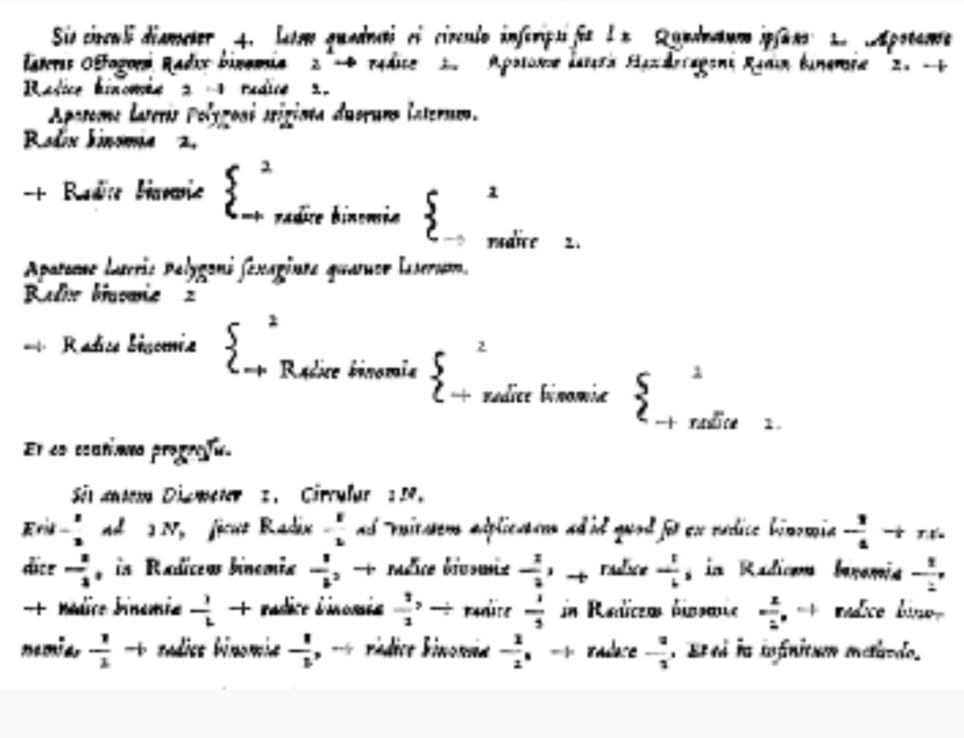
Que também pode ser representada por:

$$\lim_{n\to\infty} \prod_{i=1}^{n} \frac{a_i}{2} = \frac{2}{\pi}$$

Sendo $a_n = \sqrt{2 + a_{n-1}}$, com condição inicial de $a_1 = \sqrt{2}$.

Este trabalho foi realizado muito antes dos conceitos de limites e provas rigorosas de convergência serem desenvolvidos em matemática - a primeira prova de que esse limite existe não foi dada até o trabalho de Ferdinand Rudio em 1891 - mas foi através destes estudos que Viéte conseguiu uma aproximação de 9 casas decimais para o valor de π, o que trouxe um grande avanço histórico e social para a época, já que trouxe o “alvorecer da matemática moderna".

Na obra *Variorum de rebus mathematicis responsorum, liber VIII (1593)*, Viète retrata como chegou em suas conclusões:



Sit circuli diameter 4. Latus quadrati ei circulo inscripti fit $\sqrt{8}$. Quadratum ipsius 2. Apotome lateris Octogoni Radix binomiae 2 + radice 2. Apotome lateris Hexdecagoni Radix binomiae 2. + Radice binomiae 2 + radice 2.

Apotome lateris Polygoni triginta duorum laterum.

Radix binomiae 2.

$$+ \text{Radice binomiae} \begin{cases} 2 \\ + \text{radice binomiae} \begin{cases} 2 \\ + \text{radice } 2. \end{cases} \end{cases}$$

Apotome lateris Polygoni sexaginta quatuor laterum.

Radix binomiae 2

$$+ \text{Radice binomiae} \begin{cases} 2 \\ + \text{Radice binomiae} \begin{cases} 2 \\ + \text{radice binomiae} \begin{cases} 2 \\ + \text{radice } 2. \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Et eo continuo progressu.

Sit autem Diameter 1. Circulus 1N.

Erit $\frac{1}{2}$ ad 1N, sicut Radix $\frac{1}{2}$ ad unitatem adplicatam ad id quod fit ex radice binomiae $\frac{1}{2}$ + radice $\frac{1}{2}$, in Radicem binomiae $\frac{1}{2}$, + radice binomiae $\frac{1}{2}$, + radice $\frac{1}{2}$, in Radicem binomiae $\frac{1}{2}$, + radice binomiae $\frac{1}{2}$ + radice binomiae $\frac{1}{2}$, + radice $\frac{1}{2}$ in Radicem binomiae $\frac{1}{2}$, + radice binomiae $\frac{1}{2}$ + radice binomiae $\frac{1}{2}$, + radice binomiae $\frac{1}{2}$, + radice $\frac{1}{2}$. Et eo in infinitum methodo.

Outras relações encontradas por Viete

Viète obteve sua fórmula comparando as áreas de polígonos regulares com 2^n e 2^{n+1} lados inscritos em um círculo. O primeiro termo do produto, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, é a relação das áreas de um quadrado e um octógono (n = 1), o segundo termo é a relação das áreas de um octógono e um hexadecágono (n=2), etc. Assim, o produto fornece a razão entre as áreas de um quadrado (o polígono inicial na sequência) e um círculo (o caso limite de um 2n-gono).

Esta dedução foi possível, utilizando identidades trigonométricas, aplicando sucessivamente a fórmula para o ângulo duplo:

$$\text{sen}x = 2\text{sen}\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$$

E assim, por indução matemática é possível provar que para todo inteiro positivo igual a n, sen$x$ = $2^n \text{sen}\frac{x}{2}\left(\prod_{i=1}^{n}\cos\frac{x}{2^i}\right)$,onde o termo $2^n \text{sen}\frac{x}{2^n}$ converge para $x$quando n converge para o infinito, da qual segue a fórmula de

Euler. A fórmula de Viète pode ser obtida desta fórmula através da substituição $x = \frac{\pi}{2}$.

Atualmente diversas fórmulas similares a fórmula de Viète envolvendo radicais alinhados ou produtos infinitos de funções trigonométricas são conhecidas para π, bem como para outras constantes tal como a proporção áurea.

Outra fórmula que também surgiu a partir de outras descobertas feitas por Viète é a resolução de equações de 2º grau. Para isto, considere $ax^2+bx+c=0$ uma equação de 2º grau simples, com $a \neq 0$.

Tomando $x = u + v$ e substituindo na equação, temos:

$$a(u+v)^2 + b(u+v) + c = 0$$

$$a(u^2 + 2uv + v^2) + b(u+v) + c = 0.$$

E reescrevendo essa igualdade como uma equação na incógnita v, obtemos

$$av^2 + (2au + b)v + au^2 + bu + c = 0.$$

Viète transformou essa equação numa equação incompleta do 2.° grau, anulando o coeficiente v, isto é, escolhendo $u = \frac{-b}{2a}$. E assim,

Desenvolvendo esta equação, chegou no resultado de

$$av^2 + a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 - b\left(\frac{-b}{2a}\right) + c = 0$$

e $v^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^3}$ assim, se $b^2 - 4ac \geq 0$ então podemos concluir que

$$x = u - v = -\frac{b}{2a} \mp \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^3 - 4ac}}{2a}.$$

Conclusão

Pudemos observar neste trabalho como foi a vivência de Viète, desde seus primeiros trabalhos mais ligados à política até seus primórdios matemáticos. Como a visão prática da álgebra contribuiu para que ele centralizasse sua atenção na maneira de encontrar uma solução geral para problemas geométricos. Para encontrar tal solução, Viète fez uso da arte analítica, cujo objetivo era resolver qualquer problema através da análise que, por sua vez, tinha a álgebra como ferramenta fundamental, considerando os aspectos das análises zetética, porística e exegética, de modo a observar a álgebra não como uma técnica envolvendo números, mas sim como um método de cálculo simbólico envolvendo grandezas abstratas.

A abordagem de Viète era, portanto, independente da aritmética e da geometria, o que acabou dando origem à álgebra simbólica. Dessa forma, a álgebra adquiriu um poder demonstrativo que nunca tivera antes, tornando-se uma ferramenta nobre. A álgebra ganhava, assim, um novo estatuto matemático.

Referência Bibliográfica

AMARAL, J. T. D. 1988, Método de Viéte para resolução de equações de 2◦ grau. *Revista do professor de matemática. SBM, Rio de Janeiro*, *13*, 18-20.

Corrêa, B. M. 2008, A introdução à arte analítica de François Viète: comentários e tradução.

GIL, P.D.B. François Viète: o despontar da álgebra simbólica. Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Janeiro de 2001.

BOYER, C. B. 1956, History of Analytic geometry, New York.

WITMER, T. R. 1983, Analytic Art, Ohio.