

Otimização de Sistemas SEL0442

Prof. Eduardo N. Asada

2.o sem. 2016

O que se exige de um planejador do sistema de transmissão ?

- Desempenho em Regime Permanente: Aspectos voltados à modelagem computacional de Sistemas de Potência, Métodos de Análise de Redes (Método das Malhas e Método dos Nós), Solução das equações de rede pelo Método de Newton-Raphson, Métodos e Equipamentos para Controle de Tensão, Análise de Contingências, Característica $V \times P$.
- Principais características e horizontes do planejamento da expansão, Modelagem da rede elétrica, Planejamento com um único estágio e multi-estágios, Principais incertezas envolvidas no processo de planejamento, Planejamento interativo e automático;
- Métodos tradicionais de planejamento da expansão da transmissão: Critérios determinísticos do tipo N-1 e N-2, Métodos para comparação de alternativas de expansão, Planejamento de fontes de potência reativa;

O que se exige de um planejador do sistema de transmissão ?

- Desempenho em Regime Permanente: Aspectos voltados à modelagem computacional de Sistemas de Potência, Métodos de Análise de Redes (Método das Malhas e Método dos Nós), Solução das equações de rede pelo Método de Newton-Raphson, Métodos e Equipamentos para Controle de Tensão, Análise de Contingências, Característica $V \times P$.
- Principais características e horizontes do planejamento da expansão, Modelagem da rede elétrica, Planejamento com um único estágio e multi-estágios, Principais incertezas envolvidas no processo de planejamento, Planejamento interativo e automático;
- Métodos tradicionais de planejamento da expansão da transmissão: Critérios determinísticos do tipo N-1 e N-2, Métodos para comparação de alternativas de expansão, Planejamento de fontes de potência reativa;

O que se exige de um planejador do sistema de transmissão ?

- Desempenho em Regime Permanente: Aspectos voltados à modelagem computacional de Sistemas de Potência, Métodos de Análise de Redes (Método das Malhas e Método dos Nós), Solução das equações de rede pelo Método de Newton-Raphson, Métodos e Equipamentos para Controle de Tensão, Análise de Contingências, Característica $V \times P$.
- Principais características e horizontes do planejamento da expansão, Modelagem da rede elétrica, Planejamento com um único estágio e multi-estágios, Principais incertezas envolvidas no processo de planejamento, Planejamento interativo e automático;
- Métodos tradicionais de planejamento da expansão da transmissão: Critérios determinísticos do tipo N-1 e N-2, Métodos para comparação de alternativas de expansão, Planejamento de fontes de potência reativa;

O que se exige de um planejador do sistema de transmissão ?

- Métodos Probabilísticos e Confiabilidade: Conceitos básicos da teoria das probabilidades, Modelagem de componentes, Modelagem de redes, Distribuições de probabilidade em avaliações de confiabilidade, Cadeias discretas de Markov, Técnicas de frequência e duração, Modelagem de espaço de estados, Técnica de Simulação Monte Carlo, Confiabilidade de geração, Confiabilidade de sistemas compostos geração e transmissão, Valor econômico da confiabilidade, Análise de trade-off (custo/benefício);
- Aplicação de otimização e métodos heurísticos no planejamento da expansão da transmissão: Formulação do problema de expansão da transmissão como um problema de otimização, Métodos de solução aplicáveis incluindo técnicas de relaxação, Métodos para comparação de alternativas de expansão, Aplicação de métodos heurísticos e meta-heurísticos ao problema do planejamento da transmissão.

O que se exige de um planejador do sistema de transmissão ?

- Métodos Probabilísticos e Confiabilidade: Conceitos básicos da teoria das probabilidades, Modelagem de componentes, Modelagem de redes, Distribuições de probabilidade em avaliações de confiabilidade, Cadeias discretas de Markov, Técnicas de frequência e duração, Modelagem de espaço de estados, Técnica de Simulação Monte Carlo, Confiabilidade de geração, Confiabilidade de sistemas compostos geração e transmissão, Valor econômico da confiabilidade, Análise de trade-off (custo/benefício);
- Aplicação de otimização e métodos heurísticos no planejamento da expansão da transmissão: Formulação do problema de expansão da transmissão como um problema de otimização, Métodos de solução aplicáveis incluindo técnicas de relaxação, Métodos para comparação de alternativas de expansão, Aplicação de métodos heurísticos e meta-heurísticos ao problema do planejamento da transmissão.

Fonte: Concurso CEPEL 2005

Processo de Reformulação do Setor Elétrico Mundial

- Início das discussões nos anos 70 nos EUA
- 1978 - EUA (Competição na Geração) - 1996 (consolidação da reforma)
- 1982 - Chile
- 1990 - Inglaterra, País de Gales e Noruega
- 1992 - Argentina
- 1993 - Bolívia
- 1994 - Colômbia
- 1996 - Criação da ANEEL no Brasil
- 1997 - América Central - Panamá, El Salvador, Guatemala, Nicarágua e Honduras

Tabela: Modelos de estrutura do setor elétrico.

Característica	Monopólio	Comprador único	Competição no atacado	Competição no varejo
Competição entre geradores	não	sim	sim	sim
Escolha para os varejistas	não	não	sim	sim
Escolha para os consumidores finais	não	não	não	sim

Características comuns no processo de reforma do setor elétrico

- 1 Considerar a energia elétrica como uma mercadoria substituindo-se os monopólios regulamentados pela competição nos segmentos que não se caracterizem como monopólios naturais;
- 2 Progressiva regulamentação do acesso às redes de transmissão e de distribuição;
- 3 Desverticalização da indústria em segmentos competitivos/desregulamentados (geração e comercialização) e regulamentados/monopólios naturais (transmissão e distribuição);
- 4 Livre acesso dos geradores e distribuidores/consumidores às redes de transmissão e distribuição;
- 5 Criação de um mercado de negociação competitiva de energia entre geradores e distribuidores/consumidores, tanto a termo como de curto prazo (spot);
- 6 Direito progressivo dos consumidores, a partir dos de maior demanda, de escolherem e negociarem seu suprimento livremente com os geradores;

Objetivos do processo de reestruturação:

- Desverticalização das empresas
- Implantação de um modelo comercial brasileiro
- Garantia de livre acesso à rede
- Redução do papel do estado nas funções empresariais do setor
- Instituição das de entidades para regulação, planejamento da expansão, operação e financiamento do setor

Tabela: Reestruturação do setor elétrico brasileiro.

Característica	Antes	Hoje
Competição entre geradores	não	sim
Escolha para os varejistas	não	sim
Escolha para os consumidores finais	não	grandes consumidores

- ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) - Regulação do setor : fiscalização da produção, transmissão, distribuição e comercialização
- CCEE (Câmara Comercializadora de Energia Elétrica) - Comercialização da Energia Elétrica
- ONS (Operador Nacional do Sistema) - Coordenação e operação do sistema interligado de energia
- CCPE (Comitê Coordenador do Planejamento da Expansão dos Sistemas Elétricos - Coordenação e elaboração do planejamento da expansão dos sistemas elétricos brasileiros

- ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) - Regulação do setor : fiscalização da produção, transmissão, distribuição e comercialização
- CCEE (Câmara Comercializadora de Energia Elétrica) - Comercialização da Energia Elétrica
- ONS (Operador Nacional do Sistema) - Coordenação e operação do sistema interligado de energia
- CCPE (Comitê Coordenador do Planejamento da Expansão dos Sistemas Elétricos - Coordenação e elaboração do planejamento da expansão dos sistemas elétricos brasileiros

- ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) - Regulação do setor : fiscalização da produção, transmissão, distribuição e comercialização
- CCEE (Câmara Comercializadora de Energia Elétrica) - Comercialização da Energia Elétrica
- ONS (Operador Nacional do Sistema) - Coordenação e operação do sistema interligado de energia
- CCPE (Comitê Coordenador do Planejamento da Expansão dos Sistemas Elétricos - Coordenação e elaboração do planejamento da expansão dos sistemas elétricos brasileiros

- ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) - Regulação do setor : fiscalização da produção, transmissão, distribuição e comercialização
- CCEE (Câmara Comercializadora de Energia Elétrica) - Comercialização da Energia Elétrica
- ONS (Operador Nacional do Sistema) - Coordenação e operação do sistema interligado de energia
- CCPE (Comitê Coordenador do Planejamento da Expansão dos Sistemas Elétricos - Coordenação e elaboração do planejamento da expansão dos sistemas elétricos brasileiros

- Orientar ações de governo para assegurar o fornecimento de energia nos níveis de qualidade e quantidade demandados pela sociedade, em consonância com a Política Energética Nacional, emanada do Conselho Nacional de Política Energética, CNPE, que é um órgão de assessoramento do Presidente da República, criado pela Lei No. 9478 de 06 de Agosto de 1997;
- Oferecer aos agentes do mercado elétrico um quadro de referência para seus planos de investimentos;
- Estabelecer, em consonância com os aspectos operacionais do sistema, a expansão mais adequada da rede elétrica de transmissão.

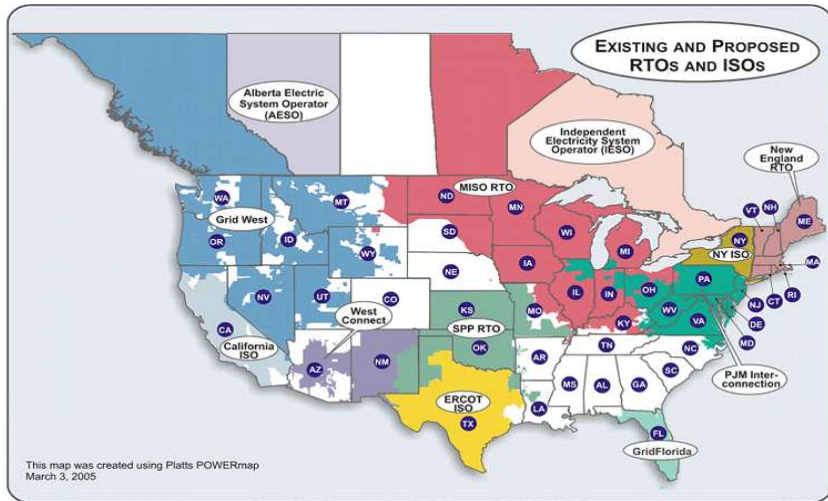
Plano de Longo Prazo – Caracterizado pela consolidação de um conjunto de informações, tomando como premissas a política econômica, diretrizes de política energética, ambiental e industrial, avanços tecnológicos, etc. A ser produzido a cada 4 anos.

Plano Indicativo da Expansão – A ser emitido em fevereiro de cada ano. Contempla um conjunto amplo de informações, incorporando premissas, análise e propostas de alternativas para expansão do sistema que considerem a relação de empreendimentos hidrelétricos, indicando seu estágio de implementação, grandes troncos de transmissão, importações de energia, os empreendimentos termelétricos e a possibilidade de fontes alternativas de energia.

Programa Determinativo da Transmissão – A ser emitido em fevereiro e agosto de cada ano, contemplando as obras consideradas inadiáveis para a garantia das condições de atendimento ao mercado, que deverão compor os programas de licitação ou de autorização, a serem conduzidos pela ANEEL. Os empreendimentos que integrarão a Rede Básica de transmissão, que serão licitados, deverão ser acompanhados dos respectivos atos justificatórios (viabilidade técnica e econômica), como suporte aos seus processos licitatórios.

Nos Estados Unidos

- RTO (Regional Transmission Organization)
- ISO (Independent System Operator)



Planejamento Integrado da Geração e da Transmissão

O Planejamento da expansão do sistema representa um problema de otimização de grande complexidade.

- 1 É necessário considerar uma visão de longo prazo (**Imagine a construção de uma usina hidrelétrica !!!**).
- 2 Os empreendimentos de geração e de transmissão apresentam dependências temporais e espaciais e precisam ser analisados de forma conjunta no espaço e no tempo.
- 3 Precisam ser avaliadas, simultaneamente, as características técnicas, econômicas e ambientais dos empreendimentos.
- 4 Existem incertezas associadas aos valores previstos para o comportamento do consumo, dos recursos hídricos e do custo e disponibilidade das outras fontes primárias de energia (gás natural, carvão, derivados do petróleo, nuclear e fontes alternativas) ao longo do horizonte de planejamento.

Planejamento Integrado da Geração e da Transmissão

O Planejamento da expansão do sistema representa um problema de otimização de grande complexidade.

- 1 É necessário considerar uma visão de longo prazo (**Imagine a construção de uma usina hidrelétrica !!!**).
- 2 Os empreendimentos de geração e de transmissão apresentam dependências temporais e espaciais e precisam ser analisados de forma conjunta no espaço e no tempo.
- 3 Precisam ser avaliadas, simultaneamente, as características técnicas, econômicas e ambientais dos empreendimentos.
- 4 Existem incertezas associadas aos valores previstos para o comportamento do consumo, dos recursos hídricos e do custo e disponibilidade das outras fontes primárias de energia (gás natural, carvão, derivados do petróleo, nuclear e fontes alternativas) ao longo do horizonte de planejamento.

Planejamento Integrado da Geração e da Transmissão

O Planejamento da expansão do sistema representa um problema de otimização de grande complexidade.

- 1 É necessário considerar uma visão de longo prazo (**Imagine a construção de uma usina hidrelétrica !!!**).
- 2 Os empreendimentos de geração e de transmissão apresentam dependências temporais e espaciais e precisam ser analisados de forma conjunta no espaço e no tempo.
- 3 Precisam ser avaliadas, simultaneamente, as características técnicas, econômicas e ambientais dos empreendimentos.
- 4 Existem incertezas associadas aos valores previstos para o comportamento do consumo, dos recursos hídricos e do custo e disponibilidade das outras fontes primárias de energia (gás natural, carvão, derivados do petróleo, nuclear e fontes alternativas) ao longo do horizonte de planejamento.

Planejamento Integrado da Geração e da Transmissão

O Planejamento da expansão do sistema representa um problema de otimização de grande complexidade.

- 1 É necessário considerar uma visão de longo prazo (**Imagine a construção de uma usina hidrelétrica !!!**).
- 2 Os empreendimentos de geração e de transmissão apresentam dependências temporais e espaciais e precisam ser analisados de forma conjunta no espaço e no tempo.
- 3 Precisam ser avaliadas, simultaneamente, as características técnicas, econômicas e ambientais dos empreendimentos.
- 4 Existem incertezas associadas aos valores previstos para o comportamento do consumo, dos recursos hídricos e do custo e disponibilidade das outras fontes primárias de energia (gás natural, carvão, derivados do petróleo, nuclear e fontes alternativas) ao longo do horizonte de planejamento.

Características do problema de planejamento

- Problema bastante complexo
- Envolve muitas variáveis
- As variáveis podem ser contínuas ou discretas
- Existem inúmeras possibilidades de ações
- As ações são dependentes do tempo e da localização
- Incertezas no mercado, geração e demanda
- Quem paga ?

Problema de Engenharia

Como representar ?
É possível resolver ?

Características do problema de planejamento

- Problema bastante complexo
- Envolve muitas variáveis
- As variáveis podem ser contínuas ou discretas
- Existem inúmeras possibilidades de ações
- As ações são dependentes do tempo e da localização
- Incertezas no mercado, geração e demanda
- Quem paga ?

Problema de Engenharia

Como representar ?
É possível resolver ?

- Planos de expansão de sistemas robustos visando o livre acesso de agentes de mercado, propiciando um ambiente propício para a competição da geração e na comercialização da energia elétrica;
- Interligação de submercados, permitindo a busca na equalização dos preços de energia, por meio da minimização dos estrangulamentos entre os submercados, permitindo a adoção de um despacho ótimo do parque gerador;
- Estudos de expansão no horizonte decenal é realizada a partir das projeções da carga elétrica e do plano referencial de geração, com a utilização de critérios de planejamento vigente:
 - Compatibilizar os planos de obras resultantes dos estudos regionais realizados em grupos específicos, no âmbito dos GETs - Grupos de Estudo de Transmissão Regionais;
 - Compatibilizar os planos de obras resultantes dos demais estudos desenvolvidos pela EPE (interligações regionais, integrações de novas usinas, etc);
 - Compatibilizar os planos de obras resultantes dos estudos de expansão do sistema de distribuição;

- Análise do desempenho dinâmico do sistema interligado e determinação dos limites de intercâmbios nas interligações;
- Avaliação dos níveis de curto-circuito nas subestações ao longo do período decenal, de modo a caracterizar a superação dos limites dos equipamentos e sua influência na definição da topologia das alternativas de transmissão;
- Evolução das tarifas de uso do sistema de transmissão (TUST);
- Evolução da confiabilidade do sistema interligado e dos subsistemas regionais;

- Planejamento integrado Geração-Transmissão;
- Planejamento em mercado competitivo;
- Planejamento com o modelo c.c. e c.a;
- Planejamento multi-estágio;
- Planejamento incorporando dispositivos FACTS (Flexible AC Transmission System) ;
- Planejamento integrado da expansão de linhas de transmissão e de fontes de potência reativa.

- É um modelo estático (plano de 1 período);
- baseado em fluxo de carga c.c.;

Considera apenas a Primeira Lei de Kirchhoff da representação c.c. O problema de mínimo custo neste modelo consiste em se determinar a quantidade de linhas de transmissão ou transformadores que devem ser adicionados ao sistema e também a sua localização.

$$\min v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.a.

$$S f + g = d$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

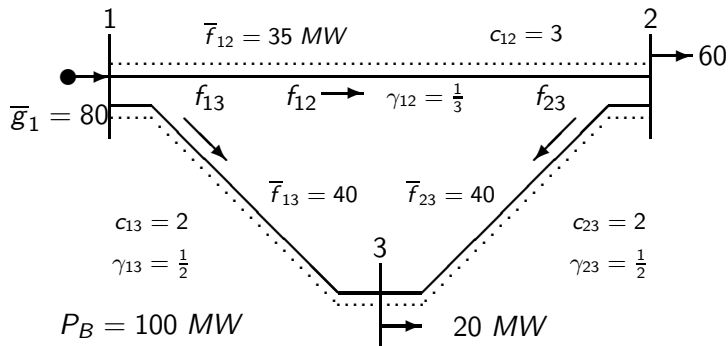
$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro}$$

$$f_{ij} \text{ irrestrito}$$

- v é o investimento devido às adições de circuitos no sistema (em u.m. ou US\$)
- c_{ij} é o custo de um circuito no caminho $i - j$ (em u.m. ou US\$)
- n_{ij} é o número de circuitos adicionados no caminho $i - j$
- S é a matriz de incidência nó-ramo do sistema elétrico
- f é o vetor de fluxos cujos elementos f_{ij} representam o fluxo total no caminho $i - j$ (MW ou p.u.)
- g é o vetor de geração cujos elementos g_i representam o nível de geração na barra de geração i (MW ou p.u.)
- d é o vetor de demanda cujos elementos (MW ou p.u.)
- d_i representam a demanda na barra de carga i (MW ou p.u.)
- n_{ij}^0 representa o número de circuitos na configuração base no caminho $i - j$ (MW ou p.u.)
- \bar{f}_{ij} é o fluxo máximo permitido para um circuito no caminho $i - j$ (MW ou p.u.)
- \bar{g} é o vetor de máxima capacidade de geração nas barras de geração e \bar{n}_{ij} é o vetor do número máximo de adições permitidas no caminho $i - j$. (MW ou p.u.)

Exemplo: sistema de 3 barras



Dados do problema

- Custo dos circuitos: $c_{12} = 3$, $c_{13} = 2$ e $c_{23} = 2$ US\$
- Susceptâncias: $\gamma_{12} = \frac{1}{3}$, $\gamma_{13} = \frac{1}{2}$ e $\gamma_{23} = \frac{1}{2}$ (p.u. para uma base de 100 MW).
- Geração máxima e carga: $\bar{g} = 80$ MW, $d_2 = 60$ MW e $d_3 = 20$ MW.
- Fluxo máximo por linha: $\bar{f}_{12} = 35$ MW, $\bar{f}_{13} = 40$ MW e $\bar{f}_{23} = 40$ MW.
- Número máximo de adições permitida por caminho:
 $\bar{n}_{12} = \bar{n}_{13} = \bar{n}_{23} = 2$.

Equações do problema

Equações referentes à 1.a Lei de Kirchhoff aplicada em cada barra:

- Barra 1: $-f_{12} - f_{13} + g_1 = 0$
- Barra 2: $f_{12} - f_{23} - 0,6 = 0$
- Barra 3: $f_{13} + f_{23} - 0,2 = 0$

As inequações correspondentes aos limites de capacidade de transmissão produzem as seguintes relações:

- Circuito 1-2: $|f_{12}| \leq 0,35(1 + n_{12})$
- Circuito 1-3: $|f_{13}| \leq 0,40(1 + n_{13})$
- Circuito 2-3: $|f_{23}| \leq 0,40(1 + n_{23})$

Barra de geração 1: $0 \leq g_1 \leq 0,80$

As restrições sobre o número máximo de adições permitidas em cada caminho candidato produzem as seguintes restrições:

- Caminho 1-2: $0 \leq n_{12} \leq 2$
- Caminho 1-3: $0 \leq n_{13} \leq 2$
- Caminho 2-3: $0 \leq n_{23} \leq 2$

$$\min v = 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} \quad (2)$$

s.a.

$$-f_{12} - f_{13} + g_1 = 0$$

$$f_{12} - f_{23} = 0,60$$

$$f_{13} + f_{23} = 0,20$$

$$|f_{12}| \leq 0,35(1 + n_{12})$$

$$|f_{13}| \leq 0,40(1 + n_{13})$$

$$|f_{23}| \leq 0,40(1 + n_{23})$$

$$0 \leq g_1 \leq 0,80$$

$$n_{12} \in \{0, 1, 2\}$$

$$n_{13} \in \{0, 1, 2\}$$

$$n_{23} \in \{0, 1, 2\}$$

f_{12} , f_{13} , e f_{23} irrestritos

As incógnitas no problema são: v , n_{12} , n_{13} , n_{23} , f_{12} , f_{13} , f_{23} e g_1 .

Forma matricial

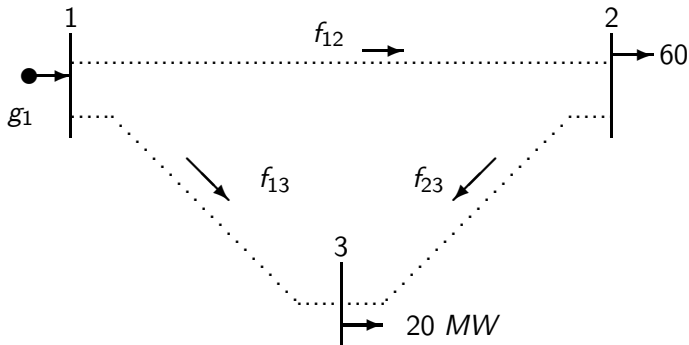
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & \\ 1 & & -1 \\ & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{12} \\ f_{13} \\ f_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ 0,60 \\ 0,20 \end{bmatrix}$$

No sistema anterior, pode-se observar uma matriz S conhecida como matriz de incidência nó-ramo do grafo do sistema elétrico:

	1	2	3	
1	-1	-1		\updownarrow n_b
2	1		-1	
3		1	1	
	\leftarrow n_l \rightarrow			

Na matriz S existe uma coluna para cada ramo candidato e uma linha para cada barra do sistema, assim a dimensão de S é $n_b \times n_l$. Os elementos de S podem ser obtidos facilmente usando a seguinte regra: cada coluna de S (coluna de um ramo) possui unicamente dois elementos diferentes de zero, vale 1 se o fluxo no ramo analisado está chegando na barra e -1 se o fluxo está saindo da barra.

Sistema de 3 barras ilhado



$$\min v = 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} \quad (3)$$

s.a.

$$-f_{12} - f_{13} + g_1 = 0$$

$$f_{12} - f_{23} = 0,60$$

$$f_{13} + f_{23} = 0,20$$

$$|f_{12}| \leq 0,35n_{12}$$

$$|f_{13}| \leq 0,40n_{13}$$

$$|f_{23}| \leq 0,40n_{23}$$

$$0 \leq g_1 \leq 0,80$$

$$n_{12} \in \{0, 1, 2\}$$

$$n_{13} \in \{0, 1, 2\}$$

$$n_{23} \in \{0, 1, 2\}$$

f_{12} , f_{13} , e f_{23} irrestritos

As incógnitas no problema são: v , n_{12} , n_{13} , n_{23} , f_{12} , f_{13} , f_{23} e g_1 .

$$\min v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij} \quad (4)$$

s.a.

$$S f + g = d$$

$$f_{ij} - (\gamma_{ij}^o + \gamma_{ij}^{eq})(\theta_i - \theta_j) = 0$$

$$|f_{ij}| \leq (\gamma_{ij}^{eq} + \gamma_{ij}^o) \bar{\phi}_{ij}$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro}$$

$$\gamma_{ij}^{eq} \text{ discreto}$$

$$f_{ij}, \theta_j \text{ irrestrito}$$

γ_{ij}^o é a susceptância equivalente dos circuitos existentes no caminho $i - j$ na configuração base, γ_{ij} é a susceptância de um circuito no caminho $i - j$, γ_{ij}^{eq} é a susceptância equivalente dos circuitos adicionados no caminho $i - j$.

$$n_{ij} = \frac{\gamma_{ij}^{eq}}{\gamma_{ij}} \quad \bar{\phi}_{ij} = \frac{\bar{f}_{ij}}{\gamma_{ij}}$$

Modelo híbrido linear

$$\min v = \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}$$

s.a.

$$S f + S^0 f^0 + g = d$$

$$f_{ij}^0 - \gamma_{ij}^0 (\theta_i - \theta_j) = 0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_1$$

$$|f_{ij}^0| \leq \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \quad \forall (i,j) \in \Omega_1$$

$$|f_{ij}| \leq \bar{f}_{ij} n_{ij} \quad \forall (i,j) \in \Omega$$

$$0 \leq g \leq \bar{g}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ inteiro}$$

$$\theta_j, f_{ij} \text{ irrestrito}$$

onde S^0 é a matriz de incidência nó-ramo do sistema existente na configuração base, f^0 é o vetor de fluxos nos circuitos existentes na configuração base, S é a matriz de incidência nó-ramo do sistema completo, f é o vetor de fluxos nos circuitos adicionados e os θ_j são os ângulos de fase das barras que estão ligadas ao sistema elétrico na configuração base.

Modelo híbrido linear para o sistema de 3 barras

$$\min v = 3n_{12} + 2n_{13} + 2n_{23} \quad (5)$$

s.a.

$$-f_{13}^o \quad -f'_{12} - f'_{13} \quad + g_1 = 0$$

$$-f_{23}^o + f'_{12} \quad - f'_{23} = 0, 60$$

$$f_{13}^o + f_{23}^o \quad + f'_{13} + f'_{23} = 0, 20$$

$$f_{13}^o = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_3)$$

$$f_{23}^o = \frac{1}{2}(\theta_2 - \theta_3)$$

$$|f_{13}^o| \leq 0, 40$$

$$|f_{23}^o| \leq 0, 40$$

$$|f'_{12}| \leq 0, 35 n_{12}$$

$$|f'_{13}| \leq 0, 40 n_{13}$$

$$|f'_{23}| \leq 0, 40 n_{23}$$

$$0 \leq g_1 \leq 0, 80$$

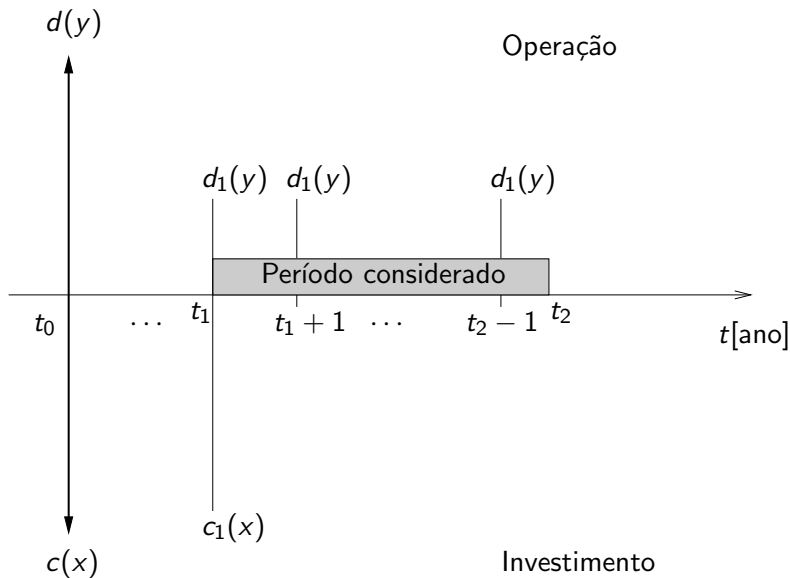
$$n_{12}, n_{13} \text{ e } n_{23} \in \{0, 1, 2\}$$

$$f_{13}^o, f_{23}^o, f'_{12}, f'_{13}, \text{ e } f'_{23} \text{ irrestritos}$$

$$\theta_1, \theta_2, \text{ e } \theta_3 \text{ irrestritos}$$

As incógnitas no problema são: $v, n_{12}, n_{13}, n_{23}, f'_{12}, f'_{13}, f'_{23}, f_{13}^o, f_{23}^o, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ e g_1

Planejamento multi-estágio



Modelo de transportes multi-estágio

$$\min v = \sum_{t=1}^T \left[\delta_{inv}^t \sum_{(i,j)} c_{ij} n_{ij}^t \right] \quad (6)$$

s.t.

$$S^t f^t + g^t = d^t$$
$$|f_{ij}^t| \leq \left(n_{ij}^o + \sum_{t=1}^T n_{ij}^t \right) \bar{f}_{ij} \quad (7)$$

$$0 \leq g^t \leq \bar{g}^t$$

$$0 \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t$$

$$\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij} \quad (8)$$

$$n_{ij}^t \text{ inteiro}$$

$$f_{ij}^t \text{ irrestrito}$$

$$\forall (i,j) \in \Omega; \quad t = 1, 2, \dots, T.$$