

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**  
**INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA**

**NOME DOS INTEGRANTES:**

Cleber Ribeiro Cruz

Enrico Bruno de Oliveira Castro

Roberta Stoppe Nogueira

Victoria Mazza Garcia de Souza

SEMINÁRIO I HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

NÚMEROS NA ÍNDIA

São Paulo - SP

2018

Historicamente, quando pensamos nas contribuições da Ásia para a Matemática, devemos ressaltar os principais impérios da época: China, Arábia e Índia. Embora os Árabes e os Chineses tenham contribuído muito para o avanço da matemática, foi na Matemática Hindu que encontramos as primeiras aparições do sistema posicional decimal tal como conhecemos hoje.

Não se sabe ao certo a data do advento da matemática na Índia, mas acredita-se que essa surgiu lá por volta de 1200 a.C., sendo o período clássico datado de 400 a 1600, o foco deste trabalho.

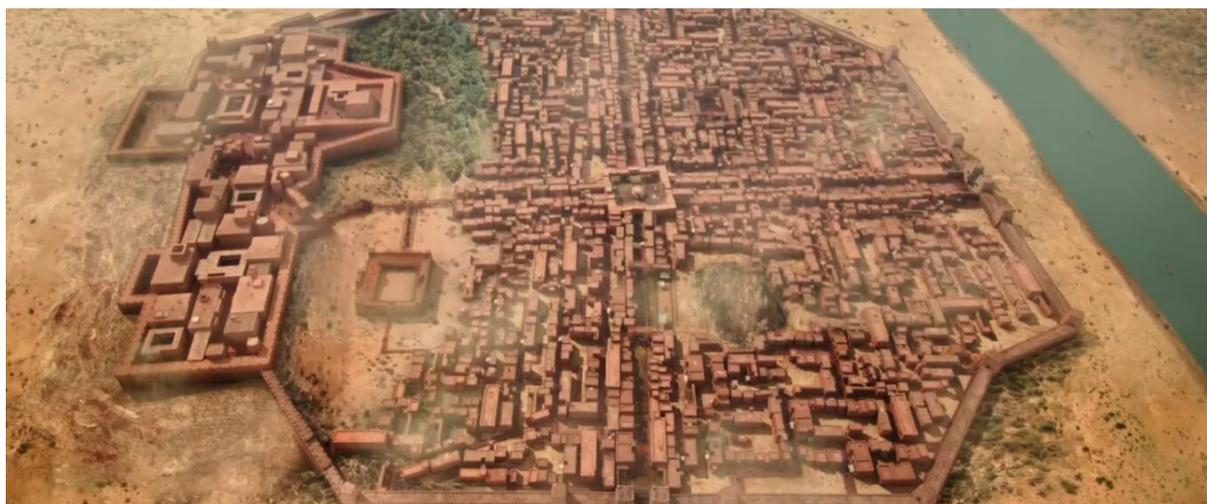
Existe dificuldade em estudar a matemática indiana devido ao poucos registros encontrados, devido ao uso de materiais perecíveis para registro das informações, usavam cascas de árvore e bambu.

Acredita-se que a cidade de Mohenjo Daro seja o berço da civilização indiana, construída por volta do século XXVI a.C., essa cidade foi descoberta por arqueólogos em 1922 onde hoje é o sul do Paquistão, lá foi possível encontrar uma estrutura urbana bastante avançada, com prédios com alguns andares e sistemas de esgoto, estima-se que a cidade abrigasse até 40 mil pessoas, número considerável de pessoas para manter e que também induzem ao desenvolvimento de técnicas para gerenciamento dos recursos e construção das infra-estruturas.

Essa cidade possui uma infraestrutura bastante precisa, com ruas ortogonais e organizadas de maneira gradeada, com as ruas secundárias, na direção leste-oeste, tendo em geral metade da largura das ruas principais, que ficam na direção norte-sul, com túneis construídos com um terço ou um quarto da largura das ruas principais, demonstrando preocupação com o fluxo e movimentação do trânsito na cidade. Tanto nessa como em outras cidades da região as construções foram feitas utilizando tijolos padronizados com 7x28cm, e no sistema de escoamento do esgoto foram utilizados tijolos queimados.



Todas essas técnicas demonstram além de experiência, precisão nos estudos das necessidades da civilização e na execução da obra. Nas imagens, “a casa do chefe”<sup>1</sup>, sendo possível visualizar as técnicas de construção aplicadas, e abaixo uma visão superior da cidade<sup>2</sup>, com suas ruas e organização



Embora seja muito difícil determinar com precisão as datas dos documentos dessa civilização, podemos dividir as descobertas e os estudos indianos em matemática em quatro períodos como forma de organizar nossas considerações, que tem como elementos de destaque: os Sulvasutras, ou o conjunto de regras das cordas, escrito antes do século II, os Siddhantas, uma parte de compilado de conhecimentos que versa sobre trigonometria, escritos entre o fim do século IV e o começo do V, Aryabathiya, escrito em 449 que aborda relações de medidas e astronomia, e inicia a ideia de uma numeração decimal posicional, e Brahmagupta, que posteriormente escreveu sobre temas de geometria e de álgebra, em cerca de 628 d.C.

Assim, em uma data incerta entre o século 8 a.C. e 2 d.C., desenvolveu-se uma documentação que buscava instruir a construção de altares, e para isso apresenta estudos das relações métricas de objetos materiais, transportes e manipulação de segmentos e áreas, equivalências e outras idéias associadas. Nomeados Sulvasutras, que em tradução literal significa regra dos cordéis, os

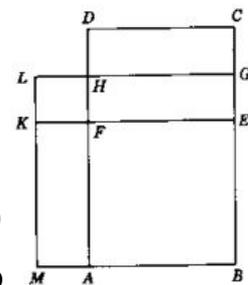
---

<sup>1</sup> Foto: Enciclopédia Britânica <https://www.britannica.com/place/Mohenjo-daro>

<sup>2</sup> Visualização 3D da cidade, no site The Mysterious India  
<http://www.themysteriousindia.net/3d-tour-ancient-city-mohenjo-daro/>

documentos religiosos apresentavam técnicas de construção utilizando um cordão esticado, ideias provavelmente derivadas dos egípcios e que também resguardam diversas semelhanças com as construções Euclidianas, com régua não graduada e compasso, evidenciando as permutas de conhecimentos que acontecem no contato entre civilizações.

Os trabalhos com medidas propunham soluções para problemas como encontrar um quadrado de área igual a um retângulo dado<sup>3</sup> (figura ao lado):

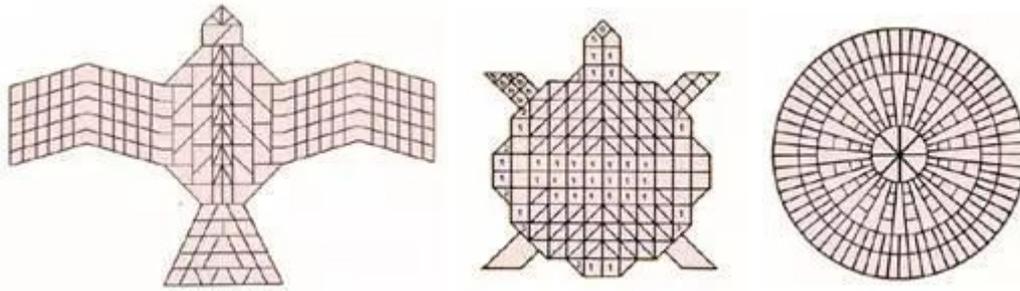


“Para construir um quadrado de área igual à do retângulo ABCD da figura marca-se os lados menores sobre os maiores de modo que  $AF=AB=BE=CD$ , e traça-se HG bissectando os segmentos CE e DF; prolonga-se EF até K, GH, até L, e AB até M, tal que  $FK=HL=HF=AM$ , e traça-se LKM. Agora constrói-se um retângulo com diagonal LG e lado menor HF. Então o lado maior do retângulo é o lado do quadrado pedido”

O problema anterior, da quadratura do retângulo, é encontrado também no livro II dos Elementos de Euclides, enquanto nos Sulvasutras também é possível ver a construção de ângulos retos e uma listagem de ternas pitagóricas, além da generalização do teorema.

No livro, também é bastante abordada a construção de altares com vários formatos, trabalhando técnicas de corte e encaixe com tijolos de formas e tamanhos variados, dependendo do desenho que se busca formar, além de versar sobre a transposição de uma altar em um outro com outro desenho enquanto mantém a mesma área e mesmos materiais. Abaixo, alguns mapas de construção de altares com diferentes representações.

<sup>3</sup> <https://www.geogebra.org/m/sy5r28hr>



Algumas interpretações ritualísticas dos altares argumentam, simplificadamente, que a Terra é representada pelo altar em forma de círculo, e que o Céu seria o altar em forma de quadrado, sendo parte do ritual religioso a transformação da forma do altar.

Posteriormente, a partir de cerca de 290 d.C., com a instalação do Império Gupta na quase totalidade do atual território indiano, ocorreu o que se pode chamar de Idade do Ouro na Índia, pois a paz e prosperidade trazidas pelo governo do gupta permitiu ascensão de conhecimentos científicos, ocorrendo muitas descobertas e invenções em diversos campos. Ocorreu o renascimento da cultura sânscrita, também produção muito grande de literatura na língua, idioma dos Vedas, as escrituras hindus clássicas, tão intensa que hoje se conhece mais produção literária em sânscrito do que se somarmos as produções em latim e em grego.

Nesse contexto, entre os séculos IV e V, foram produzidas cinco livros, ou escrituras sagradas (Paulisha Siddhânta, Surya Siddhânta, Vasisishta Siddhânta, Paitamaha Siddhânta, Romanka Siddhânta), dos quais apenas o Surya Siddhânta (Sistema do Sol) se manteve preservado completamente. Nele, é possível encontrar regras enigmáticas de conhecimento matemático, construídas em versos, com pouca explicação e sem provas, pois acreditavam que esses conhecimentos advinham diretamente do Deus Sol.

Em geral, acredita-se obra de Surya foi a principal precursora da função (hoje conhecida como) seno, sendo apresentada na obra uma tabela com as relações entre *“metade da corda de um círculo e metade do ângulo subentendido no centro pela corda toda”*, que substitui a tabela das cordas de Ptolomeu, que se baseava na *“relação entre cordas de um círculo e arcos centrais”*, porém, embora minoria, o historiador Paul Tannery sugere que, na realidade, essa transformação na trigonometria teve lugar em Alexandria, durante o período Pós-ptolomaico.

Posteriormente, já em 449, Aryabhata escreve sua obra Aryabathiya, de forma curta e principalmente descritiva, que fornece regras de cálculo usadas na astronomia e na matemática de mensuração. Na primeira parte, aborda cálculos com raízes quadradas e cúbicas, fala de matemática métrica, com regras que hoje é possível demonstrar que cerca de metade estão erradas (como: o volume sendo metade da área da base vezes a altura), mas também demonstra conhecimentos bastante precisos em alguns assuntos, como quando ensina a calcular o perímetro de uma circunferência:

“Soma-se 4 a 100, multiplique-se por 8, e some-se 62000. O resultado é aproximadamente a circunferência de um círculo cujo diâmetro é 20000”

Com raio  $r = 10.000$ , e comprimento  $C = (100 + 4) * 8 + 62.000 = 62.832$  aproxima  $\frac{C}{2r} = \pi = 3,1416$ , bastante próximo do valor utilizado hoje, na aproximação correta até a 4ª casa depois da vírgula.

Na outra parte desse mesmo livro, ao tratar da medida do tempo e de trigonometria esférica, apresenta o que deve ser o precursor da numeração decimal posicional, com a ideia de que “de lugar para lugar cada um vale dez vezes o precedente”, modelo sobre o qual o nosso sistema de numeração atual se baseia.

As formas de escrever números que precederam o sistema de numeração posicional decimal foram muitas, porém, podemos destacar a escrita kharosthi (séc. V a.C - séc.III a.C) e a brahmi (séc. III a.C). Dessas, a escrita brahmi é historicamente mais importante do que o kharosthi, pois é escrito da esquerda para a direita.

Os números kharosthi caracterizavam-se pelo critério aditivo. Existiam símbolos para apenas alguns números e, formavam-se novos números a partir dos símbolos já existentes, semelhante aos números romanos.

1	4	10	20	100
I	X	?	3	ZI

1	2	3	4	5	6	8	10
I	II	III	X	IX	IIIX	XXX	?

No entanto, essa forma de escrever números torna-se não eficaz quando tratamos de números muito grandes ou quando é necessário realizar contas.

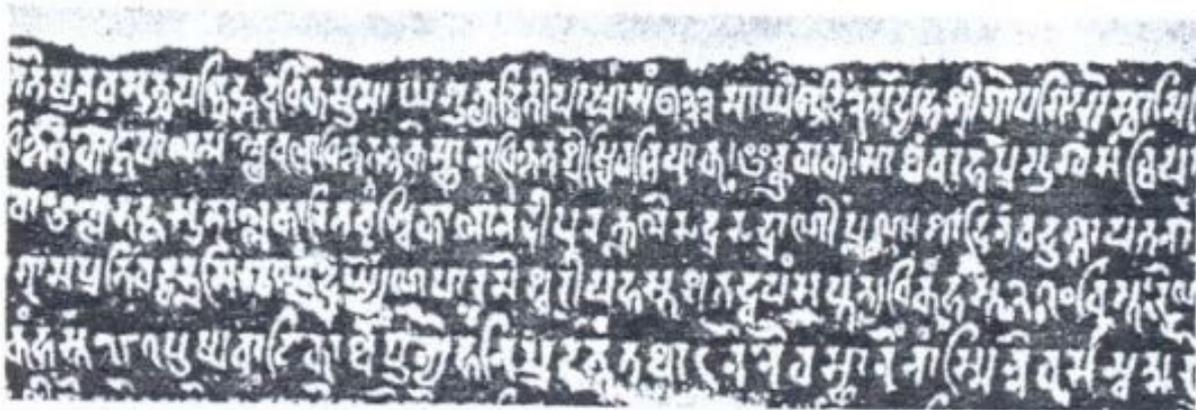
Já a escrita brahmi, de base decimal, atribuía um símbolo para cada uma das unidades, das dezenas, das centenas, dos milhares, etc. Historiadores ressaltam que pela primeira vez as unidades não são mais construídas de maneira aditiva. Essa particularidade facilitará a transição para um sistema de numeração decimal posicional.

—	=	≡	ƚ	†	ƚ	7	5	?
1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	ϕ	ƚ	x	J	†	z	ϕ	⊕
10	20	30	40	50	60	70	80	90

Historiadores consideram que a primeira aparição do sistema numérico posicional com 9 símbolos foi usado pela primeira vez por Aryabhata no séc. V e acredita-se que a principal motivação foi o crescente estudo da cosmologia, que traz a necessidade de operar com números muito grandes.

Outro ponto importante que vale ressaltar é que, perante a necessidade de marcar a ausência de unidades em uma certa posição, os hindus criam um símbolo para marcar aquele espaço nulo, que posteriormente chamaremos de zero. Aqui

podemos citar a Inscrição de Gvalior, encontrada na parede de um pequeno templo em Gvalior, onde podemos observar o número 270 na numeração posicional.



270

Por fim, Brahmagupta foi um antigo astrônomo e matemático indiano que viveu de 597 dC a 668 dC, em Bhinmal, no noroeste da Índia. Suas importantes descobertas foram escritas como poesia e não como equações matemáticas. Dentre seus escritos foi de grande importância quatro livros sobre astronomia e matemática, o mais famoso dos quais é o *Brahma-sphuta-siddhanta*. Neste livro, ele foi a primeira pessoa na história a desenvolver as propriedades do zero. Sua definição era baseada na ideia de que o zero é o número que você obtém quando subtrai o mesmo número de si mesmo. Algumas conclusões também foram aparentes, tais como, a divisão de zero por qualquer número resulta em zero e, embora atualmente pareça óbvio para nós, algumas conclusões equivocadas também apareceram, tal como a “divisão de zero por zero produz zero”. Embora muitas vezes atribuído ao matemático Bhaskara, essas deduções são os escritos mais antigos encontrados que tratam o zero como um número em si, diferente dos babilônios, os quais faziam essa representação através de um espaço vazio, ou até mesmo com um símbolo que representasse a falta de quantidade, que foram utilizadas pelos gregos e romanos.

Influenciado por seus trabalhos e problemas gerados no estudo da astronomia, Brahmagupta foi a primeira pessoa a desenvolver a fórmula para a resolução de uma equação quadrática, os quais seriam reconhecíveis para os estudantes modernos de matemática. Induzido pela disseminação das idéias

matemáticas gregas para o leste durante a expansão imperial do antigo império romano, Brahmagupta também desenvolveu o estudo das equações quadrática de duas variáveis e soluções de números inteiros, algo que nem sequer foi considerado no Ocidente até mil anos mais tarde, quando Fermat estava considerando problemas similares em 1657.

Em um mundo que atualmente é dividido por cultura, política, religião e raça, evidencia-se neste trabalho que os matemáticos indianos fizeram grandiosos progressos no desenvolvimento da aritmética, álgebra e geometria. Ao longo da história, a matemática pouco conhecida nos dias atuais foi moldada pelo domínio da visão do desenvolvimento da matemática na Grécia e seus arredores. Embora muito pouco tenha sido escrito sobre as contribuições matemáticas de outras culturas, pode-se dizer que as abordagens tratadas neste trabalho relatam que a matemática indiana provavelmente surgiu em resposta à necessidade do desenvolvimento influenciado pela religião, pela necessidade de construir templos de proporções específicas e para atender a problemas astronômicos. Evidencia-se que essas conquistas do desconhecido hindu, que em algum momento nos primeiros séculos da nossa era, fizeram descobertas que assumem papel de grande importância no desenvolvimento da matemática e do mundo nos dias atuais.

## Bibliografia

- M. DE B. ALMEIDA, Fernando Manuel. **Sistemas de Numeração Precursores do Sistema Indo-Árabe**. 2007. 110 f. Tese (Mestrado em Ensino da Matemática)- Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Porto, 2007. Disponível em: <[http://www.fc.up.pt/fcup/contactos/teses/t\\_000369009.pdf](http://www.fc.up.pt/fcup/contactos/teses/t_000369009.pdf)>. Acesso em: 25 out. 2018.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**: Tradução: Hygino H. Domingues. 5ª ed. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.
- B. BOYER, Carl. **História da Matemática**: Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, SP: Editora da Universidade de São Paulo, 1974.