UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

História da Matemática

Os Nove Capítulos sobre a Arte Matemática

Daniel Arsego Balbinot - 8943452

Gustavo Hashizume - 5691602

Moisés Sakai - 9021302

Victor Hugo de Oliveira - 8537201

SÃO PAULO

2018

Introdução

O desenvolvimento da matemática na China, se assemelha em muitos aspectos ao desenvolvimento da matemática realizado no ocidente, neste trabalho será feita uma análise de um momento da história da matemática na China através do livro “Os Nove Capítulos da Arte Matemática”, que é um compilado de trabalhos de várias gerações de pesquisadores chineses.

China Antiga

Há muitas controvérsias acerca do período e até mesmo a real existência da primeira dinastia. Entretanto, os registros históricos chineses consideram como a primeira dinastia da China a Dinastia Xia (ou Hsia), tendo tido 17 imperadores. A primeira das dinastias chinesas é comumente relacionada a um grande evento, que, de acordo com dados mitológicos, seria a chamada Grande Enchente da China.

De acordo com a tradicional lenda de nascimento da civilização chinesa, uma enorme inundação que durou meses teria coberto a região do Rio Amarelo, mas um homem chamado Yu, conhecido também como Yu, o Grande, teria desenvolvido um sistema de drenagem que foi capaz de orientar as áreas de volta às margens do rio. Seria após esse episódio que Yu teria recebido um “chamado divino” para estabelecer então a Dinastia Xia.

Teria sido nesse período que a troca de commodities teria se desenvolvido, bem como o de um calendário baseado nos movimentos solar e lunar devido a necessidade de desenvolvimento agrícola nos povoados. Logo se percebe um surgimento das necessidades do desenvolvimento de conceitos matemáticos para a utilização no dia-a-dia, tanto na agricultura, como na cobrança de impostos.

A dinastia Qin (221 a 207 a.C) teria sido a primeira que centralizou o poder, unificando uma nação multicultural e étnica sob a ideia de uma mesma identidade, além de um mesmo idioma. Mesmo com uma duração de poucos anos, a dinastia Qin teria sido a responsável por estabelecer um sistema imperial que foi mantido posteriormente. Foi durante a dinastia de Qing que foram constuídos a Grande Muralha da China e os Guerreiros de Terracota, alguns dos principais pontos turísticos da China, portanto nota-se uma necessidade de construir uma identidade única, ressaltando as características do povo unificado e assim abrindo portas para a construção dos Nove Capítulos Sobre a Arte Matemática.

Como não há uma data real da escrita dos capítulos, a dinastia seguinte (Han 206 a.C. a 220 d.C.) é importante ser relatada pois possivelmente foi um período onde estaria sendo escrito. Durante a dinastia Han que foi estabelecida a chamada

Rota da Seda, que possibilitou uma maior ampliação na troca de conhecimentos entre a China e o Oriente Médio, desenvolvendo sua tecnologia para o trabalho rural e consequentemente para a compilação dos conhecimentos matemáticos até então.

Os Nove Capítulos Sobre a Arte Matemática

Escrito em torno de 200 a.C. a 100 a.C., o livro era uma compilação dos conteúdos matemáticos desenvolvido na China durante todo o período das dinastias até aquele momento seguindo possívelmente alinhando-se há ideia de desenvolver a identidade única do povo recém unificado. Como na época não havia papel, cada sociedade escrevia em materiais que lhes eram mais viáveis, no caso da China o material comumente utilizado, e que possivelmente não foi nesse livro, era o bambu. Devido a esse material não resistir a longos períodos, os nove capítulos Sobre a Arte Matemática não existe em versão original, mas sua construção foi feita por historiadores a partir de referências de escritores posteriores ao livro.

Como a realidade na China antiga ser distante do ocidente, o desenvolvimento da matemática segue a conceitos práticos, onde não havia a preocupação de se provar todo o desenvolvimento, mas era construído para a ação dos leitores ao dia-a-dia em diversas situações (não axiomático). Entretanto, o livro não deixa de ter uma significância para a China, pois relata-se que ele ainda é usado como base para desenvolvimento de materiais didáticos para o desenvolvimento educacional na China tendo em vista que são desenvolvidos muitos problemas no livro que são importantes para o desenvolvimento matemático em escolas e compreender como era o cotidiano daquele povo naquele período.

Capítulo 1 - Medição de Terras

Com 38 problemas, este capítulo pode ser dividido em dois tópicos, que seriam cálculo de áreas de figuras planas e frações. Dentre as figuras planas existe ainda uma subdivisão que são os polígonos e as figuras curvilíneas. Nas frações são abordadas as quatro operações, frações mistas, redução de frações, e um algoritmo para se encontrar o MDC entre dois denominadores.

O conteúdo do capítulo vai ficando mais complexo à medida em que o conteúdo avança, os primeiros cálculos de áreas são realizados com números inteiros, depois que são introduzidas as frações, o cálculo é agora feito com números racionais.

Exemplos:

Problema 2 - Dado um campo de 12 bu de largura e 14 bu de comprimento, qual a sua área?

Problema 5 - Qual a fração irredutível de 12/18?

Problema 7 - Qual a soma das frações ⅓ e ⅖ ?

Problema 17 - Se dividirmos 8 ⅓ de moedas para 7 pessoas, quantas moedas cada pessoa terá?

Problema 19 - Dado um campo de 4/7 bu de comprimento e ⅗ bu de largura, qual será a área?

Capítulo 2 - Milhete e Arroz

Este capítulo contém 46 problemas relacionados a taxa de câmbio entre grãos, feijões e sementes. O milhete ou painço, que está no nome do capítulo é um grão que se assemelha muito ao milho, numa proporção menor. O conteúdo deste

capítulo é uma sequência dos estudos de frações visto no capítulo um, pois serão abordados conceitos de proporção, e porcentagem.

Exemplo: Suponha que 50 unidades de painço tem o mesmo valor que 24 unidades de arroz branco. Quantas unidades de arroz branco você pode obter para 4 ½ unidades de painço?

Capítulo 3 - Distribuição por proporção

Neste capítulo, temos vinte problemas que envolvem proporção, retomando um tópico do capítulo dois, no entanto com problemas mais elaborados trabalhando os conceitos de proporções diretas, inversas e compostas. Encontram-se também, em particular, problemas relacionados a progressões aritmética e geométrica.

Exemplo: Três pessoas devem pagar impostos. Suponha que o valor pago por cada um seja proporcional a sua riqueza. Suponha que a primeira pessoa possui 560 moedas, a segunda 350 e a terceira 180. Se o total de imposto pago pelas três pessoas é de 100 moedas, quanto cada uma delas pagou?

Capítulo 4 - Larguras Curtas

Os 24 problemas deste capítulo podem ser divididos em três grupos:

1. Medidas pequenas: regra para somas de inteiros. Problemas de 1 a 11.
2. A regra da extração de raízes quadradas. Problemas de 12 a 18.
3. A regra da extração de raízes cúbicas. Problemas de 19 a 24.

Exemplo: O problema 12 é um problema de perseguição:

Um bom corredor pode dar 100 passos, enquanto um corredor fraco cobre 60 passos. O pobre corredor cobriu uma distância de 100 passos antes de o bom corredor partir em perseguição. Quantos passos leva o bom corredor antes que ele alcance o pobre corredor. [Resposta: 250 passos]

Por exemplo, raiz de 49 pode ser extraída assim pelo método chinês:

1º passo - 0 + 1 = 1
2º passo - 1 + 3 = 4
3º passo - 1 + 3 + 5 = 9
4º passo - 1 + 3 + 5 + 7 = 16
5º passo - 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25
6º passo - 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36
7º passo - 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 49

$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$

Capítulo 5 - Engenharias Civil

Com a consolidação de um império e o desenvolvimento da monarquia chinesa, se fez necessário o desenvolvimento de técnicas que propiciem o desenvolvendo das construções civis. Sendo assim o quinto capítulo é dedicado a problemas relacionados a construções civis, cuja preocupação central é o cálculo da força de trabalho necessária para efetuar obras como escavações, irrigação, construção de celeiros e etc. Como também o cálculo de materiais e obras primas necessárias para a construção.

Sendo assim o capítulo 5 traz diversos problemas que podem ser utilizados como base para outras situações problemas.

Capítulo 6 - Distribuição Justa Mercadoria

Contém 28 problemas envolvendo contagens. Os problemas são variados e dizem respeito a problemas com viagens, impostos, compartilhamentos, distribuição do cereal e o trabalho a diferentes setores da população.

Exemplo: Problema 26

Uma cisterna é preenchida por cinco canais. Abra o primeiro canal e a cisterna enche em ⅓ dia; com o segundo, preenche 1 dia; com o terceiro, em 21/2 dias; com o quarto, em 3 dias, e o quinto em 5 dias. Se todos os canais estiverem abertos, quanto tempo levará para encher a cisterna? [Resposta: 15/74 de um dia]

Capítulo 7 - Excesso e Déficit

Contém 20 problemas envolvendo excesso e déficit. Tais problemas dizem respeito a valores de mercadorias ou de moedas e podiam ser resolvidos com equações de primeiro grau.

Exemplo:

Uma mercadoria é comprada em conjunto. Se cada pessoa der 8 moedas, há um excesso de 3 moedas; Se cada pessoa der 7 moedas, há um déficit de 4 moedas. Encontre o total de pessoas e o custo da mercadoria.

Capítulo 8 - Cálculo por tabelas quadradas

Neste capítulo, há 18 problemas envolvendo o raciocínio que atualmente chamamos de sistemas lineares. Em geral o contexto se tratava de diferentes tipos de grãos. Diferente de nossa escrita, as contas eram feitas na vertical, mas o método de resolução se assemelha muito ao do escalonamento.

Capítulo 9 - Triângulos retos

Este capítulo possui 24 problemas relacionados a triângulos retângulos. Para suas resoluções, os chineses possuíam a Regra de Gougu. Esta regra é o que

chamamos de Teorema de Pitágoras, mas como a matemática desenvolvida na China não era axiomática, não pode ser chamada de teorema.

Exemplos:

Problema 1: em um triângulo retângulo, o cateto menor mede 3 e o cateto maior mede 4. Quanto mede a hipotenusa?

Existe uma cidade quadrada cuja dimensão do lado não é conhecida. No meio de cada muro tem um portão. Saindo do portão norte e andando 20 passos na mesma direção, há uma árvore. Saindo do portão sul, andando 14 passos nessa direção e, após isso, andando 1775 passos a oeste, podemos ver a árvore. Qual é a dimensão do lado da cidade?

Conclusão

Podemos observar que os problemas abordados nos nove capítulos deste livro apresentam conceitos de diversas áreas da matemática, tanto da aritmética, como da álgebra ou geometria. Em geral, estes problemas tinham suas soluções apresentadas empiricamente e não provadas axiomaticamente (no caso da geometria). O que não é um demérito, visto que não apresentavam erros conceituais e solucionavam as questões cotidianas que apareciam na época.

Referências

Nine Chapters on the Mathematical Art: http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/HistTopics/Nine_chapters.html

SHWARTZ. Randy K. A Classic from China: The Nine Chapters. Article. October 2008.

BURANDENBURG, Rik. NEVENZEEL, Keimpe. The Nine Chapters on the History of Chinese Mathematics. 2007.

YUAN, Ya-Xiang. Jiu Zhang Suan Shu and the Gauss Algorithm for Linear Equations. 2012