Escola Superior de Agricultura
"Luiz de Queiroz"
Universidade de São Paulo

LCE0211 – Estatística Geral

Taciana Villela Savian
Sala 304, pav. Engenharia, ramal 237
tvsavian@usp.br
tacianavillela@gmail.com

Testes de Hipóteses

- A **estimação de parâmetros** e os **testes de hipóteses** são os elementos fundamentais da Inferência Estatística (generalização das informações obtidas de uma amostra).
- **Estimação:** estimar (por ponto ou por intervalo) um parâmetro qualquer da população (média, variância, proporção);
- **Teste de hipótese:** decidir se determinada afirmação sobre o parâmetro populacional é, ou não, apoiada pela evidência obtida de dados amostrais.

Testes de Hipóteses

- Exemplos:
  - Verificar se existe relação entre salário e sexo, em certa região. Pode-se lançar a seguinte hipótese: Na região em estudo, o pagamento de salários para os homens é diferente do que ocorre para as mulheres;
  - Para verificar o efeito de uma propaganda nas vendas de certo produto, tem-se interesse em verificar a veracidade da hipótese: A propaganda produz um efeito positivo nas vendas;

Testes de Hipóteses

- Exemplos:
  - Na condução de uma política educacional, pode-se ter interesse em comparar dois métodos de ensino: Os métodos de ensino tende a produzir resultados diferentes de aprendizagem.
- **Para verificar estatisticamente a veracidade de uma hipótese, precisamos de um conjunto de dados, observados adequadamente na população em estudo.**

Testes de Hipóteses

- As **hipóteses**
  - Em todo teste estatístico tem-se, basicamente, duas hipóteses que devem ser claramente especificadas;
  - Hipótese Nula (H_0) e Hipótese Alternativa $(H_1 ou\ H_a)$;
  - A Hipótese Nula(H_0) geralmente é descrita em termos de **igualdade de parâmetros populacionais** ou que os parâmetros populacionais são **iguais a um determinado valor** estabelecido pelo pesquisador;

Testes de Hipóteses

- As **hipóteses**
  - A Hipótese Alternativa (H_a) geralmente é descrita **em termos de desigualdade** podendo ser **maior (>), menor (<) ou apenas diferente (≠) do determinado valor especificado na Hipótese Nula**, geralmente é a negação da Hipótese Nula;

Testes de Hipóteses

- **As hipóteses**:
  - Na problemática de verificar se existe relação entre salário e sexo, em certa região, pode-se lançar a seguinte hipótese: Na região em estudo, o pagamento de salários para os homens é diferente do que ocorre para as mulheres;

H0: salário médio dos homens **é igual** ao salário médio mulheres

H1: salário médio dos homens **é diferente** do salário médio das mulheres

Testes de Hipóteses

- **As hipóteses**:
  - Para verificar o efeito de uma propaganda nas vendas de certo produto, tem-se interesse em verificar a veracidade da hipótese: A propaganda produz um efeito positivo nas vendas;

H0: as vendas **não aumentam** com a propaganda

H1: as vendas **aumentam** com a propaganda

Testes de Hipóteses

- **As hipóteses**:
  - Na condução de uma política educacional, pode-se ter interesse em comparar dois métodos de ensino: Os métodos de ensino tende a produzir resultados diferentes de aprendizagem;

H0: os dois métodos de ensino produzem **o mesmo resultado**

H1: os dois métodos de ensino produzem **resultados diferentes**

Testes de Hipóteses

- **Nível de significância de um teste**:
  - A decisão em um teste de hipótese sempre será em relação a hipótese nula (H0);
    - Rejeitar a H0;
    - Não rejeitar H0.

Sua decisão no teste	Hipótese Verdadeira	
	H0	H1
Rejeitar H0		
Não rejeitar H0		

Testes de Hipóteses

- **Nível de significância de um teste**:
  - A decisão em um teste de hipótese sempre será em relação a hipótese nula (H0);
    - Rejeitar a H0;
    - Não rejeitar H0.

Sua decisão no teste	Hipótese Verdadeira	
	H0	H1
Rejeitar H0	Erro	Acerto
Não rejeitar H0	Acerto	Erro

Testes de Hipóteses

- **Nível de significância de um teste (α)**:
  - **Erro Tipo I**: Decisão de rejeitar H0 quando de fato H0 é verdadeira.
    - Para evitá-lo, escolhemos um critério de decisão que torna este erro pouco provável → Nível de significância do teste (α) = probabilidade de cometer o Erro Tipo I

Sua decisão no teste	Hipótese Verdadeira	
	H0	H1
Rejeitar H0	Erro Tipo I	Acerto
Não rejeitar H0	Acerto	Erro Tipo II

Testes de Hipóteses

- **Nível de significância de um teste (α)**:
  - **Erro Tipo II**: Decisão de **NÃO** rejeitar H0 quando de fato H0 é falsa.
    - Para um tamanho fixo de amostra (n) não há como controlar simultaneamente os dois tipos de erro e convencionou-se que o mais sério é o Erro Tipo I.

Sua decisão no teste	Hipótese Verdadeira	
	H0	H1
Rejeitar H0	Erro Tipo I	Acerto
Não rejeitar H0	Acerto	Erro Tipo II

Testes de Hipóteses

- **Estatística** do teste
  - É o valor calculado a partir da amostra e que será utilizado na tomada de decisão em rejeitar ou não a hipótese H_0;
  - Em geral vamos utilizar a variável padronizada Z como estatística do teste e vamos compará-la com um valor tabelado da distribuição de referência (Normal Padronizada, t de Student) para tomarmos a decisão de rejeitar ou não a H_0;

Testes de Hipóteses

- **Região Crítica** do teste
  - Na distribuição de referência (Normal Padronizada, t de Student) precisamos definir o que seria a região crítica do teste, ou seja, a região em que iremos rejeitar a hipótese H_0 para um nível de significância pré-estabelecido pelo pesquisador (geralmente $\alpha = 0{,}05$);
  - Conjunto de valores assumidos pela variável aleatória ou estatística de teste para os quais a hipótese nula é rejeitada.

Testes de Hipóteses

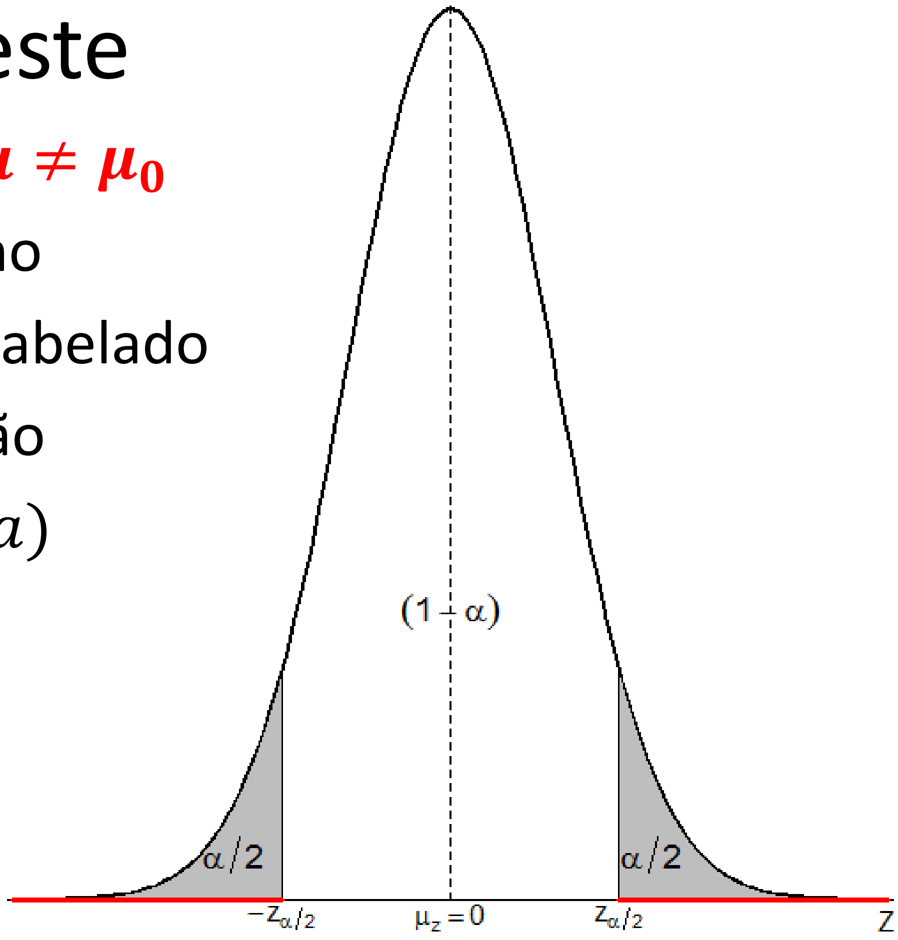
- **Região Crítica** do teste
  - Para estabelecer a região critica do teste, na distribuição de referência, precisamos avaliar a Hipótese Alternativa;
  - Em função da H_a podemos identificar três tipos de teste:
    - **TESTE BILATERAL**
    - **TESTE UNILATERAL À DIREITA**
    - **TESTE UNILATERAL À ESQUERDA**

Testes de Hipóteses

- **Região Crítica** do teste
- H_0: $\mu = \mu_0$ $\quad versus \quad$ $\boldsymbol{H_\alpha}$: $\boldsymbol{\mu \neq \mu_0}$
- Cada área cinza tem tamanho

$\alpha/2 = 0{,}025$ e os valores de Z tabelado determinam a Região de Rejeição da Hipótese H_0 $(Região\ Crítica)$

TESTE BILATERAL

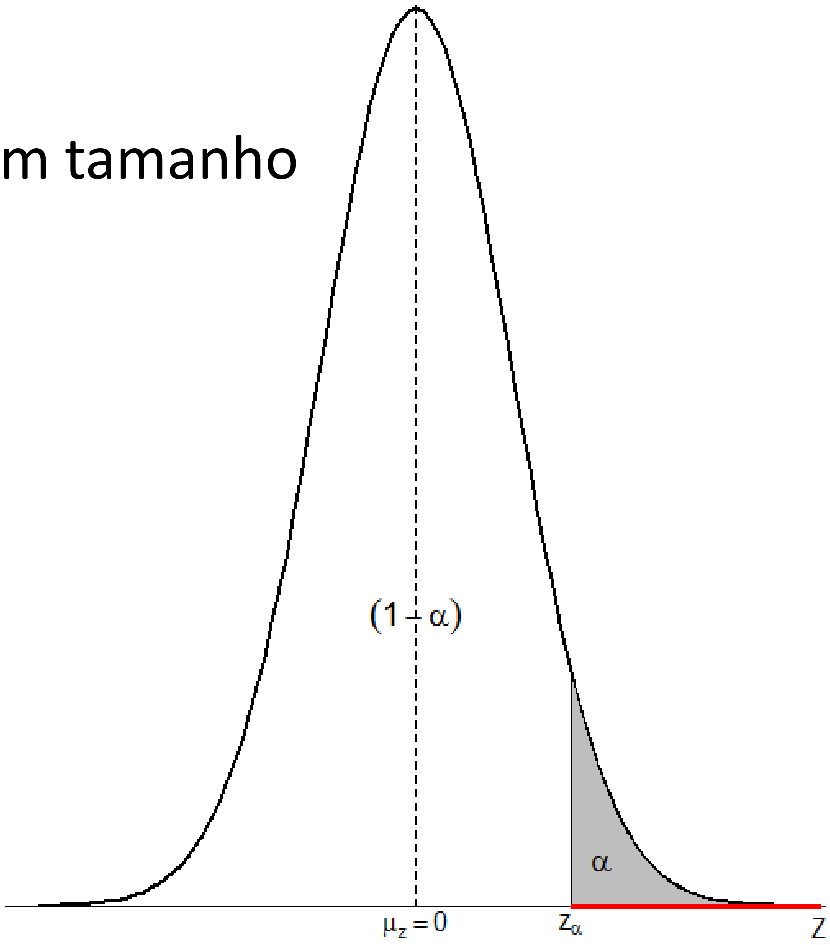


Testes de Hipóteses

- **Região Crítica** do teste
  - $H_0\text{: } \mu = \mu_0 \quad versus \quad \boldsymbol{H_a\text{: } \mu > \mu_0}$
  - A área cinza, à direita do gráfico tem tamanho

$\alpha = 0{,}05$ e os valores de Z tabelado determinam a Região de Rejeição da Hipótese H_0

TESTE UNILATERAL À DIREITA

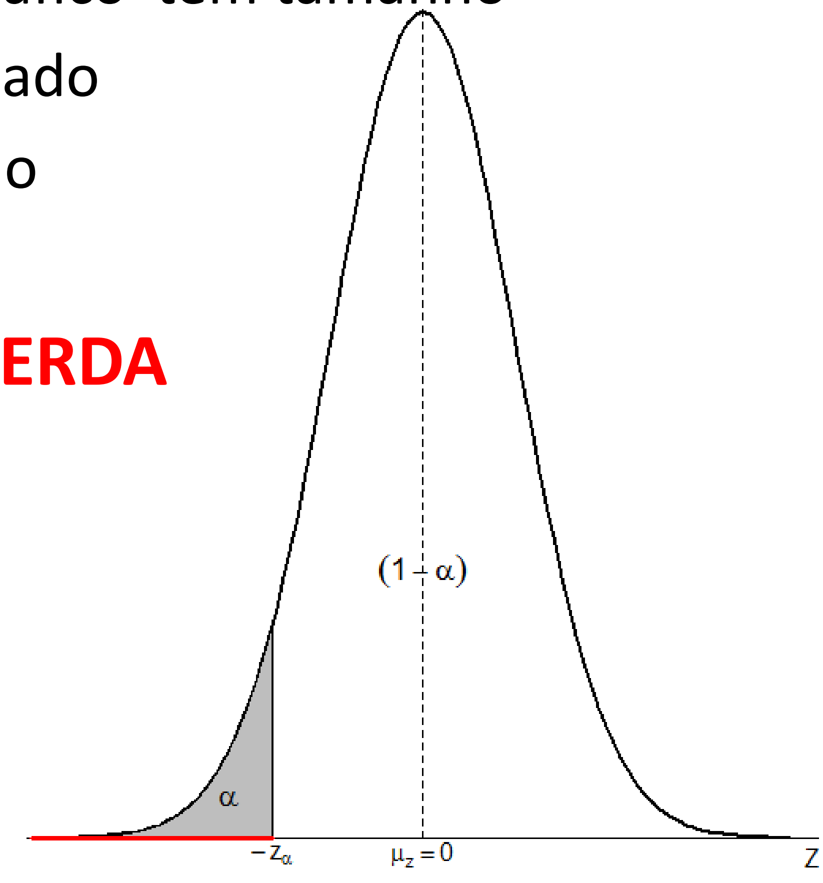


Testes de Hipóteses

- **Região Crítica** do teste
- H_0: $\mu = \mu_0$ $versus$ $\boldsymbol{H_\alpha}$: $\boldsymbol{\mu < \mu_0}$
- A área cinza, à esquerda do gráfico tem tamanho

$\alpha = 0{,}05$ e os valores de Z tabelado determinam a Região de Rejeição da Hipótese H_0

TESTE UNILATERAL À ESQUERDA



Testes de Hipóteses

- **Regra de Decisão** do teste
  - Se o valor da estatística do teste (Zc) estiver na região crítica do teste rejeita-se H_0. Concluindo que existe uma forte evidência de sua falsidade.

$$Z_c = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

  - Ao contrário, quando o valor da estatística do teste (Zc) não estiver na região crítica dizemos que não houve evidência significativa no sentido de rejeitar de Ho.

Testes de Hipóteses

- **Resumo dos passos**

1º Passo: Estabeleça as hipóteses H_0 e H_a;

2º Passo: Estabeleça o nível de significância α do teste;

3º Passo: Em função de sua H_a, Faça o esquema da distribuição de referência e identifique qual é a região crítica, ou região de rejeição da H_0;

4º Passo: Calcule a estatística do teste (Zc) e localize (posicione) esse valor na distribuição de referência;

5º Passo: Tire as conclusões do teste.

Teste de Hipótese para Média Populacional (μ) com σ^2 conhecida

- **Exemplo:** Uma máquina automática para encher pacotes de café enche-os segundo uma Normal, com média μ e variância igual a $400g^2$. A máquina foi regulada para μ=500g. Desejamos, periodicamente, colher uma amostra de 16 pacotes e verificar se a produção está sob controle, isto é, μ=500g ou não. Se em uma amostragem de pacotes fosse verificado $\bar{x} = 492g$, você pararia a produção para regular a máquina? Utilize um nível de significância (α) de 0,05.

Teste de Hipótese para Média Populacional (μ) com σ^2 conhecida

- **Exemplo:** A associação dos proprietários de indústrias metalúrgicas está preocupada com o tempo perdido com acidentes de trabalho, cuja média, nos últimos anos, tem sido da ordem de μ=60h/homem por ano e desvio padrão de 20h/homem por ano. Tentou-se um programa de prevenção de acidentes, após o qual foi tomada uma amostra de nove indústrias e medido o número de horas/homens perdidas por acidente, que foi de 50 horas. Você diria, usando um nível de significância (α) de 0,01, que há evidências de melhoria?

Teste de Hipótese para Média Populacional (μ) com σ^2 conhecida

- **Exemplo:** Sabe-se que o consumo mensal per capita de um determinado produto tem distribuição Normal, com desvio padrão 2kg. A diretoria de uma firma que fabrica esse produto resolveu que retiraria o produto da linha de produção se a média de consumo per capita fosse menor que 8kg. Caso contrário, continuaria a fabricá-lo. Foi realizada uma pesquisa de mercado, tomando-se uma amostra de 25 indivíduos, e verificou-se que $\sum_{i=1}^{25} X_i = 180kg$, em que X_i representa o consumo mensal per capita do indivíduo i da amostra. Utilizando um nível de significância de 0,05 e as informações da amostra, determine a decisão a ser tomada pela diretoria.

Teste de Hipótese para Média Populacional (μ) com σ^2 desconhecida

- Vimos que quando a variância populacional é desconhecida a distribuição amostral adequada é a Distribuição t de Student (tabela na pasta da disciplina).
- Relembrando:

$$\mathrm{Tc} = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}},$$ tem ***distribuição t de Student***,

que tem como único parâmetro a constante $\boldsymbol{\nu = n - 1}$ graus de liberdade.

Teste de Hipótese para Média Populacional (μ) com σ^2 desconhecida

- **Exemplo:** A receita média, em porcentagem, dos quase 600 municípios de um estado tem sido de 7%. O governo pretende melhorar esse índice e , para isso, está estudando alguns incentivos. Para verificar os efeitos desses incentivos foram sorteadas 10 cidades e estudado quais seriam as porcentagens investida neles. Os resultados foram, em porcentagem, 8, 10, 9, 11, 8, 12, 16, 9, 12 e 13. Os dados trazem evidências de melhoria, considerando um nível de significância de 5%?

Teste de Hipótese para Média Populacional (μ) com σ^2 desconhecida

- **Exemplo:** A precipitação pluviométrica anual em uma certa região segue uma distribuição Normal com média 30mm e variânciaσ^2. Para os nove últimos anos, foram obtidos os seguintes resultados: 30,5; 34,1; 27,9; 35,0; 26,9; 30,2; 28,3; 31,7; 25,8. Utilizando um nível de significância de 1%, ou α=0,01, construa um teste de hipótese para saber se a média de precipitação pluviométrica anual é maior que 30mm.

Teste de Hipótese para uma proporção (π)

- **Relembrando: usando teorema do Limite Central**

$$Zc = \frac{\hat{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}}$$

- **Exemplo:** O presidente do Clube A, afirma que 58% da população de sua cidade torce para seu time. O presidente do clube rival com o intuito de desmentir a afirmação, contrata uma pesquisa que entrevistou 200 pessoas na qual 107 afirmaram realmente torcer para o clube A. Formule a hipótese e realize o teste ao nível de significância de 5%.

Teste de Hipótese para uma proporção (π)

- **Exemplo:** Suponha que alguém tenha sugerido de experiências passadas que 60% das larvas de mosquito num certo lago deveriam ser da espécie *Aedes detritus*. Foram encontradas 60 larvas dessa espécie em uma amostra de 80 larvas. Os dados suportam esta hipótese? Considere α=0,01.