



# Otimização a Múltiplos Objetivos de Dispositivos Eletromagnéticos pelo Método dos Elementos Finitos

Luiz Lebensztajn

# Otimização a Múltiplos Objetivos

- Quando há necessidade de Otimização a Múltiplos Objetivos?
- Requisitos conflitantes
- Exemplo típico: Aumento de rendimento com diminuição de massa de um motor elétrico.

# Otimização a Múltiplos Objetivos

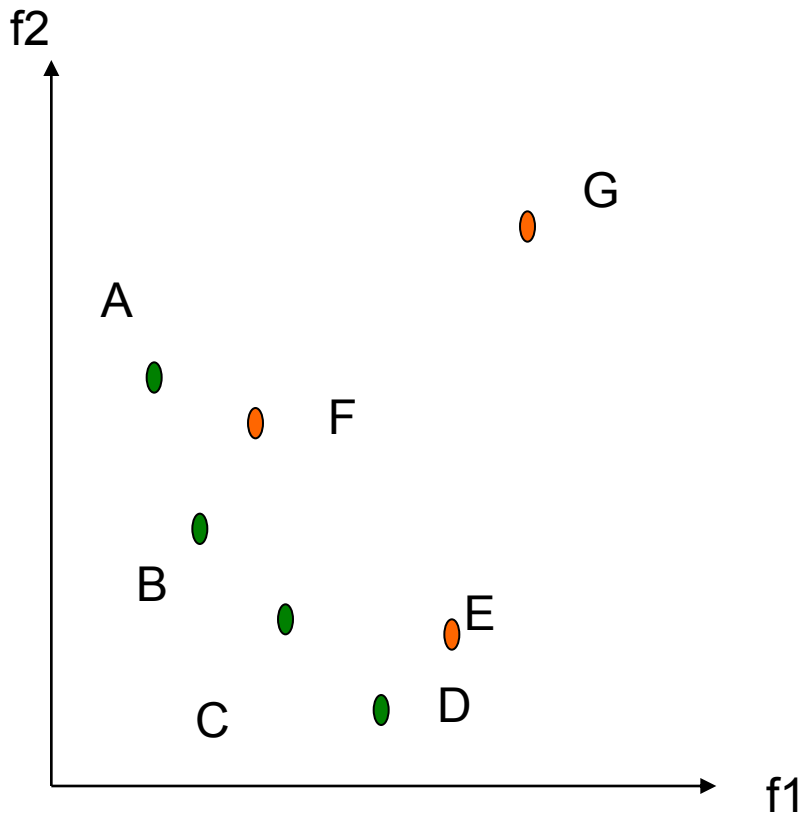
- Minimize  $[f_1(x) f_2(x) f_3(x) \dots f_n(x)]$
- Sujeito a 
$$\begin{cases} g_i(x) \leq 0 & i = 1, \dots, p \\ h_j(x) = 0 & j = 1 \dots q \end{cases}$$
- $f, g, h$  serão funções de aproximação

# Método da Soma Ponderada

- ❑ intuitivo
- ❑ definição de pesos
- ❑ importância diferente para cada objetivo
- ❑ uma solução por simulação
- ❑ unidades das funções

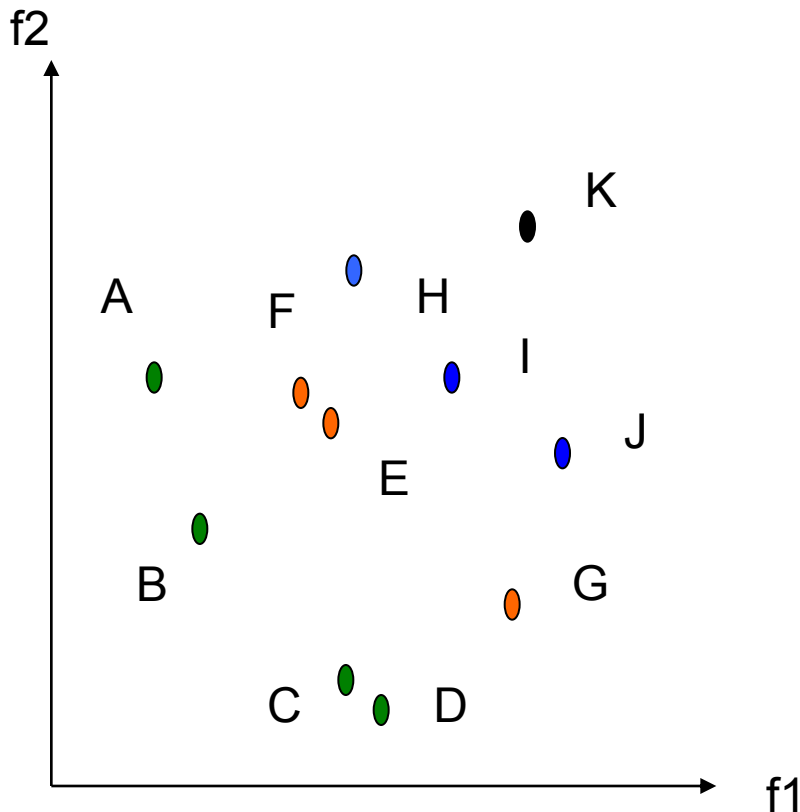
$$\min \sum_{i=1}^k w_i f_i(\bar{x}) \cdot c_i$$
$$c_i = 1 / [\max_{i=1}^k (f_i) - \min(f_i)]$$

# Soluções Pareto-ótimas e o Conceito de Dominância



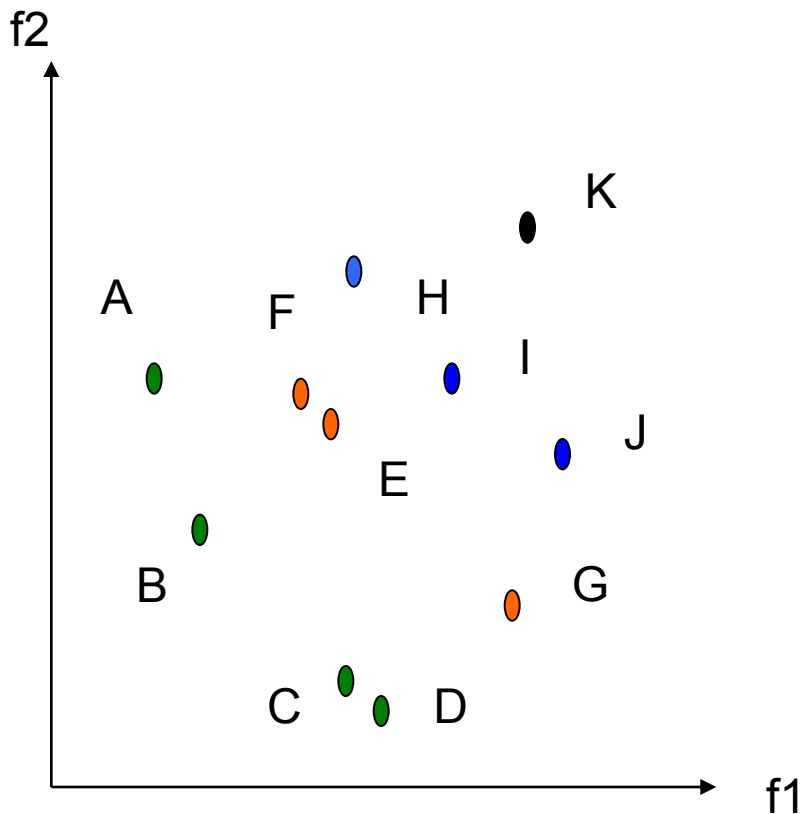
- Minimizar  $f_1$  e  $f_2$
- G é o pior de todos os elementos. G é dominado por todos.
- A é indiferente a F
- B domina F
- Logo F é dominado.
- Analogamente, E é dominado.
- A, B, C e D são não-dominados ou Pareto-ótimos e são candidatos a solução do problema a múltiplos objetivos.

# Nondominated Sorted Genetic Algorithm (NSGA)



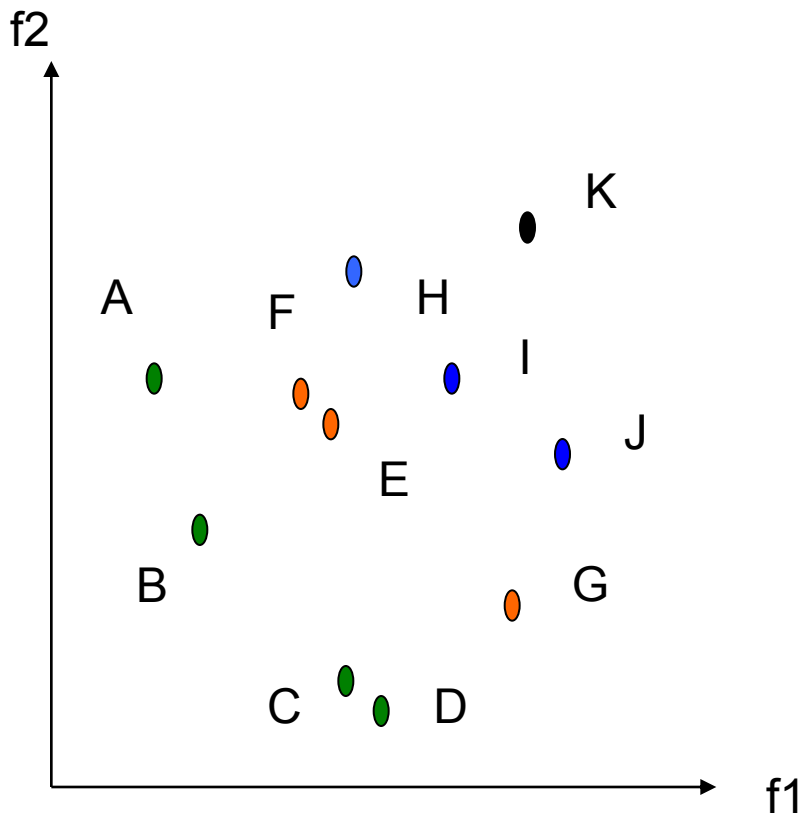
- Etapa 1
  - Classifica-se os não dominados
- Etapa 2
  - Eles são retirados do conjunto
- Etapa 3
  - Retorna-se a Etapa 1
- Até que todos os elementos sejam classificados

# Nondominated Sorted Genetic Algorithm (NSGA)



Elemento	Aptidão
A, B, C, D	1
E, G, F	2
H, I, J	3
K	4

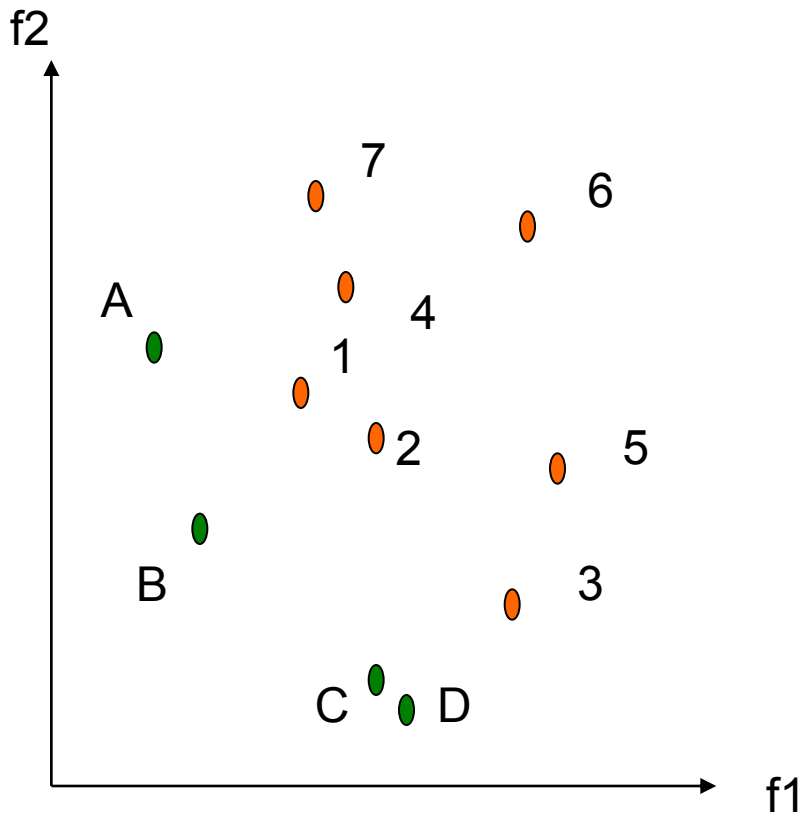
# Inserção de Diversidade no NSGA



Elemento	Aptidão
A, B, C	1
D	1.5
E, G	2
F	2.5
H, I, J	3
K	4

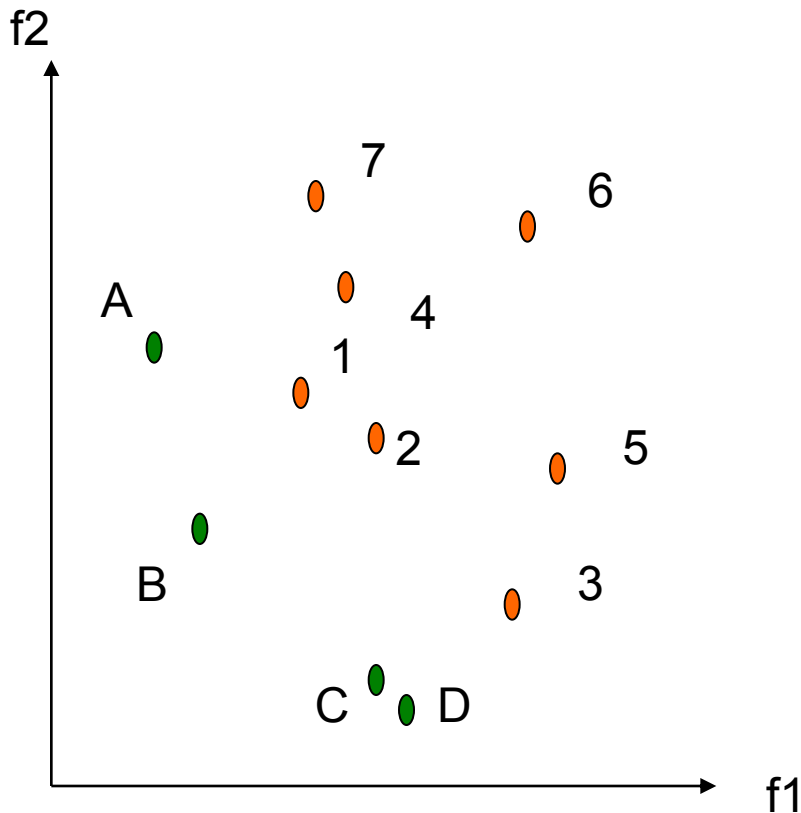


# Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA)



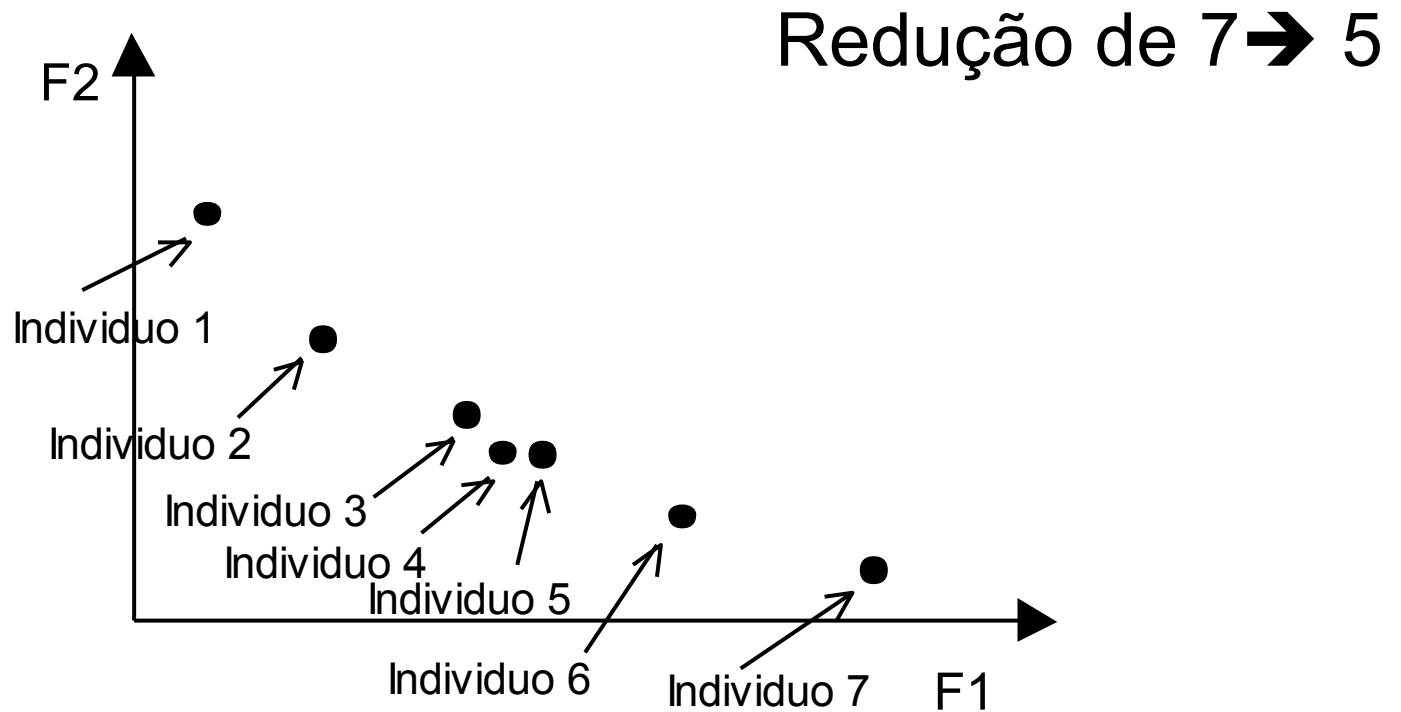
- Minimizar  $f_1$  e  $f_2$
- **Arquivo** Não Dominados (A->D) e **População** (1->7).
- A domina 4, 6 e 7, Força de A =  $3/(7+1)=3/8$
- B domina 1,2,4,5,6,7, Força de B =  $6/(7+1)=6/8$
- 4 é dominado por A e B, logo Força de 4 =  $(3/8 + 6/8)+1 = 17/8$
- Mecanismo de Cluster no arquivo (C ou D deve ser eliminado).

# Strength Pareto Evolutionary Algorithm (SPEA)

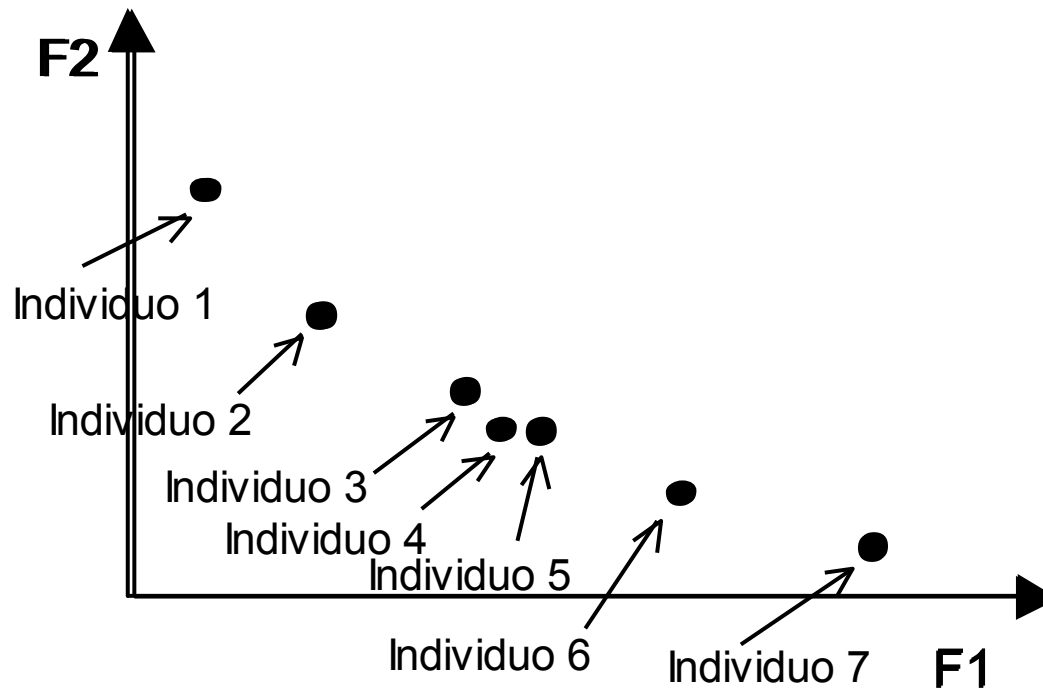


Elemento	Aptidão
A	3/8
B	6/8
C	5/8
D	5/8
1	14/8
2	14/8
3	18/8
4	17/8
.....	.....

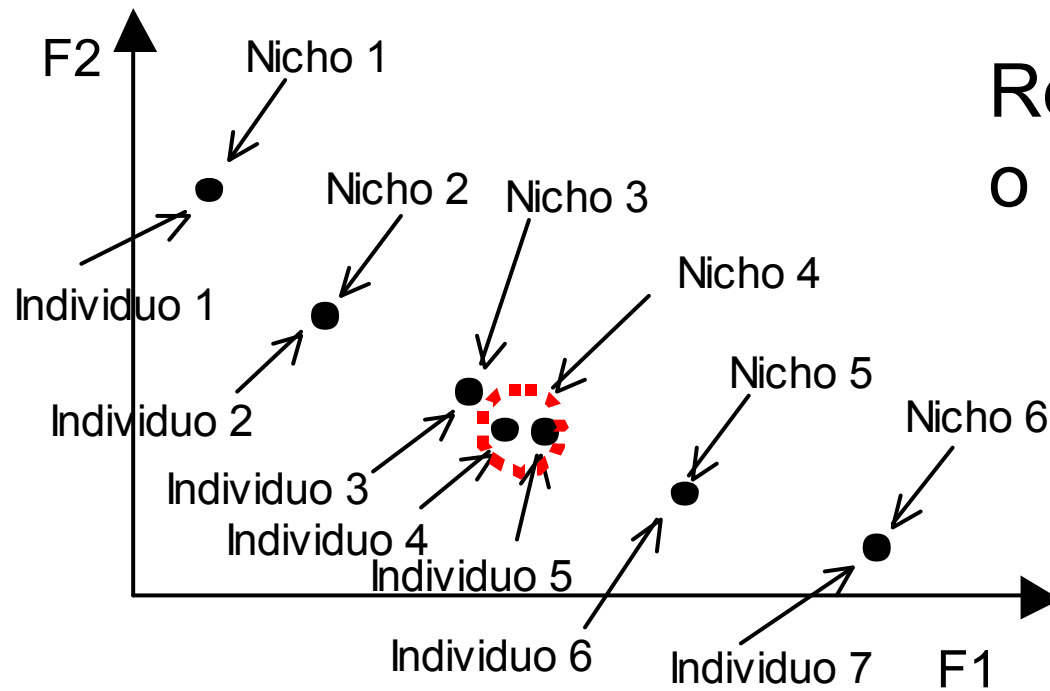
# SPEA – Cluster Redução do Conjunto de Pareto



# SPEA – Cluster Redução do Conjunto de Pareto

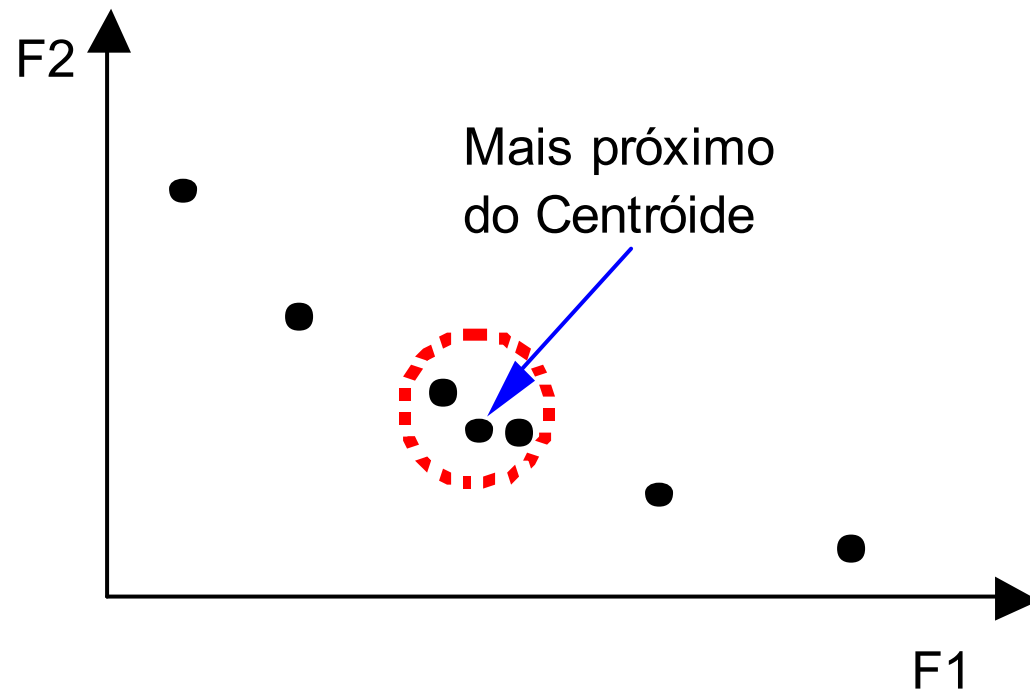


# SPEA – Cluster Redução do Conjunto de Pareto

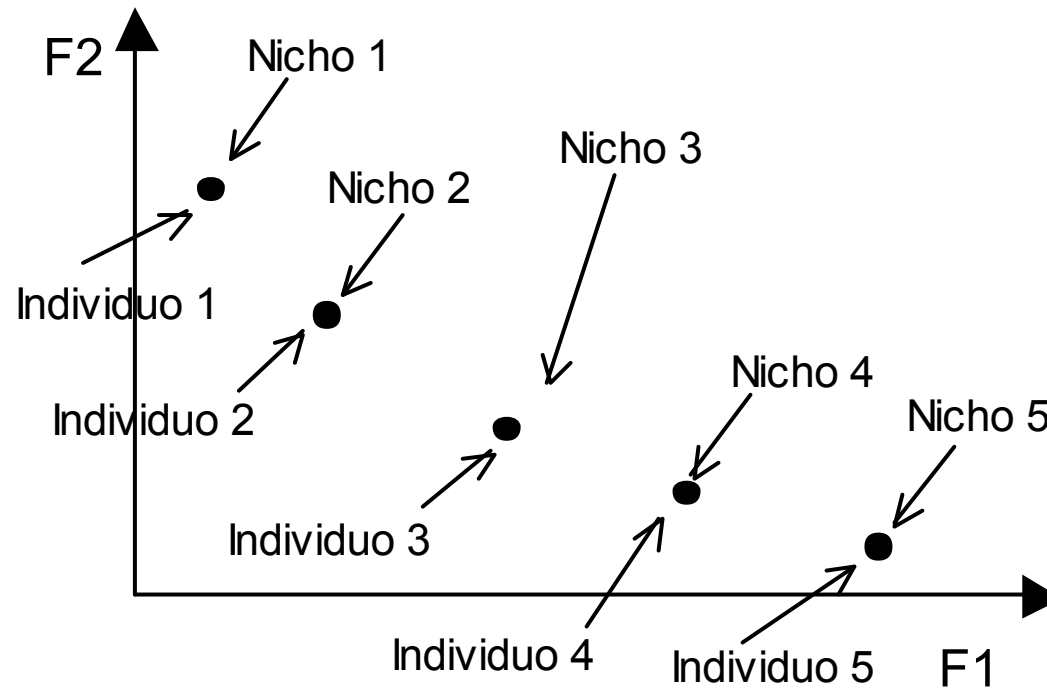


Repete-se  
o procedimento

# SPEA – Cluster Redução do Conjunto de Pareto

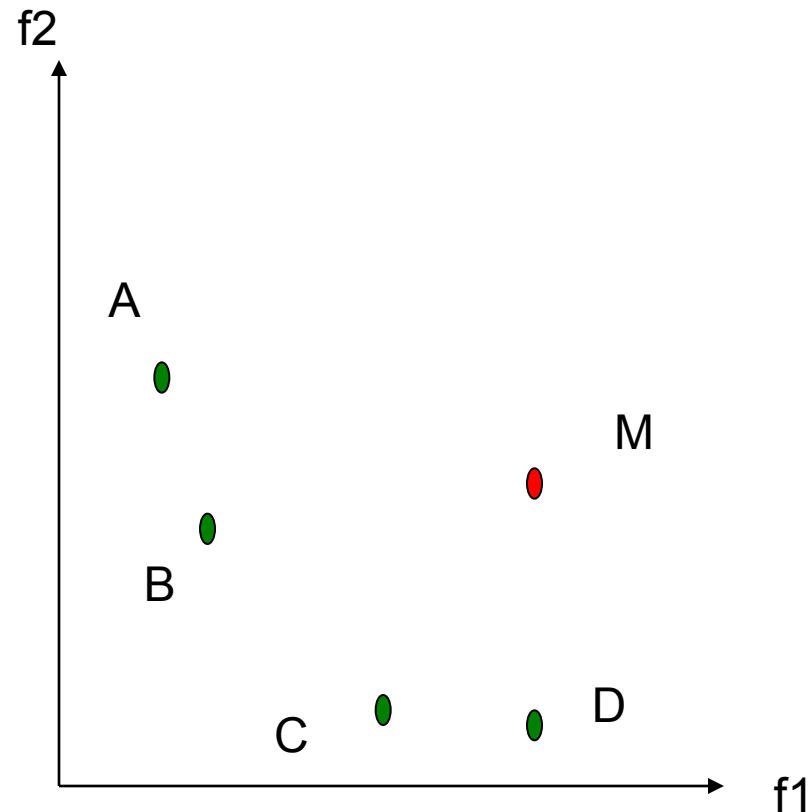


# SPEA – Cluster Redução do Conjunto de Pareto



# Pareto Archived Evolutionary Strategy PAES (1+1)

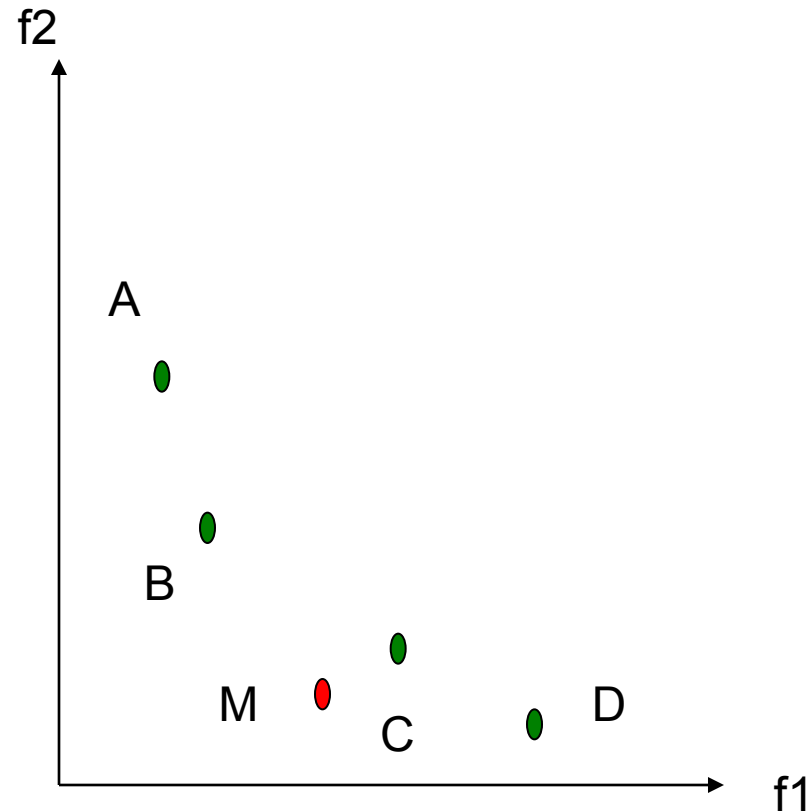
1. Gera-se uma solução aleatória factível  $C$  e adiciona-a ao arquivo;
2. Use o operador de mutação sobre  $C$  para produzir  $M$  e avalie  $m$ ;
3. Se ( $C$  domina  $M$ ) {descarte  $M$ };





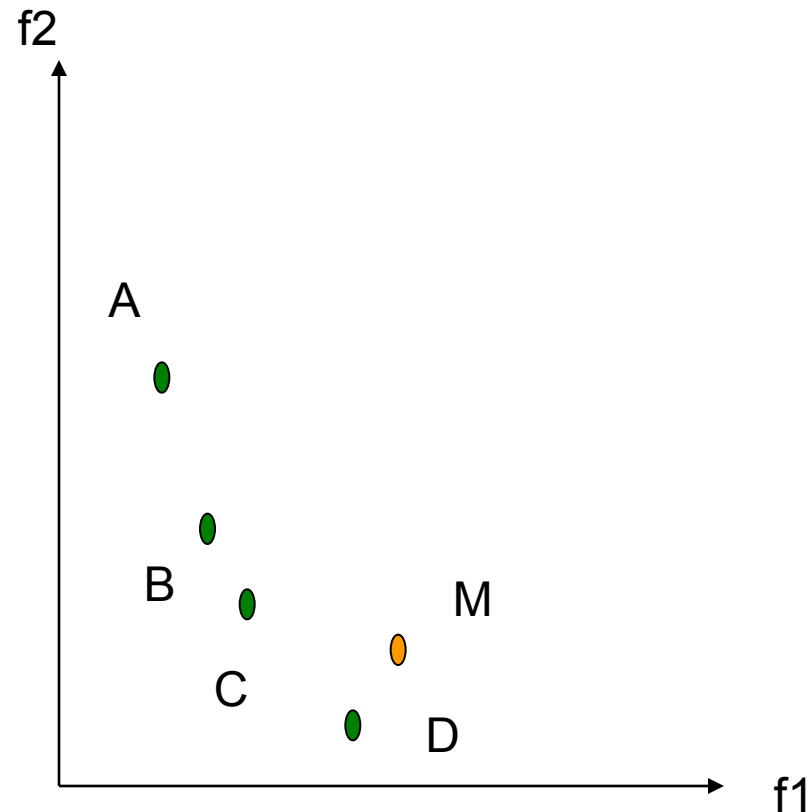
# Pareto Archived Evolutionary Strategy PAES (1+1)

1. Gera-se uma solução aleatória factível  $C$  e adicione-a ao arquivo;
2. Use o operador de mutação sobre  $C$  para produzir  $M$  e avalie  $m$ ;
3. Se ( $C$  domina  $M$ ) {descarte  $M$ };
4. senão se ( $m$  domina  $c$ ) {substitua  $c$  por  $m$  e adicione  $m$  ao arquivo de soluções não dominadas};



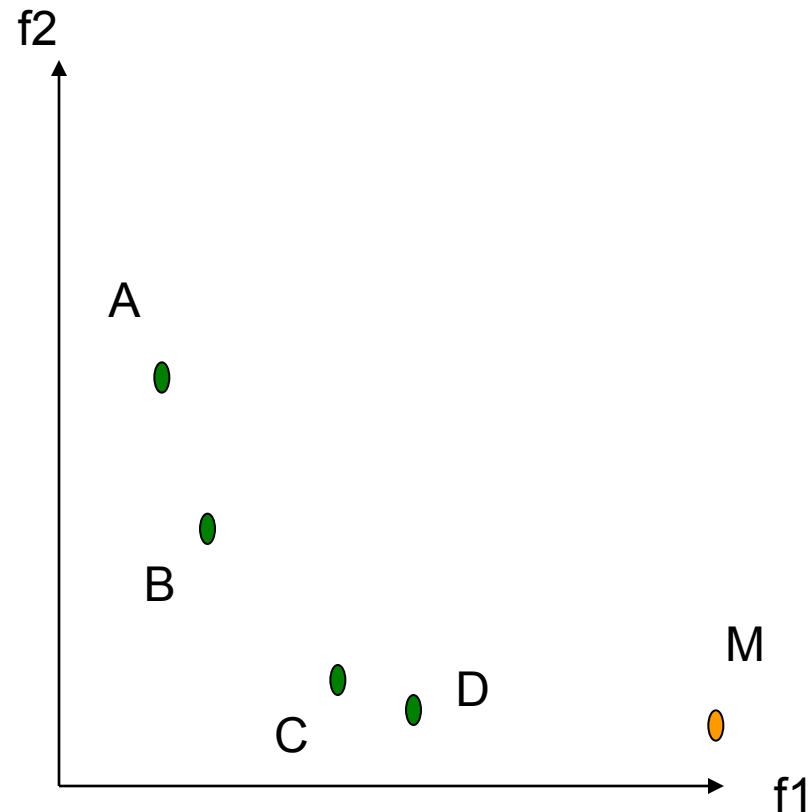
# Pareto Archived Evolutionary Strategy PAES (1+1)

1. Gera-se uma solução aleatória factível  $C$  e adicione-a ao arquivo;
2. Use o operador de mutação sobre  $C$  para produzir  $M$  e avalie  $m$ ;
3. Se ( $C$  domina  $M$ ) {descarte  $M$ };
4. senão se ( $m$  domina  $c$ ) {substitua  $c$  por  $m$  e adicione  $m$  ao arquivo de soluções não dominadas};
5. senão se ( $m$  é dominado por algum membro do arquivo) {descarte  $m$ };



# Pareto Archived Evolutionary Strategy PAES (1+1)

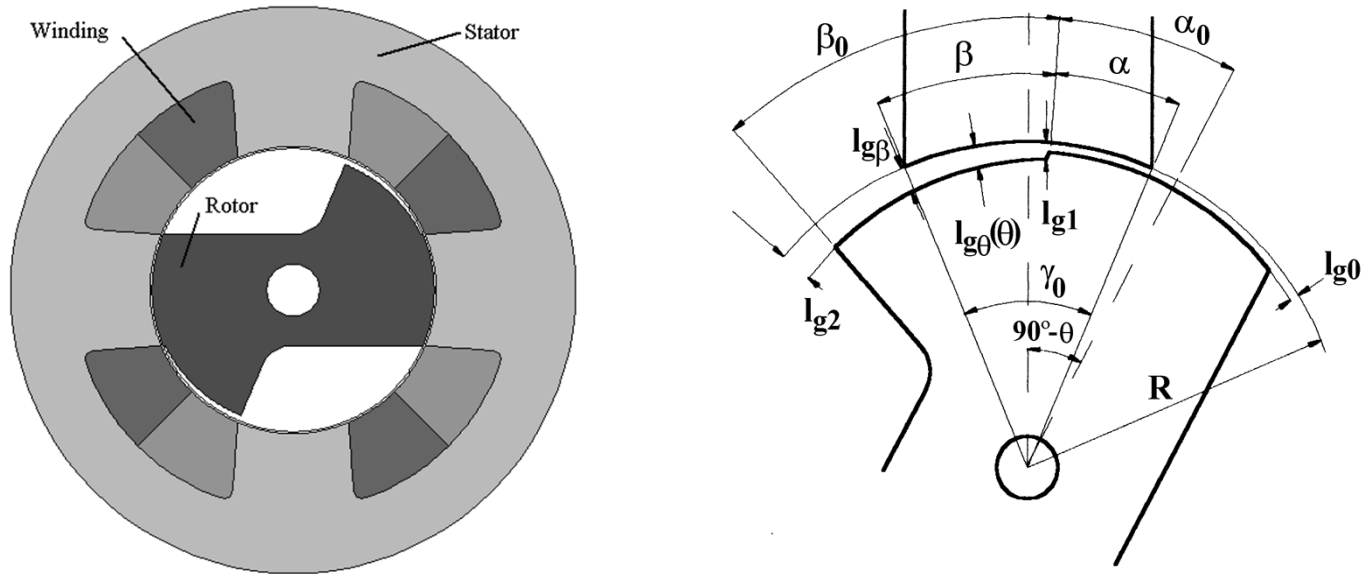
1. Gera-se uma solução aleatória factível  $C$  e adicione-a ao arquivo;
2. Use o operador de mutação sobre  $C$  para produzir  $M$  e avalie  $m$ ;
3. Se ( $C$  domina  $M$ ) {descarte  $M$ };
4. senão se ( $m$  domina  $c$ ) {substitua  $c$  por  $m$  e adicione  $m$  ao arquivo de soluções não dominadas};
5. senão se ( $m$  é dominado por algum membro do arquivo) {descarte  $m$ };
6. Se arquivo cheio e  $m$  é não dominado deve-se manter quem dá maior diversidade ao arquivo



# Exemplos

- Motor de relutância chaveado
  - Minimizar o ripple do torque;
  - Maximizar o torque médio
  
- TEAM Workshop Problem 25
  - Versão a Múltiplos Objetivos

# ✓ Motor Especial de Relutância Chaveado

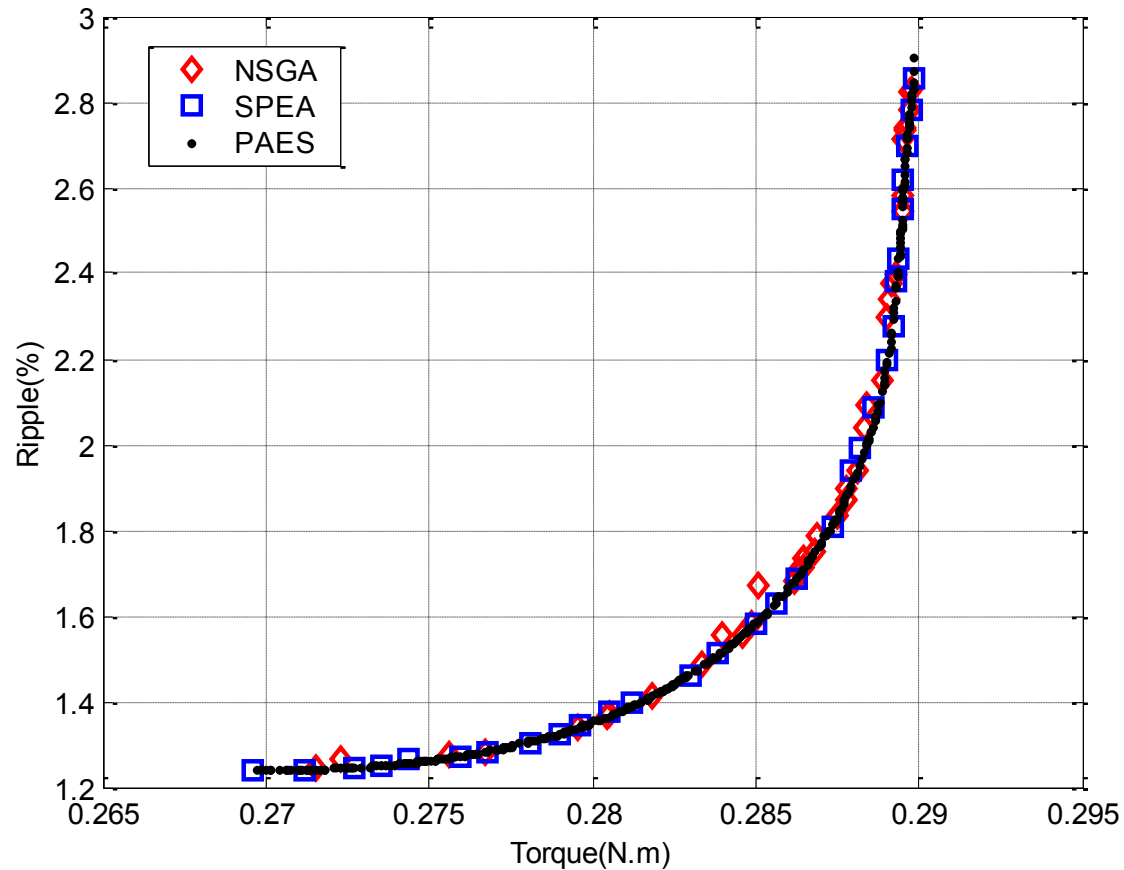


Maximizar o torque médio e Minimizar o ripple do torque

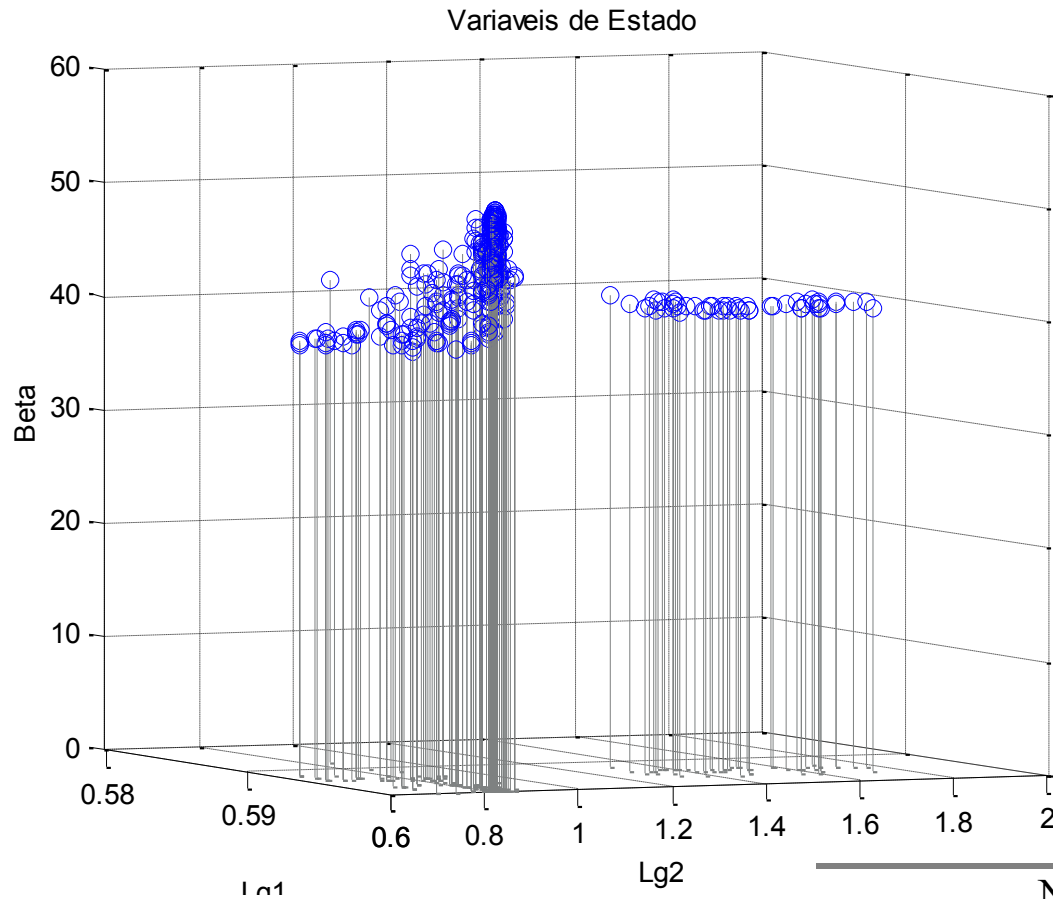
Parâmetros de otimização:  $\beta_0$ ,  $lg_1$  e  $lg_2$

*Problema Resolvido com Funções de Aproximação*

# ✓ Motor Especial de Relutância Chaveado



# ✓ Motor Especial de Relutância Chaveado



	NSGA	SPEA	PAES
NSGA	-	0	0,52
SPEA	30,77	-	1,30
PAES	71,79	53,33	-

# ✓ Resultados – Problema 25 do TEAM Workshop

## Problema original:

Minimizar o erro global do vetor de densidade de fluxo:

$$W = \sum_{i=1}^n \left\{ \left( B_{xip} - B_{xio} \right)^2 + \left( B_{yip} - B_{yio} \right)^2 \right\}$$

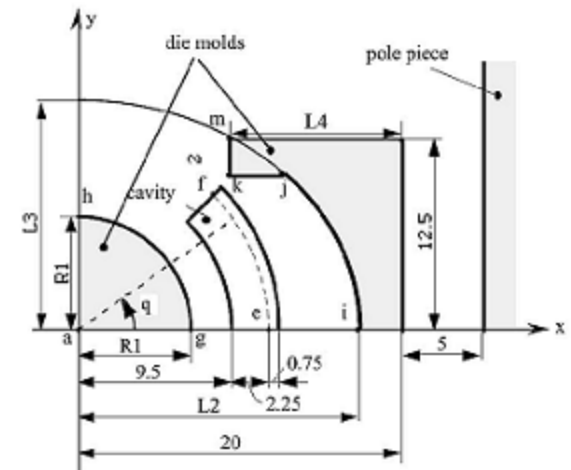
E posteriormente calcular:

- o desvio da amplitude

$$\varepsilon_{B_{\max}} = \max \left| \frac{B_p - B_o}{B_o} \right| \times 100\%$$

- o desvio do ângulo

$$\varepsilon_{\theta_{\max}} = \max \left| \theta_{Bp} - \theta_{Bo} \right|$$





## ✓ Resultados – Problema 25 do TEAM Workshop

### Solução a múltiplos objetivos

Minimizar: 
$$W = \sum_{i=1}^n \left\{ (B_{xip} - B_{xio})^2 + (B_{yip} - B_{yio})^2 \right\}$$

Minimizar: 
$$\varepsilon_{B \max} = \max \left| \frac{B_p - B_o}{B_o} \right| \times 100\%$$

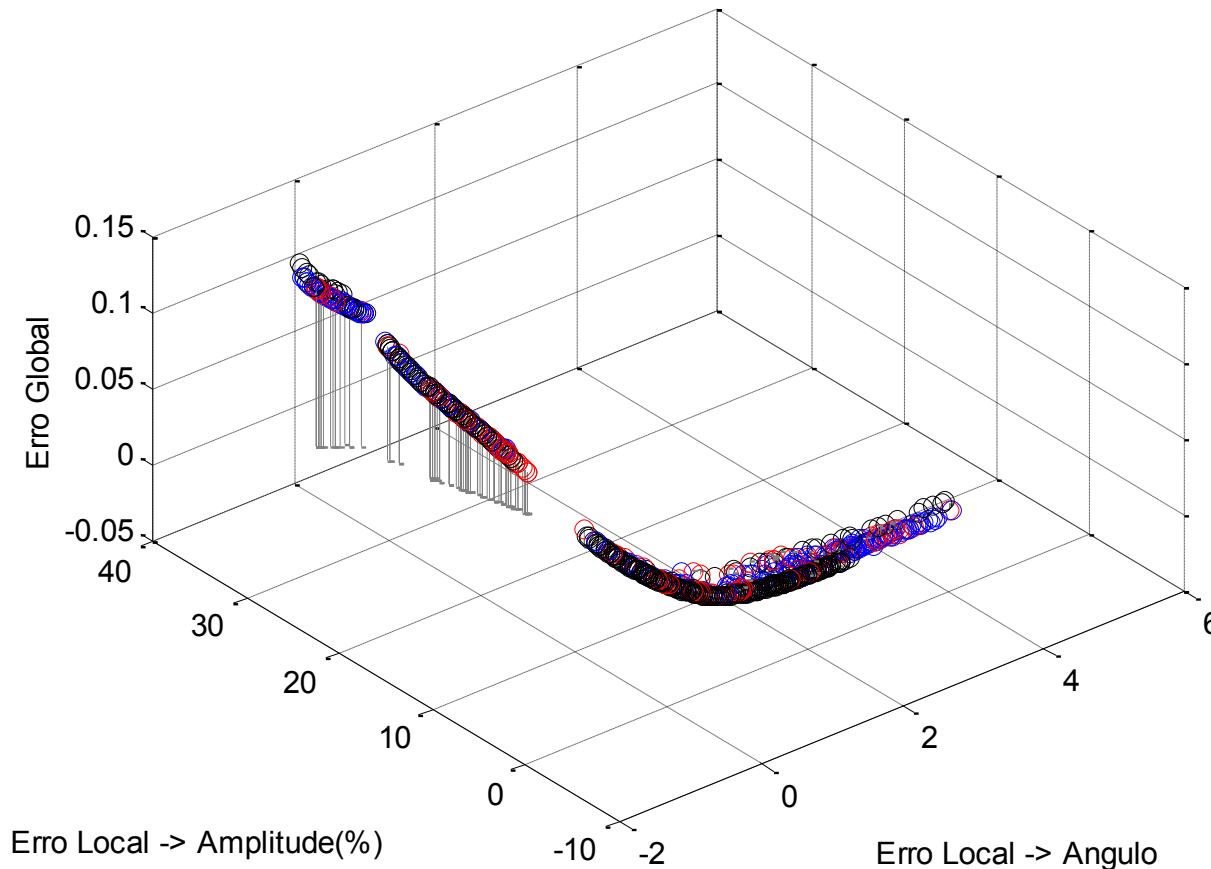
Minimizar: 
$$\varepsilon_{\theta \max} = \max \left| \theta_{Bp} - \theta_{Bo} \right|$$

Sujeitas a:

$$5 < R_1 < 9,4$$
$$12,6 < L_2 < 18$$
$$14 < L_3 < 45$$
$$4 < L_4 < 19$$

Obs.: o parâmetro  $L_3$  foi imposto constante e igual a 14 e  
as três funções foram aproximadas

# ✓ Resultados – Problema 25 do TEAM Workshop



	NSGA	SPEA	PAES
NSGA	-	12,02	7,58
SPEA	26,44	-	9,42
PAES	40,61	20,15	-

# Bibliografia

- D. E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning, Addison-Wesley, 1989.
- K. Deb Multi-Objective Evolutionary Optimization John Wiley & Sons 2001
- N. Srinivas, K. Deb, Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms, Evolutionary Computation, v. 2, n.3, p.221-248, 1994.
- E. Zitzler, L. Thiele, Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. IEEE Trans. Evolutionary Computation, v.3, n. 4, p. 257-271, 1999.
- J. D. Knowles, D. Corne, "Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy", Evolutionary Computation, v. 8, n.2, pp.149-172, 2000.
- G. Dhatt, G. Touzot, "Une présentation de la méthode des éléments finis", Editions Laloine, 1984