Exercícios do Seminário de Textura

Danielle Ribeiro Lopes

4 de novembro de 2018

1 Parametrização Cilíndrica

Abaixo segue os três primeiros passos para se obter a nova normal usando a parametrização cilíndrica.
1º) A parametrização é dada por:

$$F(s,t) = \begin{cases} x = cos\theta \\ y = sen\theta \\ z = z \end{cases}$$

onde $\theta = 2\pi s$ e $z = t$. Assim, temos: $F(s,t) = (cos(2\pi s), sen(2\pi s), t)$.
2º) Derivadas parciais:

$$fs = \frac{\partial F(s,t)}{\partial s} = (-2\pi sen(2\pi s), 2\pi cos(2\pi s), 0) \qquad ft = \frac{\partial F(s,t)}{\partial t} = (0,0,1)$$

.
3º) Calculando a normal entre fs e ft e os demais produtos vetoriais necessários para o cálculo da normal com perturbação:

$$N(s,t) = fs \times ft = \begin{bmatrix} i & j & k \\ -2\pi sen(2\pi s) & 2\pi cos(2\pi s) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (2\pi cos(2\pi s), 2\pi sen(2\pi s), 0)$$

$$|N| = \sqrt{4\pi^2(cos^2(2\pi s) + sen^2(2\pi s)} = 2\pi \qquad n = \frac{N(s,t)}{|N|} = (cos(2\pi s), sen(2\pi s), 0)$$

$$fs \times n = \begin{bmatrix} i & j & k \\ -2\pi sen(2\pi s) & 2\pi cos(2\pi s) & 0 \\ cos(2\pi s) & sen(2\pi s) & 0 \end{bmatrix} = (0,0,-2\pi)$$

$$n \times ft = \begin{bmatrix} i & j & k \\ cos(2\pi s) & sen(2\pi s) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = (sen(2\pi s), -cos(2\pi s), 0)$$

2 Parametrização Esférica

Abaixo segue os três primeiros passos para se obter a nova normal usando a parametrização esférica.
1º) A parametrização é dada por:

$$F(s,t) = \begin{cases} x(\varphi,\theta) = sen\varphi cos\theta \\ y(\varphi,\theta) = sen\varphi sen\theta \\ z(\varphi,\theta) = cos\varphi \end{cases}$$

onde $\varphi = t\pi$ e $\theta = 2\pi s$. Assim, temos: $F(s,t) = (sen(t\pi)cos(2\pi s), sen(t\pi)sen(2\pi s), cos(t\pi))$.
2º) Derivadas parciais:

$$fs = \frac{\partial F(s,t)}{\partial s} = (-2\pi sen(t\pi)sen(2\pi s), 2\pi sen(t\pi)cos(2\pi s), 0)$$

$$ft = \frac{\partial F(s,t)}{\partial t} = (\pi cos(t\pi)cos(2\pi s), \pi cos(t\pi)sen(2\pi s), -\pi sen(t\pi))$$

.
3º) Calculando a normal entre fs e ft e os demais produtos vetoriais necessários para o cálculo da normal com perturbação:

$$N(s,t) = fs \times ft = \begin{bmatrix} i & j & k \\ -2\pi sen(t\pi)sen(2\pi s) & 2\pi sen(t\pi)cos(2\pi s) & 0 \\ \pi cos(t\pi)cos(2\pi s) & \pi cos(t\pi)sen(2\pi s) & -\pi sen(t\pi) \end{bmatrix}$$

$$= (-2\pi^2 sen^2(t\pi)cos(2\pi s), -2\pi^2 sen^2(t\pi)sen(2\pi s), -2\pi^2 sen(t\pi)cos(t\pi))$$

$$|N| = \sqrt{4\pi^4 sen^2(t\pi)(sen^2(t\pi)cos^2(2\pi s) + sen^2(t\pi)sen^2(2\pi s) + cos^2(t\pi))} = 2\pi^2 sen(t\pi)$$

$$n = \frac{N(s,t)}{|N|} = (-sen(t\pi)cos(2\pi s), -sen(t\pi)sen(2\pi s), -cos(t\pi))$$

$$fs \times n = \begin{bmatrix} i & j & k \\ -2\pi sen(t\pi)sen(2\pi s) & 2\pi sen(t\pi)cos(2\pi s) & 0 \\ -sen(t\pi)cos(2\pi s) & -sen(t\pi)sen(2\pi s) & -cos(t\pi) \end{bmatrix}$$

$$= (-2\pi sen(t\pi)cos(t\pi)cos(2\pi s), -2\pi sen(t\pi)cos(t\pi)sen(2\pi s), 2\pi sen^2(t\pi))$$

$$n \times ft = \begin{bmatrix} i & j & k \\ -sen(t\pi)cos(2\pi s) & -sen(t\pi)sen(2\pi s) & -cos(t\pi) \\ \pi cos(t\pi)cos(2\pi s) & \pi cos(t\pi)sen(2\pi s) & -\pi sen(t\pi) \end{bmatrix}$$

$$= (\pi sen(2\pi s), -\pi cos(2\pi s), 0)$$

3 Exercícios

1) Use a parametrização cilíndrica e um mapa de textura 100x100 texels para obter uma nova normal com perturbação.
Solução:
Dando continuidade aos passos para se obter a nova normal, temos:
4º) Defina a função bump como sendo as dimensões do mapa de textura, i.e., $b(s,t) = (100, 100)$.
5º) A nova normal com as coordenadas de textura deslocadas é dada por:

$$N'(s,t) = N(s,t) + bs(fs \times n) + bt(n \times ft)$$

$$= (2\pi cos(2\pi s), 2\pi sen(2\pi s), 0) + 100(0, 0, -2\pi) + 100(sen(2\pi s), -cos(2\pi s), 0)$$
$$= (2\pi cos(2\pi s) + 100sen(2\pi s), 2\pi sen(2\pi s) - 100cos(2\pi s), -200\pi)$$

2) Use a parametrização esférica e um mapa de textura 50x50 texels para obter uma nova normal com perturbação.
4º) Defina a função bump como sendo as dimensões do mapa de textura, i.e., $b(s,t) = (50, 50)$.
5º) A nova normal com as coordenadas de textura deslocadas é dada por:

$$N'(s,t) = N(s,t) + bs(fs \times n) + bt(n \times ft)$$

$$= (-2\pi^2 sen^2(t\pi)cos(2\pi s), -2\pi^2 sen^2(t\pi)sen(2\pi s), -2\pi^2 sen(t\pi)cos(t\pi))+$$
$$+50(-2\pi sen(t\pi)cos(t\pi)cos(2\pi s), -2\pi sen(t\pi)cos(t\pi)sen(2\pi s), 2\pi sen^2(t\pi))+$$
$$+50(\pi sen(2\pi s), -\pi cos(2\pi s), 0)$$
$$= (-2\pi^2 sen^2(t\pi)cos(2\pi s) + 50(-2\pi sen(t\pi)cos(t\pi)cos(2\pi s) + \pi sen(2\pi s)),$$
$$-2\pi^2 sen^2(t\pi)sen(2\pi s) + 50(-2\pi sen(t\pi)cos(t\pi)sen(2\pi s) - \pi cos(2\pi s)),$$
$$-2\pi^2 sen(t\pi)cos(t\pi) + 100\pi sen^2(t\pi))$$

3) Use a parametrização cilíndrica e um mapa de textura 200x200 texels para obter uma nova normal com perturbação.
Solução:
Dando continuidade aos passos para se obter a nova normal, temos:
4º) Defina a função bump como sendo as dimensões do mapa de textura, i.e., $b(s,t) = (200, 200)$.
5º) A nova normal com as coordenadas de textura deslocadas é dada por:

$$N'(s,t) = N(s,t) + bs(fs \times n) + bt(n \times ft)$$

$$= (2\pi cos(2\pi s), 2\pi sen(2\pi s), 0) + 200(0, 0, -2\pi) + 200(sen(2\pi s), -cos(2\pi s), 0)$$
$$= (2\pi cos(2\pi s) + 200sen(2\pi s), 2\pi sen(2\pi s) - 200cos(2\pi s), -400\pi)$$